Өзбекстан Республикасы жоқары ҳәм орта арнаўлы билим министрлиги

Бердақ атындағы Қарақалпақ мәмлекетлик университети

Улыўма физика кафедрасы

Б.А.Абдикамалов

МЕХАНИКА

пәни бойынша лекциялар текстлери

Мәмлекетлик университетлердиң физика қәнигелигиниң 1-курс студентлери ушын дүзилген

Нөкис 2008

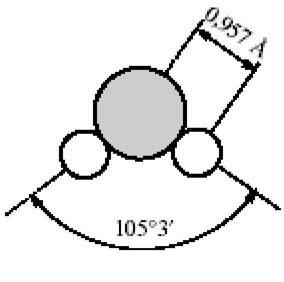
Мазмуны

КИРИСИЎ

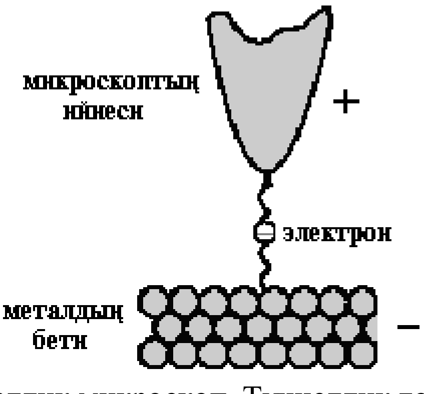
Физика илиминиң қандай илим екенлигине жуўап бериў ушын биз «Физикалық энциклопедиялық сөзлик» ти ашамыз ҳәм «Физика» деп аталатуғын мақаланы оқыймыз. Бул жерде былай жазылған «Физика тәбият қубылысларының ең әпиўайы болған, соның менен бирге ең улыўмалық нызамларын, материяның қәсийетлери менен қурылысын, оның қозғалыс нызамларын үйренетуғын илим. Физиканың түсиниклери менен нызамлары барлық тәбияттаныўдың тийкарында жатады. Физика дәл илимлерге жатады ҳәм қубылыслардың санлық нызамлықларын үйренеди».

Физика бизди қоршап турған дүньяны түсиниў ҳәм тәриплеўге умтылыўлардың салдарынан пайда болды. Ал бизиң дүньямыз болса оғада қурамалы ҳәм қызықлы: Қуяш ҳәм Ай, күндиз ҳам түн, бултлар, теңизлер, тереклердиң шаўқымлары, самал, таўлар, жер силкиниўлери, жамғыр, ҳайўанлар ҳәм өсимликлер дүньясы, океанлардағы тасыўлар менен қайтыўлар, ең ақырында адам. Адамлар усы дүньяның бир бөлеги ретинде усы дүньяның қандай дүзилиске ҳәм қәсийетлерге ийе екенлигин билиўге умтылады. Бул мүмкин бе? Бул сораўға мүмкин деп жуўап бериўдиң дурыс екенлигин биз билемиз. Биз күнделикли тәжирийбелерден дүньяның билиўге болатуғынлығын, бизиң әтирапымызда болып атырған көп түрли қубылыслардың тийкарында жататуғын физикалық нызамлар ҳаққында көп нәрсениң белгили екенлигин билемиз.

Ал биз не билемиз? Биз бизди қоршап турған денелердиң барлығының да **атомлардан** туратуғынлығын билемиз. Атомлар дүньяның дүзилисиндеги гербишлер болып табылады. Олар үзликсиз қозғалыста болады, үлкен қашықлықларда бир бири менен тартысады, ал оларды бир бирине жақынлатсақ ийтериседи. Атомның өлшеми шама менен 10^{-8} см $\approx$ 1 Å (ангстрем, егер алманы Жердиң үлкенлигиндей етип үлкейтсек, усы алманың атомларының өзлериниң үлкенлиги алмадай болады). Суў молекуласы H_2O водородтың еки атомынан ҳәм кислородты бир атомынан турады



Суў молекуласы



Туннеллик микроскоп. Туннеллик тоқтың шамасы ийнениң ушы менен бет арасындағы қашықлыққа байланыслы.

Атомларды көре аламыз ба? Туннеллик микроскоп деп аталыўшы микроскоптың жәрдеминде 1981-жыллардан баслап көре алатуғын болдық.

Дүньяның атомлардан туратуғынлығын билиўден қандай пайда аламыз? Мысалы қатты, суйық, газ тәризли затлардың не себепли бар екенлигин, сестиң қандай тезлик пенен тарқалатуғынлығын, самолеттың неликтен уша алатуғынлығын, температураның не екенлигин ҳәм басқаларды биле аламыз ба?

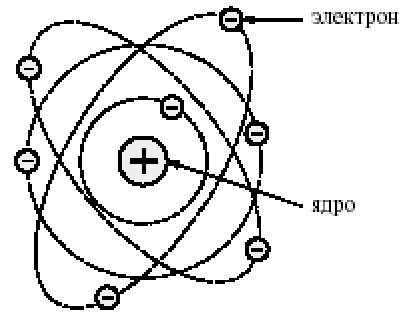
Ал атомлардың өзлери нелерден турады? Бизлер атомлардың оң зарядланған ядродан ҳәм оның дөгерегинде қозғалып жүретуғын терис зарядланған электронлардан туратуғынлығын билемиз. Электронның өлшемлери ҳәзирги ўақытларға шекем өлшенген жоқ. Тек ғана оның 10^{-16} см ден киши екенлиги белгили. Ядроның өлшемлери оған салыстырғанда әдеўир үлкен – шама менен 10^{-12} – 10^{-13} см. Өз гезегинде ядролар протонлар менен нейтронлардан турады. Атомның массасының дерлик барлығы ядрода топланған. Электрон болса протон ямаса нейтроннан дерлик 2000 есе жеңил:

$$m_p \approx m_n \approx 1{,}67 * 10^{-28} \text{ g.}$$

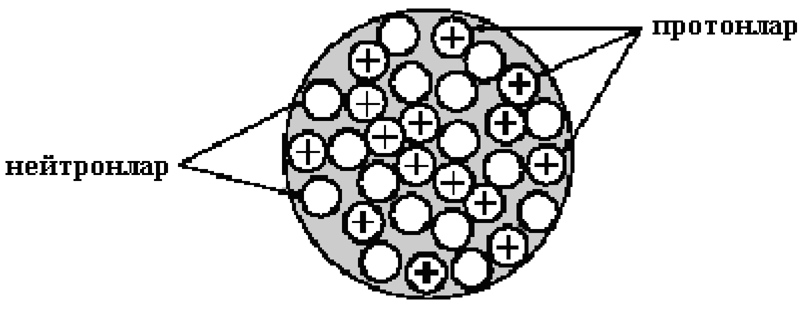
Дәл мәнислери:

$$m_e = 9{,}10938188(72)*10^{-25} \text{ g.}$$
$$m_p = 1{,}67262158(13)*10^{-24} \text{ g.}$$
$$m_n = 1{,}67492716(13)*10^{-24} \text{ g.}$$

Бул аңлатпалардан нейтронның массасының протонның массасынан үлкен екенлиги көринип тур. Усыған байланыслы нейтрон өзинен өзи протонға, электронға ҳәм антинейтриноға ыдырайды (бул ҳаққында төменде гәп етиледи).



Атомның қурылысы.



Ядроның қурылысы.

Протонлар менен нейтронлардың өзлери нелерден турады деп сораў бериў мүмкин. Жуўап белгили. Олар кварклерден турады. Ал электрон ше? Электрон болса өзинен басқа ҳеш нәрседен турмайды. Усындай көз-караслар бойынша электрон ҳақыйқый элементар бөлекше болып есапланады.

Биз усы жерде ҳәзирше неден турады деп сораў бериўди тоқтатамыз. Себеби усындай сораўлар бериў арқалы адамзат билетуғын шеклерге тез жетемиз ҳәм буннан кейин «билмеймен, билмеймиз» деп жуўап бериўге туўра келеди. Сонлықтан атомларға қайта келемиз.

Атом дегенимиз бослық болып табылады. Егер атом ядросын алманың үлкенлигиндей етип үлкейтсек, онда ядро менен оған жақын электрон арасындағы қашықлық 1 км дей болады. Егер ядро менен электронлар зарядланбаған болғанда атомлар бир бири арқалы бири бирине ҳеш қандай кесентсиз арқайын өте алған болар еди.

Жоқарыда айтылғанлардың барлығы қай жерде (қай орында) жайласқан? Әлбетте бизиң Әлемимизде. Тәбияттыың барлық қубылыслары жүзеге келетуғын «Үлкен қутыны» **Әлем** деп атаймыз. Әлемниң биз бақлай алатуғын бөлиминиң өлшемлери 10^{28} sm ≈ 10^{10} жақтылық жылы (жақтылықтың 1 жыл даўамында өткен жолының узынлығын жақтылық жылы деп атайды). Салыстырыў ушын мынадай шамаларды келтиремиз: Қуяш пенен Жер арасындағы қашықлық $1{,}5\cdot10^{13}$ sm ямаса 150 млн. км, Жердиң радиусы болса $6{,}4\cdot10^{8}$ sm (6400 km). Әлемниң бизге бақланыўы мүмкин болған бөлиминдеги протонлар менен нейтронлардың улыўмалық саны шама менен 10^{78}-10^{82} аралығында. Қуяштың қурамында ≈ 10^{57}, ал Жердиң қурамында ≈ $4\cdot10^{51}$ протон менен нейтрон бар. Әлемнин бақланыўы мүмкин болған бөлиминдеги Қуяштың массасындай массаға ийе жулдызлардың саны шама менен 10^{234} ке теӊ. Ең жеңил жулдызлардың массасы Қуяштың массасының 0,01 бөлегин қурайды, ал массасы үлкен жулдызлардың массасы Қуяштың массасынан жүзлеген есе улкен.

Ҳәмме нәрселер де, соның ишин де бизлер де атомлардан турамыз. Тиришилик Әлемдеги ең қурамалы қубылыс болып табылады. Адам ең бир курамалы тиришилик ийеси болып, ол шама менен 10^{16} клеткадан турады. Ал клетка болса 10^{12}-10^{14} атомнан турып, элементар физиологиялық қутыша болып табылады. Қәлеген тири организмниң клеткасына кеминде бир дана ДНК ның (дезоксирибонуклеин кислотасының) узын молекулалық сабағы киреди. ДНК молекуласында 10^{8}-10^{10} атом болады. Бул атомлардың бир бирине салыстырғандағы дәл жайласыўы индивидуумнан индивидуумга өткенде өзгереди. ДНК молекуласын генетикалық информацияларды алып жүриўши деп атаўға болады.

Тәсирлесиў түсинигин атом түсинигинен айырыўға болмайды. Қатты денелердеги атомлар бир бири менен қалай байланысқан, не себепли Жер Қуяшты таслап кетпей, оның дөгерегинде айланып жүреди (басқа сөз бенен айтқанда неликтен алма үзилип Жерге түседи). Ядродағы оң зарядланған протонлар бир бири менен ийтерисетуғын болса да нениң тәсиринде тарқалып кетпейди? Оларди бир жерде (ядрода) қандай күш услап турады?

Усы ўақытлаға шекем тәбиятта тәсирлесиўдиң төрт тийкарғы түри табылған:

электромагнит,
гравитациялық,
кушли ҳәм
әззи.

Биринши тәсирлесиў зарядланған бөлекшелер арасындағы тәсирлесиўди тәмийинлейди. Егер сиз бармағыныз бенен столды басатуғын болсаңыз, сиз электромагнитлик тәбиятқа ийе болған тәсирлесиўди сезесиз. Бундай тәсирлесиўде тартысыў менен ийтерисиў орын алады.

Гравитациялық тәсирлесиў тийкарынан пүткил дүньялық тартысыў нызамы түринде көринип, барлық ўақытта да тартысыўды тәмийиндейли (гавитациялық ийтерисиў ҳазирше бақланған жоқ). Алманың үзилип Жерге түсиўи буған дәлил бола алады. Жер менен Қуяш арасындағы тартысыў Жерди Қуяш әтирапындағы орбита бойынша айланып жүриўге мәжбүрлейди. Салмақ куши де жулдызлардың жаныўына алып келетуғын күш болып табылады. Бул тартылыс күши атом ядроларының бир бирине жақынлаўы ушын зәрүрли болған кинетикалық энергияны береди. Ал усы кинетикалық энергияның есабынан термоядролық синтез реакциясы басланады. Ал термоядролық синтез реакциясы болса Әлемдеги жулдызлардың көпшилигиниң энергияларының дереги болып табылады.

Тек қысқа аралықларда ғана тәсирлесиўди болдырыўы күшли тәсирлесиўдиң басқа тәсирлесиўлерден парқы болып табылады. Оның тәсир етиў радиусы шама менен 10^{12}-10^{13} см ке тең (яғный атом ядроларының өлшемлериндей аралықлар). Бул протонлар менен нейтронлар (оларды улыўма түрде нуклонлар деп атайды) арасындағы тәсирлесиў барлық ўақытта да тартысыў характерине ийе болады.

Ең ақырғы тәсирлесиў әззи тәсирлесиў болып табылады. Әззи тәсирлесиў арқалы бақланыўы дым қыйын болған (баска сөз бенен айтқанда туттырмайтуғын) нейтрино затлар менен тәсирлеседи. Бул бөлекше космос кеңлигинде қозғалысы барысында Жер менен соқлығысқанда Жерди сезбейди ҳәм Жер аркалы өтип кете береди. Әззи тәсирлесиў көринетуғын процесстиң мысалы ретинде нейтронның β-ыдыраўын атап өтиўге болады. Әззи байланысты есапқа алғанда нейтрон турақлы бөлекше емес, ал шама менен 15 минут өткеннен кейин протон, электрон ҳәм антинейтриноға ыдырайды:

$$n \to p + e + \overline{\nu}_e .$$

Соңғы ўақытлары (20-әсирдиң 60-80 жыллары) теоретиклердиң тырысыўлары менен электромагнит ҳәм әззи тәсирлесиўлерди бириктириў сәти түсти. Бул тийкарғы тәсирлесиўлердиң санын үшке кемейтеди. Бул тәсирлесиўлердиң салыстырмалы күши төмендегидей: егер ядродағы нуклонлар (протонлар менен нейтронлар) арасындағы салыстырмалы тәсирлесиўди бирге тең деп алсақ, онда келеси күшке электромагнит тәсирлесиў ийе болып, ол 10^{-2} ге тең, буннан кейин әззи байланыс жүреди (10^{-5}). Усындай мәнисте гравитациялық тәсирлесиў ең әззи байланыс болып табылады ҳәм оның салыстырмалық мәниси шама менен 10^{-40} қа ийе.

Күшли тәсирлесиўдиң тәбияты усы ўықытларға шекем толық түсиникли емес болып қалмақта. Дурысырағы оның теориясы усы ўақытларға шекем қурылмаған. Бирақ усыған қарамастан адамзат атом бомбасын соғып ядролық күшлерди пайдаланыўды үйренди. Атом бомбасын ядро бомбасы деп атасақ дурыс болған болар еди. Себеби сол бомбаның партланыўы ядрода болатуғын процесслер – ядролардың бөлиниўи ҳәм биригиўи менен байланыслы. Ал тәбият болса бул күшлерди пайдаланыўды әлле қашан-ақ үйренген. Қуяштағы термоядролық реакциялар Жердеги жыллылықтың дереги болып табылады.

Ҳәзирги заман физикасына киргизилген әҳмийетли түсиниклердиң бири **майдан** түсиниги болып табылады. Ҳеш қандай бөлекшелерге ийе емес, сонлықтан бос деп есапланатуғын кеңисликлер шын мәнисинде «бос» болып табылмайды. Мысалы бөлекшелерден бос кеңисликте ҳәр қыйлы майданлардың болыўы мүмкин. Усының мысалы электромагнитлик майдан болып табылады. Бул майданлар өзлерин пайда еткен бөлекшелерден ғәрезсиз өзинже жасай алады. Ҳәзир жақсы белгили болған электромагнит толқынлары майданның жасаўының формасы болып табылады. Бул электромагнит толқынлары бизиң турмысымызға тереңнен енди. Усының салдарынан радио менен телевидение бизге автомобиль сыяқлы тәбийий болып көринеди.

Гравитациялық толқынлар экспериментте еле табылған жоқ. Бирақ Эйнштейнниң улыўмалық салыстырмалық теориясына (Эйнштейнниң гравитация теориясына) муўапық бундай толқынлар тәбиятта болады. Шамасы, көп узамай гравитациялық толқынлар экспериментте сөзсиз табылады.

Жерге қайтып келемиз. Жердеги оғада көп болған қубылысларды қандай тасирлесиў анықлайды деген сораўға итибар берейик. Гравитациялық тәсирлесиў ең әзи тәсирлесиў болып табылады, бирақ бул тәсирлесиў бизиң Жер бетинен космос кеңислигине ушып кетпеўимизди тәмийинлейди. Бундай мәнисте гравитациялық тәсирлесиў Жердиң бетинде бизди, суўды, ҳаўаны услап турады. Жердеги ядролық тәсирлесиў оғада күшли. Егер ондай болмағанда усы тәсирлесиў менен байланыслы болған оғада үлкен гигант энергия барлық тиришиликти жоқ қылып жиберген болар еди.

Солай етип Жерде болып атырған дерлик барлық процесслерди қозғалысқа келтиретуғын тийкарғы күш электроманит тәсирлесиўи ҳәм усы тәсирлесиўдиң салдарынан жүзеге келген қубылыслар болып табылады. Бул күшлерди билиў химиялық реакцияларды, биологиялық процеслерди (демек тиришиликти де), ҳаўа менен суўдың қозғалысын, ҳәтте жер силкиниўди де түсиниўдиң тийкары болып табылады. Усы айтылғанлар ишиндеги кейинги үшеўиниң жүзеге келиўинде гравитациялық күшлер аҳмийетли орынды ийелейди (мысалы ҳаўаның атмосферадағы конвективлик ағысларын пайда етиўде). Ал усы айтылғанлардың барлығы да атом сыяқлы киши бөлекшелерде ямаса системаларда әҳмийетке ийе болмай қалады. Бул жерде электромагнитлик тәсирлесиў тийкарғы орынды ийелейди.

Электронлар менен ядро тартысатуғын болса да нелердиң себебинен сол электронлар ядроға қулап түспейди деп сораў бериледи. Рәсинда да атомның өлшемин (шама менен 1 ангстремге тең) не анықлайды? Усының себебин Қуяштың дөгерегиндеги Жердиң айланып жүриўи менен бирдей деп ойлаў мүмкин. Жер айланады ҳәм Қуяшқа қулап түспейди. Бирақ бул жерде бир әҳмийетли проблема тур. Проблема соннан ибарат, тезлениў менен қозғалыўшы зарядланған бөлекше өзинен электромагнит толқыны түринде энергияны нурландырыўы керек. Радио еситтириўлерди, телевизиялық көрсетиўлерди тарқатыўшы антенналар тап усындай етип соғылған. Бул антенналар арқалы өзгермели тоқ өткереди ҳәм сонлықтан олар электромагнит тоқынларын нурландырады. Бул нурларды болса бизлер телевизорларымыз ямаса радиоқабыллағышларымыздың жәрдеминде тутамыз. Бул тоқынлар өзлери менен энергия алып кетеди. Усының салдарынан электронның ақыр-аяғында ядроға қулап түсиўи керек. Бирақ бундай қубылыс бақланбайды. Атом салыстырмалы түрде турақлы. Буның дәлили бизиң дүньяда бар екенлигимиз. Ал атомның стабиллигиниң себеби неде? Себеп соннан ибарат, электронлардың ядро дөгерегиндеги қозғалысларын басқаратуғын нызамлар Жердиң Қуяш дөгерегинде айланыўын басқаратуғын нызамлар емес. Атомларда квант механикасының нызамлары ҳүкимлик қылады.

Квант механикасы ямаса квант физикасы XX әсирдиң ең уллы илимий жетискенликлериниң бири болып табылады. Бул илим микродүньядағы бөлекшелердиң (яғный электрон, атом усаған киши массаға ийе бөлекшелердиң кеңисликтиң киши участкаларындағы қозғалысы) қозғалыс нызамларын тәриплейди. Квант механикасы өз ишине дара жағдайы сыпатында классикалық механиканы да алатуғын улыўмалық илим болып табылады. Ал квант механикасының тийкарғы тастыйықлаўы неге алып келинеди деген сораўдың берилиўи мүмкин. Бул сораў мына жағдайға алып келинеди: бөлекшелер бир ўақытта координата менен импульстиң анық мәнислерине ийе бола алмайды. Яғный квант механикасында бөлекшениң траекториясы түсиниги болмайды. Егер бөлекшениң координатасындағы анықсызлық Δx, ал оның импульсының анықсызлығы Δp болса, онда бул шамалар квант механикасында

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \mathbf{h}/2$$

теңсизлиги менен шекленген (бул 1927-жылы В.Гейзенберг тәрепинен ашылған). **h** арқалы Планк турақлысы белгиленген.

$$\mathbf{h} = 1{,}054571596(82)*10^{-27}\ \mathrm{erg}\cdot\mathrm{s}.$$

Анықсызлық қатнасы деп аталатуғын бул қатнас бизге былай дейди: егер электрон ядроға қулап түссе (ядро жүдә киши болғанлықтан) биз оның координатасын билген болар едик ҳәм $\Delta x = 0$, ал бундай жағдайда импульстиң анықсызлығы Δp шексиз үлкен болған (∞) ҳәм сонлықтан электрон бул жағдайда тартылыс күшлерин жеңип ядродан ушып кеткен болар еди. Ал электронды локализациялаўдың (яғный электронды бир орынға жайластырыў ҳаққында айтылмақта) мүмкиншилигиниң жоқлығы ақырғы есапта электронның ҳақыйқатында бөлекше емес, ал толқын екенлиги менен байланыслы (бәри бир электронды бөлекше деп есаплаған қолайлы, бирақ бул бөлекше өзин толқынға уқсас етип көрсететуғындай айрықша қәсийетлерге ийе). Бул толқынды де Бройль толқыны деп атайды ҳәм оның толқын узынлығы

$$\lambda = \frac{\mathbf{h}}{p}$$

ға тең. Бул формулада p арқалы электронның импульси белгиленген. Ал толқынды болса кеңисликте толқын узынлығынан киши өлшемлерге шекем локализациялаўға болмайды.

Енди атомның өлшемлерин баҳалайық. Буның ушын $\Delta r \cdot \Delta p \approx \mathbf{h}$ анықсызлық принципинен пайдаланамыз. Бул аңлатпада Δr арқалы электронның координатасының анықсызлғы белгиленген, ал Δp оның импульсының анықсызлығы. Шамасының үлкенлиги бойынша $\Delta r \approx r$ ҳәм $\Delta p \approx p$. Бул аңлатпалардағы r ядродан электронға шекемги характерли қашықлық (яғный атомның үлкенлиги), ал p болса электронның импульсиниң характерли мәниси. Кулон майданындағы қозғалыста потенциал энергияның шамасы кинетикалық энергияның шамасына барабар болады. Сонлықтан p ҳәм r ди анықлаў ушын еки қатнасқа ийе боламыз:

$$\begin{cases} \dfrac{e^2}{r} \approx \dfrac{p^2}{2m}, \\ r*p \approx \mathbf{h}. \end{cases}$$

Биринши аңлатпадан $p = \sqrt{2me^2/r}$ екенлигине ийе боламыз. Бул шаманы екинши теңлемеге қойып мынаны аламыз:

$$r \approx \frac{\mathbf{h}^2}{2me^2}.$$

Жуўық түрде $m \approx 10^{-27}$ г ҳәм $e \approx 5*10^{-10}$ СГСЕ. Бул шамаларды алынған аңлатпаларға қойсақ

$$r \approx \frac{10^{54}}{10^{-27}\cdot 25\cdot 10^{-20}}\ \mathrm{sm} = \frac{10^{-7}}{25}\ \mathrm{sm} = 0{,}4\ \overset{0}{\mathrm{A}}$$

шамасын аламыз. Солай етип анықсызлық принципиниң арқасында атомның турақлы екенлигине ийе боламыз.

Квант механикасы химиялық ҳәм биологиялық процеслерди түсиниў ушын зәрүрли. Демек кант механикасы бизиң дүзилисимизди түсиниў ушын зәрүрли деген сөз. Бирақ бул механиканы үйрениў салыстырмалы қурамалы болғанлықтан әпиўайы болған классикалық механиканы үйрениўден баслаў керек. Ал биз бул курста болса сол классикалық механиканы үйренемиз.

Механика денелердиң қозғалысы менен тең салмақлығы ҳаққындағы илим болып табылады.

Улыўма физика курсының «Механика» бөлими бойынша лекциялар Өзбекстан Республикасы университетлериниң физика қәнигелиги студентлери ушын дүзилген оқыў бағдарламасы тийкарында дүзилди. Курсты үйрениў барысында студентлер ноқат кинематикасынан баслап материаллық ноқатлар системасы кинематикасы, динамиканың барлық тийкарғы нызамлары ҳәм дәстүрге айланған жоқары оқыў орынлары механикасы материаллары менен танысады.

Курсты өтиў барысында салыстырмалық принципи менен релятивистлик (жақтылықтың вакуумдеги тезлигиндей тезликлерге салыстырарлықтай үлкен тезликлердеги) механикаға әдеўир итибар берилген. Студентлер Лоренц түрлендириўлери ҳәм оннан келип шығатуғын нәтийжелер, релятивистлик қозғалыс теңлемеси, жоқары тезликлер ушын сақланыў нызамларын толығырақ үйренеди.

Лекциялар текстлеринде зәрүрли болған формулалар тийкарынан SI ҳәм SGS системаларында жазылған.

Математикалық аңлатпаларды жазыў китапларда қолланылатуғын шрифтларда әмелге асырылған. Векторлар жуўан ҳәриплерде жазылған. Мысалы **v** тезлик векторына сәйкес келетуғын болса, v сол вектордың сан мәнисин береди.

Бөлшек белгиси ретинде көбирек / белгиси қолланылған. Бирақ тийисли орынларда $\frac{1}{\mu}$ ямаса $\frac{1}{2}$ түрдеги жазыўлар да пайдаланылады. Сол сыяқлы туўындыларды белгилеў ушын да еки түрли жазыў усылы келтирилген. Мысалы $1/dt$ ямаса $\frac{d}{dt}$ (дара туўындылар жағдайында $\frac{\partial}{\partial t}$) белгилери. Бул жазыўлардың барлығы да лекция текстлерин оқыўды жеңиллестириў ушын пайдаланылған.

Лекцияларды дүзиўде тарийхый әдебият кең түрде пайдаланылды. Мәселен Ньютон нызамлары баян етилгенде оның 1686-жылы биринши рет жарық көрген «Натурал философияның математикалық басламасы» («Натурал философия басламасы» деп те аталады) китабынан алынған мағлыўматлар пайдаланылады. Соның менен бирге лекция курсы 19-әсирдиң ақырында жазылған Петроград университети профессоры О.Д.Хвальсонның «Физика курсы» китабынан мағлыўматлар келтирилген. Бул мағлыўматлар физика илимине болған көз-қараслардың қандай өзгерислерге ушырағанлығын айқын сәўлелендиреди.

Лекциялар текстлери 2007-2008 оқыў жылының басында үлкен өзгерислерге ушырады, көпшилик параграфлар толықтырылды, бир қаншалары пүткиллей жаңадан жазылды. Соның менен бирге механикадағы Лагранж усылы, соқлығысыўлар сыяқлы параграфлар жаңадан киргизилди.

Жоқарыда айтылғанлар менен бир қатарда лекция текстлерин таярлаўда соңғы ўақытлары раўажланған еллер жоқары оқыў орынлары менен колледжлеринде кеңнен танылған әдебиятлар да қолланылды. Олардың ишинде екеўин атап өтемиз:

1. David Halliday, Robert Resnick, Jearl Walker. Fundamentals of Physics. John Wiley & Sons, Inc. New York Chichester Brisbane Toronto Singapore. 1184 p.

2. Peter J. Nolan. Fundamentals of College Physics. WCB. Wm. C. Brown Publishers. Dubuque, Ioma. Melbourne, Australia. Oxford, England. 1070 p.

Соның менен бирге лекциялар тестлери таярланғанда интернет арқалы алынған жаңа материаллар да пайдаланылды (мысалы гравитация турақлысы ушын алынған ең кейинги дәл мәнис).

Лекциялар курсын таярлаўда тийкарынан төмендеги оқыў қураллары менен сабақлықлар басшылыққа алынды:

А.Н.Матвеев. Механика и теория относительности. «Высшая школа». Москва. 1976. 416 с.
И.В.Савельев. Курс общей физики. Книга I. Механика. Москва. “Наука”. 1998. 328 с.
И.В.Сивухин. Курс физики. Т. 1. Механика. Молекулярная физика. Спб.: ТОО «Мифрил», 1996, 304 с.
Д.В.Сивухин. Общий курс физики. Том I. Механика. Изд. «Наука». Москва. 1974. 520 с.
С.П.Стрелков. Механика. Изд. «Наука». Москва. 1975. 560 с.
С.Э.Хайкин. Физические основы механики. Изд. «Наука». Москва. 1971. 752 с.

Қосымша әдебиятлар:

Л.Д.Ландау, А.И.Ахиезер, Е.М.Лифшиц. Курс общей физики. Механика и молекулярная физика. Из. «Наука». Москва. 1969. 399 с. (Қарақалпақша аўдармасы Л.Д.Ландау, А.И.Ахиезер, Е.М.Лифшиц. Улыўма физика курсы. Механика ҳәм ҳәм молекулалық физика. Б.Әбдикамалов тәрепинен 2002-жылы аўдарылған. Электронлық версиясы университет китапханасында ямаса www.abdikamalov.narod.ru сайтында).

Д.А.Паршин, Г.Г.Зегря. Лекции по механике. Российская Академия наук, Физико-технический институт им. А.Ф.Иоффе, Научно-образовательный центр (Интернеттен алынған, электронлық версиясы университет китапханасында).

Усы лекциялар текстлерин мына адрестен алыўға болады: www.abdikamalov.narod.ru

1-§. Физика илиминиң мәселелери, моделлери ҳәм усыллары

Физиканың мәселелери. Абстракциялар ҳәм физикалық моделлердиң шекленгенлиги. Физиканың методлары (усыллары).

Физиканың мәселелери. Күнделикли турмыста ҳәм әмелий хызмет етиў барысында ҳәр қыйлы физикалық объектлер, қубылыслар, ситуациялар ҳәм олар арасындағы байланыслар менен ушырасыўының нәтийжесинде адам өз санасында усы объектлердиң, қубылыслардың, ситуациялардың, олар арасындағы байланыслардың образларынан туратуғын модель пайда етеди. Физикалық ҳақыйқатлықтың моделлери адам санасында сананың өзиниң қәлиплесиўи менен биргеликте қәлиплести. Сонлықтан усы моделлердиң базы бир элементлери (мысалы кеңислик ҳәм ўақыт түсиниклери) бизиң санамызда тереңнен орын алған ҳәм гейпара философлар оларды сананың формалары деп есаплады (ал шын мәнисинде санадағы сыртқы дүнья элементлериниң сәўлелениўи болып табылады). Физиканы илим сыпатында үйрениўде оның дүзилислериниң моделлик характерге ийе екенлигин умытпаў керек. **Физиканың алдында дүньяның қәсийетлерин ең толық сәўлелендиретуғын физикалық дүньяның картинасын дүзиў мәселеси тур.**

Абстракциялар ҳәм физикалық моделлердиң шекленгенлиги. Реал (ҳақыйқый) физикалық дүньяда қубылыслар менен предметлер арасындағы байланыслар оғада көп. Бул байланыслардың барлығын практикалық жақтан да, теориялық жақтан да толық қамтыў мүмкин емес. Сонлықтан **моделлер дүзилгенде берилген (қарап атырылған) қубылыслар ушын тек ең әҳмийетли қәсийетлер ҳәм байланыслар итибарға** алынады. Усындай шекленгенликтиң нәтийжесинде ғана моделдиң дүзилиўи мүмкин. Қарап атырылған қубылыс ушын әҳмийети кем болған тәреплерди алып таслаў физикалық изертлеўдиң әҳмийетли элементлериниң бири болып есапланады. Мысалы Қуяш дөгерегиндеги планеталардың қозғалыс нызамларын изертлегенде Қуяш нурларының басымы менен Қуяш самалының планеталардың қозғалысына тәсири есапқа алынбайды. Ал кометалардың қуйрықларының пайда болыўы менен формасын изертлегенде Қуяш нурларының басымы менен Қуяш самалы әҳмийетли анықлаўшы орынды ийелейди. Изертлеў барысында әҳмийети оғада төмен болған қубылысларды есапқа алыўдың нәтийжесинде көплеген илимпазлардың нәтийжеге ерисе алмағанлығы кеңнен мәлим.

Тек әҳмийетлеи болған факторларды есапқа алыў абстракциялаўға мүмкиншилик береди. Бул жағдайда қабыл етилген абстракция рамкаларында (шеклеринде) моделлер дүзиледи.

Қоланылатуғын моделлер тек жуўық түрде алынған моделлер болып табылады. Бул моделлердиң дурыслығына пайдаланып атырған абстракция шеклеринде кепиллик бериў мүмкин. Бул шеклерден тыста қабыл алынған модель қолланыўға жарамсыз ҳәтте ақылға муўапық келмейтуғын болып та қалады.

Сонлықтан физикалық изертлеўде қолланылып атырған моделдиң ҳәр бир этапта жарамлы екенлигин түсиниў үлкен әҳмийетке ийе. **Бул жерде бир физикалық объекттиң ҳәр қыйлы ситуацияларда ҳәр қыйлы модель менен берилиўиниң мүмкин екенлигин атап айтамыз**. Мысалы Жердиң Қуяш дөгерегинде қозғалысын изертлегенде Жерди массасы Жердиң массасындай, оның орайында жайласқан материаллық ноқат түринде қараў мүмкин. Егер Жердиң дөгерегинде қозғалыўшы Жердиң жасалма жолдасларының қозғалысын изертлегенде Жер менен жасалма жолдас арасындағы қашықлық үлкен болғанда Жерди материаллық ноқат деп жуўық түрде қараса болады. Бирақ жасалма жолдаслардың қозғалысын дәл изертлеў ушын Жерди материаллық ноқат деп қарай алмаймыз. Себеби Жер дәл шар тәризли емес ҳәм оның массасы көлеми бойынша бирдей болып бөлистирилген емес. Нәтийжеде Жер тәрепинен жасалма жолдасқа тәсир ететуғын тартыў күши материаллық ноқаттың тартыў күшиндей болмайды.

Физиканың методлары (усыллары). Физика илими алдында турған мәселе бизиң санамызда сыртқы дүньяның құрылысы менен қәсийетлерин сәўлелендиретуғын моделин дүзиўден ибарат болғанлықтан, бул мәселе дүньяны билиў ҳәм түрлендириў барысындағы адамлардың әмелий хызметлери процессинде шешилиўи керек. Адам дүньяға шыққанда сыртқы дүньяның моделлериниң элементлери ҳаққында ҳеш нәрсе билмейтуғын болып туўылады. Дүньяның моделлери адамзат тәрепинен тарийхтың раўажланыў барысында қәлиплестириледи. Жеке адам болса дүньяның моделлерин оқыў ҳәм хызмет етиў барысында өзиниң санасының элементлерине айландырады.

Илимий изертлеўлер дүньяның физикалық моделин турақлы түрде кеңейтип ҳәм тереңлестирип барады. Бул тек ғана эксперимент ҳәм бақлаўлардың нәтийжесинде әмелге асырылады. **Сонлықтан физика эксперименталлық илим болып табылады**. Оның моделлери бақлаўлар ҳәм экспериментлерде анықланған қәсийетлерин дурыс сәўлелендириўи керек. Соның менен бирге физиканың моделлериниң қолланылыў шегаралары экспериментлердиң жәрдеминде анықланады.

Солай етип физиканың эсперименталлық методы төмендегилерден турады: Экспериментлер менен бақлаўлар нәтийжелери бойынша модель дүзиледи. Бул модель шеклеринде (рамкаларында) эксперимент пенен басқлаўларда тексерилип көрилетуғын болжаўлар айтылады. Усының нәтийжесинде моделдиң дурыслығы тексериледи ҳәм гезектеги жаңа болжаўлар айтылады, олар да өз гезегинде тексериледи ҳ.т.б.

Физика илиминде үлкен прогресс төмендегидей еки жағдайда жүз береди:

Бириншиден қабыл етилген модель тийкарында жүргизилген болжаўлар экспериментте тастыйықланбай қалса.

Екиншиден модели еле дүзилмеген жаңа физикалық қубылыслар ашылса.

Биринши жағдайда моделди дурыслаў ямаса оны пүткиллей басқа модель менен алмастырыў керек. Егер моделдиң алмастырылыўы тийкарғы жағдайлардың дурыслығын қайтадан қарап шығыўды талап ететуғын болса физикада революциялық өзгерислер болды деп айтылады. Ал екинши жағдайда физиканың жаңа тараўы пайда болады.

Биринши жағдай бойынша мысал ретинде кеңислик ҳәм ўақыт ҳаққындағы Ньютон моделин қайтадан қарап шығыўдың зәрүрлигиниң пайда болыўының нәтийжесинде салыстырмалық теориясының пайда болыўын келтириўге болады. Ал екинши жағдай мысалда физиканың пүткиллей жаңа бөлими (тараўы) болған квант механикасының пайда болыўын атап өтемиз. Еки жағдайда да гәп дәслепки моделлерди бийкарлаў ҳаққында емес, ал олардың қолланылыўының шекли екенлиги ҳаққында болып атыр.

2-§. Физикалық шамалар ҳәм оларды өлшеў ҳаққында

Салыстырыў ҳәм айырыў. Салыстырыў ҳәм өлшеў. Өлшеў. Физикалық шама. Физикалық шаманың мәниси ҳәм өлшеми. Физикалық шамалардың бирликлери системалары. Физикалық шамалардың өлшемлери. Халық аралық система қабыл етилген ўақыттан бурын қолланылған бирликлер системалары. Бирликлердиң халық аралық системасы (SI системасы).

Салыстырыў ҳәм айырыў. Адамзат билиўиндеги ең биринши қәдем дүньядағы ҳәр қандай объектлер арасындағы бир биринен өзгешеликти көре билиў ҳәм табыў болып табылады. Усының нәтийжесинде үйренилип атырған объектлер танылады. Бирақ объектлерди салыстырыў ушын олар арасында қандай да бир улыўмалық бар болғанда ғана әмелге асырыў мүмкин. Сонлықтан ҳәр қандай өзгешеликлер арасында да белгили бир улыўмалықтың табылыўы керек. ***Демек улыўмалық ҳәм өзгешелик арасында мәлим дәрежеде бирлик болыўы шәрт***. Мысал ретинде қаўын менен алманы алайық. Олар өзлериниң реңи, ийиси, үлкенлиги ҳәм басқа да қәсийетлери бойынша ҳәр қандай объектлер болып табылады. Қаўын менен алманы салыстырыў олар арасындағы улыўмалық бойынша жүргизилиўи мүмкин. Ондай улыўмалық, мысалы олар ийелеп турған көлемди салыстырыў арқалы жүргизиледи. Нәтийжеде «қаўын алмадан үлкен» деген жуўмаққа келемиз. Ал реңи менен оларды салыстырыў қыйын. Соның менен бирге ийиси менен де қаўын менен шийени салыстырыў мүмкиншилиги жоқ. Сонлықтан да биз қаўын менен шийе арасында тек ғана усы ***еки объект ушын да улыўма болған қәсийет ямаса көрсеткиш арқалы салыстырыў жүргизиў мүмкин***.

Салыстырыў ҳәм өлшеў. «Қаўын алмадан үлкен» деген жуўмақ ҳәр биримиз ушын жеткиликли дәрежеде түсиникли. Бундай салыстырыў тек ғана сапалық жақтан салыстырыў ушын қолланылады ҳәм аз мағлыўматқа ийе. Мәселен биз қарап атырған қаўынның басқа бир алмадан үлкен екенлигин де көриў мүмкин. Бирақ ҳеш ўақытта да қаўын бес алмадан үлкен деген жуўмақ шығара алмаймыз. Сонлықтан қаўын менен алмалар арасындағы салыстырыў нәтийжесинде еки алма арасындағы айырманы анықлаў зәрүрлиги келип шығады. ***Бул нәтийжеси сан менен белгиленетуғын өлшеў процедурасы арқалы әмелге асырылады***.

Өлшеў. Биз ҳәзир ҳәр қандай қубылыслардағы, объектлердеги, предметлердеги бирдей болған сапаны салыстырыў ҳаққында гәп етип атырмыз. Мысалы материаллық денелердиң ең улыўмалық қәсийети болып олардың өлшемлери, ал процесслер ушын ең улыўмалық - усы процесслердиң өтиў ўақыты болып табылады. Айқынлық ушын өлшемлерди алып қарайық. Тек ғана узынлықты өлшеўге итибар беремиз. Узынлықты өлшеўши денени сызғыш деп атайық. Усындай еки сызғыш өз ара былайынша салыстырылады: еки сызғыш бир бириниң үстине ушлары теңлестирилип қойылады. Бундай еки жағдайдың болыўы мүмкин: сызғыштың ушлары бир бириниң үстине дәл сәйкес келеди ямаса сәйкес келмей қалады. Биринши жағдайда сызғышлардың узынлықлары тең деп жуўмақ шығарамыз. Ал екинши жағдайда бир сызғыш екиншисинен узын деп есаплаймыз.

Физикалық қәсийетлерди өлшеў деп қәсийетлерди салыстырыў санларды салыстырыў жолы менен әмелге асырыўға алып келетуғын усы қәсийетке белгили бир санды сәйкеслендириў процедурасын айтамыз. Биз жоқарыда қарап өткен мысалда мәселе ҳәр бир сызғышқа оның узынлығын тәриплейтуғын белгили бир санды сәйкеслендириўден ибарат болады. Сонлықтан да бундай жағдайда берилген сан бирқанша сызғышлар ишинде узынлығы усы санға сәйкес келиўши сызғышты айырып алыўға мүмкиншилик береди. Усындай усыл менен анықланған қәсийет физикалық шама деп аталады. Ал физикалық шама болып табылатуғын санды анықлаў ушын қолланылған процедура өлшеў деп аталады.

Өлшеў бойынша ең әпиўайы процедура төмендегидей болады:

Бир неше сызғыш аламыз. Солардың ишиндеги ең узынын биз эталон сыпатында қарайық. Усы эталон сызғыштың бир ушынан баслап теңдей аралықларда ноқатлар белгилеп шығамыз. Ал сызғыштың усы ушындағы ноқатқа белгили бир сан белгилеймиз (мысалы нол менен белгилениўи мүмкин). Буннан кейин қоңысы ноқаттан баслап сызғыштың екинши ушына қарап ноқатларды ықтыярлы нызам бойынша өсиўши санлар менен белгилеп шығамыз (мысалы 1, 2, 3 ҳ.т.б. санлар). Әдетте сызғыштағы бир биринен бирдей қашықлықта турған ноқатларды шкала деп атайды. Енди басқа сызғышларды алынған эталон сызғыш пенен салыстырыў мүмкиншилиги пайда болды. Нәтийжеде өлшенип атырған ҳәр бир сызғыштың узынлығы ушын анық сан алынады. Усындай усыл менен ең көп санға ийе болған сызғыш ең үлкен узынлыққа, ал бирдей санларға ийе сызғышлар бирдей узынлыққа ийе деп жуўмақ шығарамыз. Соның менен бирге сызғыштың узынлығына өлшемлери жоқ сан сәйкес келеди.

Биз қарап шыққан усылда узынлықты өлшегенде эталон ретинде қабыл етилген сызғыштағы ноқатлар санын қосып шығыў талап етиледи. Бул бир қанша қолайсызлықты туўдырады. Сонлықтан да әдетте қолайлы шкаланы пайда етиў ушын төмендегидей ҳәрекет етеди. Базы бир сызғыш алынып, оның узынлығын 1 ге тең деп қабыл етеди. Бул 1 санын өлшеў бирлиги деп атаймыз. Басқа сызғышлардың узынлықлары узынлығы 1 ге тең етип алынған сызғыштың узынлығы менен салыстырыў арқалы анықланады.

Бундай жағдайда узынлық 1 ге тең етип алынған узынлық бирлиги менен салыстырыў арқалы әмелге асырылады. Ал енди өлшеў процедурасының мәниси салыстырыў ҳәм сәйкес сан алыўдан турады. Усындай жоллар менен анықланған сызғыштың узынлығы $l = n \cdot l_0$ формуласы менен анықланады. Бул формуладағы n өлшеми жоқ сан болып, бир бирликке тең етип алынған узынлық өлшенип атырған сызғыштың бойында неше рет жайласатуғынлығын билдиреди. l_0 арқалы қабыл етилген узынлық бирлиги белгиленген. Әдетте бул бирлик белгили бир ат пенен аталады (биз қарап шыққан узынлықты анықлаўда сантиметр, метр, километр ҳәм тағы басқалар).

Демек физикалық қәсийетти өлшеў ушын шамасы 1 ге тең болған айқын физикалық қәсийет сайлап алынады. Өлшеў мәселеси физикалық шаманың сан мәнисин анықлаўға алып келинеди.

Физикалық шама. Физикалық шаманың мәниси ҳәм өлшеми. Физикалық шама деп саны бойынша көплеген физикалық объектлерге қарата улыўма, соның менен бирге ҳәр бир объект ушын жеке болған физикалық объекттиң (физикалық системаның, қубылыстың ямаса процесстиң) қандай да бир қәсийетиниң тәриплемесин айтамыз.

Физикалық шаманың өлшеми деп айқын материаллық объектке, системаға, қубылысқа ямаса процесске тийисли болған физикалық шаманың санлық жақтан анық болыўына айтылады.

Физикалық шаманың мәниси деп усы шама ушын сайлап алынған бирликте алынған физикалық шаманың өлшеминиң баҳасы айтылады. Бул мәнис есаплаўлардың ямаса өлшеўлердиң жәрдеминде алынады.

Физикалық параметр деп қарап атырылған физикалық шаманы өлшеўде усы шаманың жәрдемши тәриплемеси түринде қабыл етилетуғын мәниси айтылады. Мәселен өзгермели тоқ ушын электр кернеўи өлшенгенде тоқтың жийилиги кернеўдиң параметри сыпатында қабыл етиледи.

Тәсир етиўши физикалық шама деп берилген өлшеў қураллары жәрдеминде өлшеў көзде тутылмаған, бирақ өлшеўге нәтийжелерине усы өлшеў қураллары қолланылғанда тәсир етиўши физикалық шамаға айтылады.

Аддитив шама деп ҳәр қандай мәнислери өз ара қосылатуғын, санлық коэффициентке көбейтилетуғын, бири бирине бөлинетуғын физикалық шаманы айтамыз. Бундай шамаларға узынлық, масса, күш, басым, ўақыт, тезлик ҳәм басқалар киреди.

Аддитив емес шама деп санлық коэффициентке көбейтиў ямаса мәнислери бири бирине бөлиў физикалық мәниске ийе болмайтуын шамаға айтылады. Бундай шамаларға Халық аралық практикалық (әмелий) температуралық шкала бойынша алынған температураны, материаллардың қарсылығын, водород ионларының активлилигин ҳәм басқаларды киргизиўге болады.

Физикалық шаманың бирлиги деп бир текли физикалық шамаларды санлық жақтан аңлатыў ушын қолланылатуғын 1 ге тең болған сан шамасы берилген белгили өлшемдеги физикалық шама айтылады.

Физикалық шаманың бирлиги усы шаманың өзиниң әўладынан болады.

Төмендеги кестеде базы бир қашықлықлар (узынлықлар) ҳаққында мағлыўматлар келтирилген (10 ның дәрежеси алдындағы көбейтиўшиниң тек пүтин мәниси алынып жуўық түрде берилген):

Объектлер атлары	Қашықлық, метрлерде
Ең алыс квазарға шекемги аралық (1990-жыл)	$2*10^{26}$
Андромеда думанлығы	$2*10^{22}$
Ең жақын жулдыз (Проксима)	$4*10^{16}$
Қуяш системасының ең алыс планетасы (Плутон)	$6*10^{12}$
Жер шары радиусы	$6*10^{6}$
Евересттиң бийиклиги	$9*10^{3}$
Усы беттиң қалыңлығы	$1*10^{-4}$
Жақтылық толқыны узынлығы	$5*10^{-7}$
Әпиўийы вирустың өлшеми	$1*10^{-8}$
Водород атомы радиусы	$5*10^{-11}$
Протонның радиусы	$\sim 10^{-15}$

Физикалық шамалардың бирликлери системалары. Физикалық шамалардың бирликлери системасы деп физикалық шамалардың берилген системасы ушын қабыл етилген принциплерге сәйкес дүзилген тийкарғы ҳәм туўынды физикалық шамалардың жыйнағы болып табылады.

Бирликлер системасының тийкарғы бирлиги ретинде берилген бирликлер системасындағы тийкарғы физикалық шаманың бирлиги қабыл етиледи.

Физикалық шамалардың өлшемлери. Физикалық шаманың өлшемлери әдетте дәрежели бир ағзалық түриндеги аңлатпа болып табылады. Мәселен узынлықтың өлшеми L, массаники M ҳәм тағы басқалар.

Тезлик формуласы $\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{s}}{dt}$ аңлатпасында $d\mathbf{s}$ тиң орнына узынлықтың өлшеми L ди, dt ның орнына ўақыттың өлшеми t ны қойып v ның өлшеми ретинде төмендегини аламыз

$$[v] = \frac{L}{T} = L\,T^{-1}.$$

Тап сол сыяқлы $\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt}$ формуласына сәйкес өлшемлерди қойыў арқалы

$$[a] = L\,T^{-2}$$

формуласына ийе боламыз. Ал күш $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ ушын

$$[F] = M \cdot L \cdot T^{-2}.$$

Халық аралық система қабыл етилгеннен бурын қолланылған бирликлер системалары:

Өлшеўлердиң метрлик системасы узынлық бирлиги метр менен масса бирлиги килограмм тийкарғы етип алынған физикалық шамалардың бирликлериниң жыйнағы болып табылады[1]. Дәслеп Францияда қабыл етилген бул система XIX әсирдиң екинши ярымына келе халық аралық мойынлаўға еристи. Бирақ метрлик система ушын ҳәзир қабыл етилген анықламаға сәйкес келмейди. Себеби бул системаға тек ғана шекленген сандағы шамалар киреди (узынлық, масса, ўақыт, майдан, көлем).

Гаусс системасы. Физикалық шамалардың системасы түсиниги биринши рет 1832-жылы немец математиги К.Гаусс тәрепинен киргизилди. Гаусстың идеясы төмендегилерден ибарат: Дәслеп бири биринен ғәрезсиз болған бир неше шама киргизиледи. Бул шамалар тийкарғы шамалар, ал олардың бирликлери бирликлер системасының тийкарғы бирликлери деп аталады. Соның менен бирге тийкарғы бирликлер физикалық шамалар арасындағы байланысларды тәриплеўши формулалар жәрдеминде басқа да шамалардың бирликлерин анықлаўға мүмкиншилик береди. Усындай идея тийкарында Гаусс магнитлик шамалардың бирликлериниң системасын дүзди. Бул системаның тийкарғы бирликлери ретинде узынлық бирлиги миллиметр, массаның бирлиги миллиграмм, ўақыт бирлиги секунд қабыл етилди. Тийкарғы

[1] Дәслеп килограмм массаның емес, ал салмақтың бирлиги сыпатында киргизилди.

шамалардың киши болыўына байланыслы Гаусс системасы кең түрде тарқалмаса да басқа системаларды дүзиўде үлкен унамлы тәсирин жасады.

СГС системасы. Бул система LMT шамалары системасы тийкарында дүзилген. Узынлық бирлиги ретинде сантиметр, масса бирлиги ретинде грамм, ўақыт бирлиги ретинде секунд қабыл етилген. Усындай бирликлер менен механикалық ҳәм акустикалық шамалардың туўынды бирликлери алынады. Термодинамикалық температура кельвинди ҳәм жақтылық күши бирлиги канделаны қосыў арқалы СГС системасы жыллылық ҳәм оптикалық шамаларға қолланылады.

МКС системасы. Бул системада LMT шамалары системасы тийкарында дүзилген. Тийкарғы бирликлери метр, килограмм, секунд. Тийкарғы бирликлер ретинде термодинамикалық температура кельвинди ҳәм жақтылық күши бирлиги канделаны қосыў арқалы МКС системасы жыллылық ҳәм жақтылық шамаларына қолланылады.

МТС системасы. Бул системада LMT шамалары системасы тийкарында дүзилген. Тийкарғы бирликлери метр, тонна, секунд.

МКГСС системасы. Бул система LFT шамалары системасы тийкарында дүзилген. Тийкарғы бирликлери: метр, килограмм-күш, секунд. Ҳәзирги ўақытлары бул система әҳмийетин толығы менен жоғалтты.

СГСЭ электростатикалық бирликлер системасы. СГС системасы тийкарында электрлик ҳәм магнитлик шамалар системаларын дүзиўдиң төмендегидей еки усылы бар: биринши үш тийкарғы бирликлер (сантиметр, грамм, секунд) тийкарында, екиншиси төрт тийкарғы бирликлер тийкарында (сантиметр, грамм, секунд ҳәм электрлик ямаса магнитлик бир бирлик). Биринши усыл тийкарында бирликлердиң электростатикалық системасы (СГСЭ системасы), бирликлердиң электромагнит системасы (СГСМ системасы) ҳәм бирликлердиң симметриялық системасы (SGS системасы) дүзилген.

СГСЭ системасын дүзиўде биринши туўынды электрлик бирлик ретинде Кулон нызамынан келип шығатуғын электр заряды бирлиги киритиледи. Усының менен бирге абсолют диэлектрлик турақлысы 1 ге тең етип алынады. Нәтийжеде электромагнит шамаларын байланыстыратуғын айырым теңлемелерде квадрат түбир астында вакуумдеги жақтылық тезлиги қатнасады.

Бирликлердиң электромагнитлик системасы (СГСМ системасы). СГСМ системасын дүзиўде биринши туўынды электрлик бирлик ретинде Ампер нызамынан келип шығатуғын тоқ күши бирлиги киритиледи. Ал абсолют магнит сиңиргишлик өлшемлери жоқ шама ретинде қаралады. Нәтийжеде электромагнит шамаларын байланыстыратуғын айырым теңлемелерде квадрат түбир астында вакуумдеги жақтылық тезлиги пайда болады.

Бирликлердиң симметриялық системасы (SGS системасы). Бул система СГСЭ ҳәм СГСМ системаларының жыйнағы болып табылады. Бул еки системаның комбинациясы электр ҳәм магнит шамаларын байланыстырыўшы айырым теңлемелерде анық түрде вакуумдеги жақтылық тезлиги пайда болады.

Бирликлердиң халық аралық системасы (SI системасы). Бул система LMTIΘJN шамалары системасы тийкарында дүзилген. SI системасының тийкарғы шамалары төмендегилерден ибарат:

метр (м) - узынлық бирлиги
килограмм (кг) - масса бирлиги
секунд (с) - ўақыт бирлиги
ампер (А) - тоқ күши бирлиги
кельвин (К) - термодинамикалық температура бирлиги
кандела (кд) - жақтылық күши бирлиги
моль (моль) - затлардың муғдары бирлиги

Бул система универсал болып, өлшеўлердиң барлық областларын өз ишине қамтыйды. Оның жети тийкарғы бирлиги жәрдеминде илим ҳәм техникада қолланылатуғын қәлеген физикалық шаманың бирликлерин анықлаў мүмкин.

§ 3. Кеңислик ҳәм ўақыт

Кеңислик ҳәм геометрия. Геометрия ҳәм тәжирийбе. Материаллық ноқат ҳәм материаллық дене. Ноқатлар арасындағы аралық. Абсолют қатты дене. Есаплаў системасы. Координаталар системасы. Кеңисликтеги өлшемлер саны. Әҳмийетли координаталар системасы. Координаталарды түрлендириў. Векторлар. Векторларды қосыў ҳәм векторды санға көбейтиў. Векторларды скаляр көбейтиў. Векторлық көбейме. Векторларды бирлик векторлар жәрдеминде көрсетиў. Радиус-вектор. Ўақыт түсиниги. Дәўирли процесслер. Саатларды синхронизациялаў.

Кеңислик ҳәм геометрия. Барлық материаллық затлар белгили бир узынлыққа ийе, белгили бир көлемди ийелейди, бир бирине салыстырғанда белгили бир тәртипте жайласады. Материаллық денелердиң бул улыўмалық қәсийети көплеген дәўирлер барысында адамлар санасында кеңислик түсиниги түринде қәлиплести. Бул қәсийетлердиң математикалық формулировкасы геометриялық түсиниклер системасы ҳәм олар арасындағы байланыслар түринде анықланды. Геометрия илим сыпатында Евклид тәрепинен буннан 2,5 мың жыл бурын төмендегидей аксиомалар түринде қәлиплестирилди (бул аксиомаларды билиў физиклер ушын жүдә пайдалы):

I. Тийислилик аксиомалары.

1. Қәлеген еки ҳәр қыйлы A ҳәм B ноқатларына усы ноқатлар арқалы өтетуғын базы бир a туўрысы сәйкес келеди.
2. Қәлеген еки ҳәр қыйлы A ҳәм B ноқатларына усы ноқатлар арқалы өтетуғын тек бир сызық сәйкес келеди.
3. Қәлеген туўрыға ең keминде еки ноқат тийисли болады. Бир туўрының бойында жатпайтуғын үш ноқат болады.
4. Бир туўрының бойында жатпайтуғын қәлеген A, B ҳәм C ноқатларына усы ноқатлар арқалы өтиўши ең кеминде бир α тегислиги сәйкес келеди. Қәлеген тегисликке кеминде бир ноқат тийисли болады.
5. Бир туўрының бойында жатпайтуғын қәлеген үш A, B ҳәм C ноқатларына усы ноқатлар арқалы өтетуғын тек бир тегислик тийисли.
6. Егер a туўрысының ҳәр қыйлы болған еки A ҳәм B ноқаты α тегислигине тийисли болса, онда усы a туўрысының барлық ноқатлары да усы тегисликке тийисли болады.
7. Егер еки α ҳәм β тегисликлери улыўмалық A ноқатына ийе болатуғын болса, онда олар A дан басқа җәне кеминде бир B улыўмалық ноқатына ийе болады.
8. Бир тегисликке тийисли болмаған ең кеминде төрт ноқат болады.

II. Тәртип аксиомалары.

1. Егер B ноқаты A ҳәм C ноқатлары арасында жайласқан болса, онда A, B ҳәм C лар базы бир туўрының ҳәр қыйлы ноқатлары болып табылады, соның менен бирге B ноқаты C ҳәм A ноқатлары арасында жайласқан деп айтыўға болады.

2. AC туўрысының бойында жайласқан ҳәр қыйлы A ҳәм C ноқатлары ушын ең кеминде сондай бир B ноқаты табылады ҳәм C ноқаты A менен B арасында жайласады.

3. Бир туўрының қәлеген үш ноқатлары ишинде тек биреўи ғана қалған екеўиниң аралығында жайласады.

4. Мейли A, B, C лар бир туўрыға тийисли емес үш ноқат, ал a болса усы үш ноқаттың хеш қайсысы арқалы өтпейтуғын ABC тегислигиндеги базы бир туўры болсын. Онда егер a туўрысы AB кесиндисин кесип өтетуғын болса, онда ол BC ямаса AC кесиндисин сөзсиз кесип өтеди.

III. Теңлик (сәйкес келиў) аксиомалары.

1. Мейли A ҳәм B лар бир a ноқатының ҳәр қыйлы ноқатлары, ал A' болса туўрысының ноқаты болсын. Онда a' туўрысында A' ты бериў менен анықланған ярым туўрылардың биринде AB кесиндиси $A'B'$ кесиндиси менен бетлесетуғын, яғный бул кесиндилер бир бирине тең болатуғын сондай B' ноқаты барлық ўақытта да табылады. Бул былайынша белгиленеди:

$$AB \equiv A'B'.$$

2. Егер $A'B'$ ҳәм $A''B''$ кесиндилериниң ҳәр бири AB кесиндисине тең болса, онда $A'B'$ кесиндиси $A''B''$ кесиндисине тең болады.

3. Мейли a туўрысында улыўмалық ноқатларға ийе емес еки AB ҳәм BC кесиндилери бар болсын ҳәм сол туўрыда ямаса базы бир a' туўрысында улыўмалық ноқатларға ийе емес $A'B'$ ҳәм $B'C'$ туўрылары берилген болсын. Онда егер $AB \equiv A'B'$ ҳәм $BC \equiv B'C'$ болса, онда $AC \equiv A'C'$ теңлиги орынланады.

4. Мейли тегисликте h ҳәм k нурлары (ярым туўрылары) арасындағы мүйеш $\angle(\mathrm{h},\mathrm{k})$, a' туўрысы ҳәм оған сәйкес келиўши ярым тегисликлердиң бири берилген болсын. Егер h’ белгиси менен белгиленген туўры сызығы a' туўрысының ярым туўрыларының бирине сәйкес келсин. Бундай жағдайда $\angle(\mathrm{h},\mathrm{k})$ мүйеши $\angle(\mathrm{h}',\mathrm{k}')$ пенен бетлесиўи, яғный

$$\angle(\mathrm{h},\mathrm{k}) \equiv \angle(\mathrm{h}',\mathrm{k}')$$

болыўы ушын тек бир k' ярым туўрысы бар болады. Қала берсе $\angle(\mathrm{h}',\mathrm{k}')$ мүйешиниң барлық ишки ноқатлары берилген ярым тегисликте жатады.

Ҳәр бир мүйеш өзине тең, яғный бәрқулла

$$\angle(\mathrm{h},\mathrm{k}) \equiv \angle(\mathrm{h},\mathrm{k})$$

теңлиги орынланады.

5. ABC ҳәм $A'B'C'$ үш мүйешликлери ушын

$$AB \equiv A'B',\ AC \equiv A'C' \text{ ҳәм } \angle BAC \equiv \angle B'A'C'$$

теңликлери орынланатуғын болса, онда

$$\angle ABC \equiv \angle A'B'C'$$

теңлиги де дурыс болады.

IV. Үзликсизлик аксиомалары.

1. Мейли AB ҳәм CD еки ықтыярлы кесинди болсын. Онда AB туўрысында AA_1, A_1A_2, A_2A_3, …, $A_{n-1}A_n$ кесиндилериниң ҳәр бири CD кесиндисине тең болатуғын A_1, A_2, A_3, …, A_{n-1}, A_n ноқатлары табылады. Қала берсе B ноқаты A менен A_n ниң аралығында жатады.

2. Төмендегидей қәсийетлерге ийе a туўрысы бар болады: Егер a туўрысында алынған A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3, … кесиндилериниң екиншисинен баслап қалғанларының бәри өзинен алдыңғы кесиндини өз ишине алатуғын болса, онда сол a ноқатында барлық кесиндилер ушын улыўмалық болған ноқат табылады.

V. Параллеллик аксиомасы.

Мейли a ықтыярлы туўры ҳәм A ноқаты усы a туўрысында жатпайтуғын ноқат болсын. Онда a туўрысы ҳәм A ноқаты арқалы анықланған тегисликте усы A ноқаты арқалы өтетуғын ҳәм a туўрысын кеспейтуғын тек бир ғана туўры болады.

Жоқарыда келтирилген бес аксиомаларда дүзилген геометриялық система ***Евклид геометриясы*** деп аталады.

Материаллық денелердиң қәсийети сыпатында адамның санасында қәлиплескен кеңислик түсиниги кейинирек көплеген илимпазлар менен философлар тәрепинен материаллық денелерден тыс өзинше болмысқа ийе түрде сәўлелендириле басланды. Усының нәтийжесинде геометрия материаллық денелердиң қәсийетлери ҳаққындағы илимнен затлардан тыс жасай алатуғын кеңисликтиң қәсийетлери ҳаққындағы илимге айландырылды. Илимпазлар менен философлардың басқа бир бөлеги кеңислик түсинигин материаллық денелердиң қәсийетлеринен айырмады. Кеңислик түсинигине усындай етип еки түрли көз-қарас пенен қараў илим тарийхында барлық ўақытта бир бирине қарсы қаратылып келди.

Тарийхтан бириң эрамыздан бурынғы V әсирлерде ҳәрекет еткен пифогоршыларды (Пифогор тәлиматының тәрепдарлары) билемиз. Олар кеңисликти материаллық дүньядан пүткиллей бөлек алып қарады. Тап сол дәўирлерде өмир сүрген Платон Әлемниң ишинде денелерден тыс бослық болмайды деген көз қараста болды (бирақ Платон бойынша Әлемнен тыс бослықтың болыўы мүмкин). Ал Аристотель (бизиң эрамыздан бурынғы IV әсир) денелерден ғәрезсиз болған кеңисликтиң болатуғынлығынын мақулламады.

Орайлық Азияда жасаған илимпазларға келсек (мысалы 973-жылы туўылып 1048-жылы қайтыс болған әл-Беруний), олар кеңеслик ҳәм геометрия бойынша Пифагордың көз-қарасын толығы менен қабыл етти.

Материаллық денелер менен кеңисликтиң өз-ара байланыслы екенлиги салыстырмалық теориясында толық көринисин тапты. Кеңислик ҳәм тап сол сыяқлы ўақыт материяның жасаў формасы болып табылады. Сонлықтан кеңислик те, ўақыт та материядан тыс мәниске ийе болмайды. Демек ***геометриялық қатнаслардың өзи ақырғы есапта материаллық денелер арасындағы қатнаслар болып табылады***.

Геометрия ҳәм тәжирийбе. Геометриялық түсиниклер материаллық денелер арасындағы ҳақыйқый қатнаслардың абстракциялары болып табылады. Сонлықтан өзиниң келип шығыўы бойынша геометрия тәжирийбелик илим болып табылады. Өзиниң "қурылыс материалы" сыпатында геометрия ҳақыйқый дүньяның материаллық объектлериниң ноқат, сызық, бет, көлем ҳәм тағы басқалар сыяқлы идеалластырылған образларын пайдаланады. Усындай образлардың жәрдеминде ҳақыйқый дүньяның модели жаратылады. Көп ўақытларға шекем геометрия менен ҳақыйқый дүнья арасындағы қатнас ҳаққындағы мәселе пайда болған жоқ. Себеби ҳақыйқый дүньяның ақылға муўапық келетуғын модели Евклид геометриясы деп есапланып келди. Бирақ бираз ўақытлардың өтиўи менен Евклидлик емес болған ҳәм бир бири менен қайшы келмейтуғын геометриялардың бар екенлиги илимпазлар тәрепинен дәлилленди. Сонлықтан қайсы геометрияның бизди қоршап турған ҳақыйқый дүньяны дурыс сәўлелендиретуғынлығын көрсетиў геометриялық нәтийжелерди Әлемде орын алған жағдайлар менен эксперименттиң жәрдеминде салыстырып көриў менен ғана әмелге асырылып тексерип көрилиўи мүмкин.

Мысалы Евклид геометриясы бойынша үш мүйешликтиң ишки мүйешлериниң қосындысы π ге тең болыўы керек. Бундай деп таыстыйықлаўдың дурыслығын тәжирийбеде анықлаўға болады. Ҳақыйқатында да туўры сызық еки ноқат арасындағы ең қысқа аралыққа сәйкес келеди. Сонлықтан материаллық дене менен байланысқан үш ноқатты алып, төбелери усы ноқатларда жайласқан үш мүйешликти пайда етиў мүмкин. Ал усы мүйешлерди өлшегенде усы үш мүйештиң де бирдей жағдайларда турғын ямаса турмағанлығы, материаллық дениниң усы үш ноқатқа салыстырғанда өзгермеслиги ҳаққында сораўлар пайда болады. Сондай-ақ узынлықты өлшеў узынлық бирлиги сыпатында қабыл етилген шама менен салыстырыў болып табылады. Бирақ 1 ге тең етип қабыл етилген узынлық бир орыннан екинши орынға көшкенде турақлы мәниске ийе болып қалама деген сораў мәниске ийе бола ма? Ал бул сораў үлкен ҳәм қатаң әҳмийетке ийе. Сонлықтан бир денени бир бирликке тең деп қабыл етилген екинши дене менен өлшеў екинши денени биринши дениниң жәрдеминде өлшеў менен барабар болады.

Ҳәзирги ўақытлары Евклид геометриясының атом ядросының өлшемлеринен он есе кем аралықлардан (10^{-16} метрден) Әлемниң өлшемлерине тең болған 10^{26} метр (шама менен 10^{10} жақтылық жылы) аралықларға шекемги өлшемлерде дурыс болатуғынлығы дәлилленген. Ал салыстырмалық теориясы бойынша 10^{26} метрден үлкен қашықлықларда кеңисликтиң Евклидлик емеслиги көрине баслайды.

Материаллық ноқат. Механикалық системалардың моделлери дүзилгенде материаллық ноқат түсиниги әҳмийетли абстракцилардың бири болып табылады. **Материаллық ноқат деп өлшемлери ара қашықлықларына салыстырғанда салыстырмас киши болған материаллық денени түсинемиз**. Шектеги жағдайларда бул түсиник **математикалық ноқатқа** айланады.

Материаллық дене. Материаллық дене деп материаллық ноқатлардың жыйнағына айтылады. Бул материаллық ноқатлар бир биринен айрылатуғын (мысалы кеңисликтеги жайласыўы бойынша) болыўы керек. Усыған байланыслы материаллық дениниң ҳәр қыйлы ноқатларының бир бирине салыстырғандағы жайласыўлары ҳаққында айтыў мүмкин. Тәжирийбелер базы бир материаллық денелердиң бөлеклериниң бир бирине салыстырғанда еркинликке ийе екенлигин, олардың бир бирине салыстырғанда қозғала алатуғынлығын көрсетеди. Бундай денелер суйық денелер болып табылады. Ал атты денелерде болса ҳәр қыйлы бөлимлерди бир бирине салыстырғанда ийелеген орынларының турақлылығы менен тәрипленди. Ийелеген орынларының турақлылығы дениниң өлшемлериниң турақлы екенлигин айтыўға мүмкиншилик береди. Нәтийжеде ҳәр қыйлы қатты денелердиң өлшемлерин салыстырыў мүмкиншилигин аламыз ҳәм денелердиң узынлықлары ҳаққында санлық информацияларға ийе боламыз.

Ноқатлар арасындағы аралық. Жоқарыда гәп етилгениндей материаллық дене материаллық ноқатлардың жыйнағынан турады. Узынлықтың өлшем бирлигин сайлап алыў арқалы бир өлшемли кеңликти, яғный узынлықты өлшеў мүмкин. Бул сызықлар материаллық денениң ноқатлары арқалы өткерилген болыўы мүмкин. Материаллық денениң еки ноқаты бир бири менен шексиз көп сызықлар менен тутастырыўға болады. Бул сызықлардың узынлықлары өлшенеди. Егер усы сызықларды алып талласақ, олардың ишиндеги ең узынын ҳәм кең келтесин табыў мүмкин. Бул ең киши узынлыққа ийе сызық еки ноқат арасындағы аралық (қашықлық) деп аталады, ал сызықтыө өзи болса туўры (туўры сызық) деп аталады. Ноқатлар арасындағы аралық түсиниги материаллық дене түсиниги менен тығыз байланыслы. Егер қандай да бир материаллық денениң бөлимлери болып табыламйтуғын еки ноқат бар болатуғын болса, бул еки ноқат көз алдымызға келтирилген материаллық дүньяның еки ноқаты болып табылады.

Абсолют қатты дене. Абсолют қатты дене деп қәлеген еки ноқаты арасындағы аралық өзгермейтуғын денеге айтамыз[2].

Есаплаў системасы. Ойда алынған абсолют қатты дене есаплаў системасы сыпатында қолланылады. Бул абсолют қатты денеге салыстырғанда үйренилип атырған изоляцияланған ямаса денеге кириўши материаллық ноқаттың аўҳалы (тегисликтиң, кеңисликтиң қай ноқатында жайласқанлығы) анықланады. Есаплаў системасы барлық кеңисликти ийелейди. Кеңисликтиң ноқатын тәриплеў дегенимиз есаплаў системасының сәйкес ноқатын бериў болып табылады. Үйренилип атырған материаллық ноқатлардың аўҳалы саплаў системасының ноқатының жайласқан орны менен анықланады. Сонлықтан есаплаў системасының ноқатларының аўҳалларын қалай анықлаў керек деген мәселе пайда болады. Бул координаталар системасын ендириў менен әмелге асады.

Координаталар системасы. Берилген есаплаў системасында аралық (қашықлық), сызықлар, туўрылар, мүйешлер ҳәм тағы басқа түсиниклер анықланған болсын. Олар арасындағы қатнасларды анықлаў мәселеси эксперименталлық мәселе болып табылады. Гейпара қатнаслар өз-өзинен түсиникли, айқын, дәллилеўди талап етпейтуғын қатнаслар болып табылады. Бундай болған қатнаслар (қатнаслар ҳаққындағы анықламалар) аксиомалар деп аталады (мысалы Евклид аксиомалары). Аксиомалардың ҳәр қыйлы системалары ҳәр қыйлы геометрияға алып келеди. Геометриялардың ҳәр бири ҳақыйқый дүньяда бар бола алатуғын қатнаслардың геометриялық модели болып табылады. Тек эксперимент ғана сол геометриялардың қайсысының биз жасап атырған физикалық дүньяның геометриялық модели екенлигин көрсете алады. Үлкен қашықлықларда (10^{-16} метрден 10^{25} метр аралықларында) Евклид геометриясының үлкен дәлликте дурыс екенлигин жоқарыда айтып өткен едик. Ендигиден былай механиканы үйрениў барысында қайсы геометрияның қолланылып атырғанлығы атап айтып өтилмесе Евклид геометриясы қолланылып атыр деп түсиниўимиз керек.

Материаллық ноқат ямаса қатты денелердиң қозғалысын тәриплеў ушын ноқатлардың аўҳалын бериў усылын келисип алыў керек. Материаллық ноқаттың «адресиниң» есаплаў системасындағы ойымыздағы ноқаттың «адреси» менен анықланатуғынлығын айтып едик. Солай етип есаплаў системасында ҳәр бир ноқаттың «адресин» анықлаў мәселеси пайда болады. Соның менен бирге ҳәр бир ноқат басқа ноқаттикинен басқа анық «адреске» ийе болыўы керек. Ал ҳәр бир «адрес» белгили бир ноқатқа сәйкес келиўи керек. Мысалы күнделикти турмыста ҳәр бир үй адреске ийе (мәмлекет, қала, көше ҳәм тағы басқалар). Усындай етип «адрести» бериў үйлер, мәкемелер, оқыў орынлары ҳәм басқалар ушын қанаатланлырарлық нәтийже береди. Бирақ бундай етип «адрести» бериў есаплаў системасының барлық объектлери ушын

[2] «Аралық» ҳәм «қашықлық» сөзлери бирдей мәнисте қолланылады.

қолланылмайды. Мысалы айқын жолдың бойындағы айқын ойда жыйланған суўдың адреси берилмейди. Ал физикаға болса областлардың емес, ал ноқатлардың адресин анықлайтуғын система керек. Буның ушын геометриядан белгили болған координаталар системасы пайдаланылады.

Координаталар системасын киргизиў (изертлеўлер жүргизиў ушын әмелге ендириў) есаплаў системасындағы ҳәр қыйлы ноқатларға «адреслер» жазып шығыўдың усылын келисип алыў деген сөз. Мысалы Жер бетиндеги ноқаттың «адреси» өлшеми мүйешлик градус болған санлар жәрдеминде бериледи деп келисип алынған. Биринши санды кеңлик, ал екиншисин узынлық деп атайды. Жер бетиндеги ҳәр бир ноқат меридиан менен параллелдиң кесилисиўинде жайласады. Сонлықтан сол ноқаттың «адреси» палаллел менен меридианға жазылған еки сан менен бериледи. Усындай етип «адрес» анықланғанда бир мәнислилик тәмийинлениўи тийис. Бул ҳәр бир меридиан менен ҳәр бир параллелге анық бир санның жазылыўы менен әмелге асады.

Кеңисликтиң өлшемлер саны. Биз жоқарыда көрген жер бетиндеги ноқаттың «адресин» анықлаў мәселеси сәйкес еки санды анықлаў менен шешиледи. Бул жерде зәрүр болған санлардың санының еки болыўы үлкен әҳмийетке ийе. Себеби ноқаттың аўҳалы (турған орны) Жер бетинде анықланады. ***Ноқаттың тегисликтеги аўҳалы еки сан жәрдеминде анықланады. Басқа сөз бенен айтқанда тегислик еки өлшемли кеңислик болып табылады***.

Биз жасайтуғын кеңислик үш өлшемли. Бул ҳәр бир ноқаттың аўҳалы үш санның жәрдеминде анықланатуғынлығынан дерек береди.

Көп өлшемли кеңисликтң де болыўы мүмкин. Егер кеңисликтеги ноқаттың аўҳалы n дана сан менен анықланатуғын болса, онда n өлшемли кеңислик ҳаққында гәп етемиз. Физика илиминде кеңисликке тийисли болмаған өзгериўшилер ҳаққында айтқанда көп жағдайларда усы кеңисликлик емес өзгериўшилер кеңислиги ҳаққында айтылады. Мысалы физикада бөлекшениң импульси әҳмийетли орын ийелейди. Сонлықта бир қанша жағдайларда импульслер кеңислиги ҳаққында айтқан қолайлы. Бундай кеңисликке бөлекшениң импульсин тәриплейтуғын бир биринен ғәрезсиз болған шамаларды жазамыз («адрести» анықлаў ушын сондай шамалар қоланылады). Усындай етип улыўмаластырылған түсиниклерди пайдаланыў сөзлерди қолланыўды кемейтеди, барлық талқылаўлар түсиниклирек ҳәм көргизбелирек болады.

Әҳмийетли координаталар системалары. Координаталар системасының оғада көплеген түрлери белгили. Бирақ солардың ишинде әсиресе физика илиминде ең әпиўайылары ҳәм әҳмийетлилери қоланылады. Бундай координаталар системаларының саны көп емес ҳәм олар ҳаққындағы мағлыўматлар көп санлы китапларда берилген. Солардың ишинде физика илимин үйрениў ушын төмендеги координаталар системалары есте сақланыўы тийис:

1). Тегисликтеги координаталар системалары:

1а). Туўры мүйешли Декарт координаталар системасы. Ноқаттың аўҳалы (x, y) еки санының жәрдеминде бериледи. Бул жерде x ҳәм y узынлықлар болып табылады (3-1 а сүўрет).

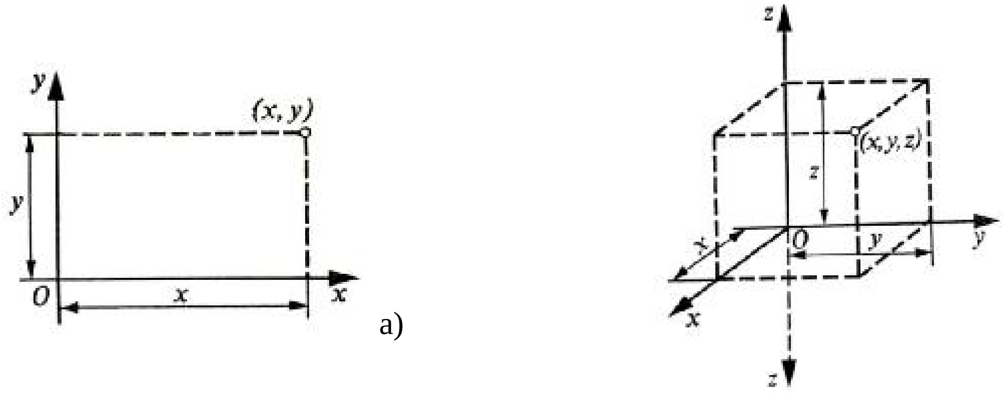
1б). Поляр координаталар системасында тегисликте ноқаттың аўҳалын тәриплейтуғын еки сан (ρ, φ) узынлық ρ ҳәм мүйеш φ болып табылады (3-2 сүўрет).

2). Кеңисликте:

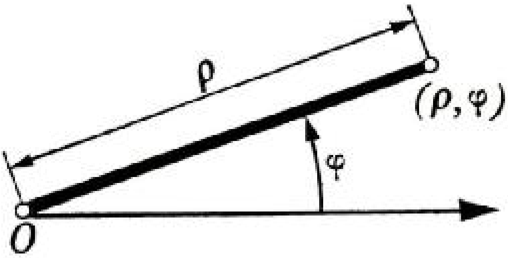
2а). Туўры мүйешли Декарт координаталар системасы. Бундай жағдайда ноқаттың кеңисликтеги аўҳалын тәриплейтуғын (x, y, z) шамаларының үшеўи де узынлықлар болып табылады (3-1 b сүўрет).

Еки түрли туўры мүйешли Декарт координаталар системасының бар екенлигин атап өтемиз. Бундай координаталар системаларын қозғалтыў арқалы бир бири менен бетлестириў мүмкин емес. Бул системалардың бири **оң**, ал екиншиси **терис координаталар системасы** деп аталады. Бундай координата системалары көшерлериниң бир бирине салыстырғандағы бағытлары бойынша бир биринен айрылады. Оң системада z көшериниң бағыты x ҳәм y көшерлериниң бағытларына салыстырғанда **оң винт қәдеси** бойынша анықланады (сүўретте оң система келтирилген).

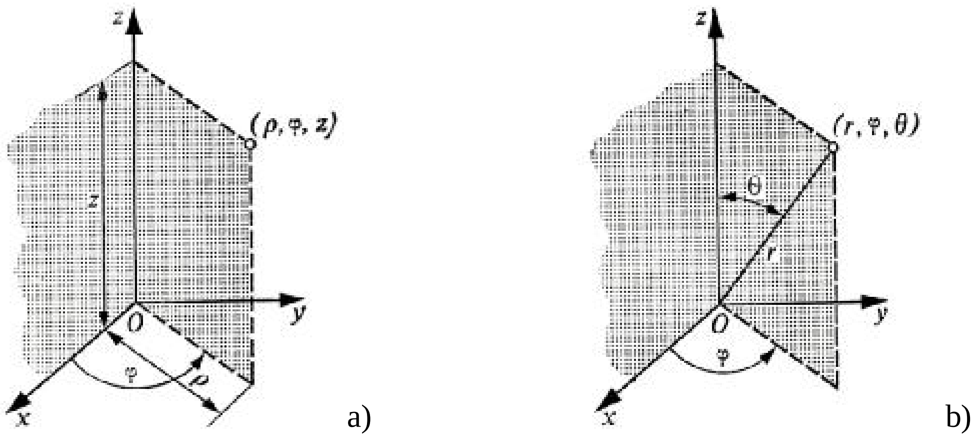
2б). Цилиндрлик координаталар систмасындағы ноқаттың кеңисликтеги аўҳалы анықланатуғын үш шама болған (ρ, φ, z) лердиң екеўи узынлық (ρ ҳәм z), биреўи мүйеш (φ) болып табылады (3-3 а сүўретте келтирилген).



3-1 сүўрет. Туўры мүйешли а) тегисликтеги, b) кеңисликтеги Декарт координаталар системалары



3-2 сүўрет. Поляр координаталар системасы.



3-3 сүўрет. Цилиндрлик (а) ҳәм сфералық (b) координаталар системалары.

2в). Сфералық деп аталатуғын координаталар системасында ноқаттың аўҳалын анықлайтуғын (r, φ, θ) үш санының биреўи узынлық (r), ал қалған екеўи мүйеш болып табылады (φ ҳәм θ, 3-3 b сүўрет).

Координаталар системаларындағы ноқаттың аўҳалын анықлайтуғын үш сан ноқаттың координаталары деп аталады.

Бир координаталар системасынан екиншисине өтиў. Бир координаталар системасындағы ноқаттың координаталары менен екинши координаталар системасындағы сол ноқаттың координаталарын байланыстыратуғын формулалар координаталарды түрлендириў деп аталады. Усы параграфта келтирилген сүўретлер жәрдеминде бир координаталар системасынан екинши координаталар системасына түрлендириў формулаларын аңсат келтирип шығарыўға болады.

Цилиндрлик координаталардан Декарт координаталар системасына өтиў формулалары

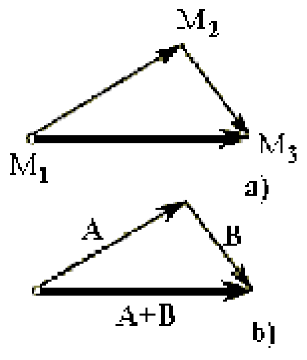
$$x = \rho \cdot \cos\varphi, \quad y = \rho \cdot \sin\varphi, \ \ z = z\,.$$

Сфералық координаталардан Декарт координаталарына өтиў

$$x = r \cdot \sin\theta \cdot \cos\varphi, \quad y = r \cdot \sin\theta \cdot \sin\varphi, \quad z = r \cdot \cos\theta\,.$$

Векторлар. Көп физикалық шамалар бир санның жәрдеминде бериледи. Бундай шамалар қатарына масса ҳәм температура киреди. Бундай шамалар скалярлар деп аталады. Ал бир қанша физикалық шамаларды бериў ушын бир неше сан талап етиледи. Мысалы тезлик тек сан шамасы бойынша емес, ал бағыты бойынша да анықланады. Сфералық координаталар системасында бағыттың кеңисликте еки санның, атап айтқанда φ ҳәм θ мүйешлериниң жәрдеминде берилетуғынлығы көринип тур. Сонлықтан тезлик үш санның жәрдеминде тәрипленеди. Бундай шамаларды **векторлар** деп атаймыз. Векторды абсолют мәниси ҳәм бағыты бойынша анықланады деп айтады. **Бирақ үш сан менен анықланатуғын барлық физикалық шамалар векторлар болып табылмайды.** Вектор болыўы ушын бул үш сан бир координаталар системасынан екиншисине өткенде төменде келтирилген базы бир қәделер тийкарында түрлениўи шәрт.

Векторлар басқа оқыўлықтағылар сыяқлы бул лекциялар текстлеринде жуўан ҳәриплер менен берилеген. Мысалы $\mathbf{A}$ вектор, оның абсолют мәниси A ямаса $|\mathbf{A}|$ түринде белгиленген.



3-4 сүўрет. Векторларды қосыў. Векторларды қосыў қәдеси аўысыўларды қосыўдың тәбийий түрдеги улыўмаластырыўы болып табылады.

Векторларды қосыў ҳәм векторды санға көбейтиў. Вектор түсинигин физикада қолланыўдың ең әҳмийетлилерениң бири бул вектордың аўысыўы болып табылады. Егер базы бир материаллық ноқат M_1 аўҳалынан M_2 аўҳалына орнын алмастыратуғын болсын (3-4 сүўрет), оның орын алмастырыўы $\overrightarrow{M_1M_2}$ векторы менен тәрипленеди. Бул вектор M_1 ҳәм M_2 ноқатларын байланыстыратуғын кесинди жәрдеминде сәўлеленлдириледи ҳәм M_1 ден M_2 ге қарай бағытланған. Егер буннан кейин ноқат M_2 ноқатынан M_3 ноқатына орын алмастыратуғын болса бул еки орын алмасыўдың избе-излиги (ямаса бул еки аўысыўдың қосындысы) $\overrightarrow{M_1M_3}$ бир орын алмастырыўына тең болады ҳәм бул былайынша жазылады:

$$\overrightarrow{M_1M_2} + \overrightarrow{M_2M_3} = \overrightarrow{M_1M_3}.$$

Бул формула векторларды қосыў қәдесин береди ҳәм көпшилик жағдайда параллелограмм қәдеси деп те аталады. **Параллелограмм қәдеси бойынша векторлардың қосындысы усы векторлар тәреплери болып табылатуғын параллелограммның диагоналының узынлығына тең**.

Орын алмастырыўлыр мысалында векторлардың қосындысының орын алмастырыўлардың избе-излигинен ғәрезсиз екенлигин көриўге болады. Сонлықтан

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{A}.$$

Векторды оң белгиге ийе санға көбейтиў вектордың абсолют шамасын вектордың бағытын өзгертпей сол санға көбейтиўге алып келинеди. Егер векторды белгиси терис санға көбейтсек вектордың бағыты қарама-қарсы бағытқа өзгереди.

Векторларды скаляр көбейтиў. Еки $\mathbf{A}$ ҳәм $\mathbf{B}$ векторларының скаляр көбеймеси $(\mathbf{A}, \mathbf{B})$ деп векторлардың абсолют мәнислериниң көбеймесин сол векторлар арасындағы мүйештиң косинусын көбейткенде алынатуғын санға тең шамаға айтамыз. Яғный

$$(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = |\mathbf{A}| \cdot |\mathbf{B}| \cdot \cos\left(\widehat{\mathbf{A}, \mathbf{B}}\right).$$

Скаляр көбейме ушын төмендегидей қағыйдалардың дурыс болатуғынлығын аңсат тексерип көриўге болады:

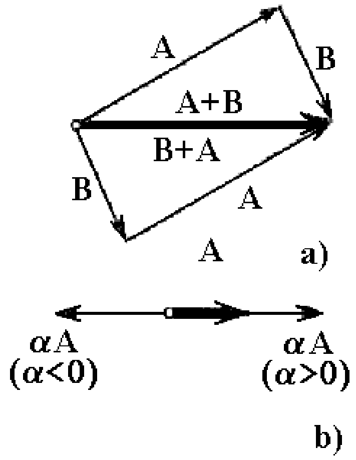
$$(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = (\mathbf{B}, \mathbf{A});$$
$$(\mathbf{A}, \mathbf{B} + \mathbf{C}) = (\mathbf{A}, \mathbf{B}) + (\mathbf{A}, \mathbf{C});$$
$$(\mathbf{A}, \alpha\mathbf{B}) = \alpha(\mathbf{A}, \mathbf{B}).$$

Бул жерде α арқалы ықтыярлы сан белгиленген (3-5 сүўрет).

Векторлық көбейме. $\mathbf{A}$ ҳәм $\mathbf{B}$ векторларының векторлық көбеймеси $[\mathbf{A}, \mathbf{B}]$ деп төмендегидей усылда анықланатуғын $\mathbf{D}$ векторын айтамыз (3-6 сүўрет):

1. $\mathbf{D}$ векторы $\mathbf{A}$ ҳәм $\mathbf{B}$ векторлары жатырған тегисликке перпендикуляр, бағыты егер $\mathbf{A}$ векторын $\mathbf{B}$ векторының үстине жатқызыў ушын ең қысқа жол бойынша бурғанда оң бурғының жылжыў бағыты менен бағытлас. Солай етип $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{D}$ векторлары бир бирине

салыстырғанда оң координаталар системасының x, y, z көшерлериниң оң бағытларындай болып бағытланған.



3-5 сүўрет. Векторларды қосыўдың коммутативлилиги (a) ҳәм векторды санға көбейтиў (b).

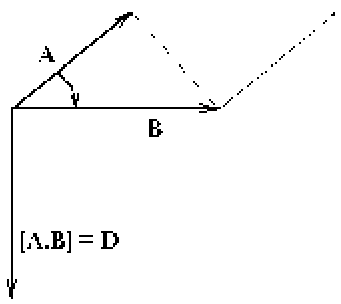
2. Абсолют шамасы бойынша **D** векторы өз-ара көбейтилиўши векторларының абсолют мәнислериниң көбеймесин усы векторлар арасындағы мүйештиң синусына көбейткенде алынатуғын санға тең:

$$|\mathbf{D}| = |\mathbf{A},\mathbf{B}| = |\mathbf{A}||\mathbf{B}| \cdot \sin\left(\mathbf{A}\hat{,}\mathbf{B}\right).$$

Бул жерде **A** ҳәм **B** векторлары арасындағы мүйештиң **A** дан **B** ға қарай ең қысқа жол бағытында алынатуғынлығыны үлкен әҳмийетке ийе. 3-6 сүўретте векторлық көбейтмениң абсолют мәниси өз-ара көбейтилиўши еки вектордан дүзилген параллелограммның майданына тең екенлиги көринип тур.

Векторлық көбейтмениң төмендегидей қәсийетлерге ийе болатуғынлығын аңсат дәлиллеўге болады:

$$[\mathbf{A},\mathbf{B}] = -[\mathbf{B},\mathbf{A}];$$
$$[\mathbf{A},\mathbf{B}+\mathbf{C}] = [\mathbf{A},\mathbf{B}] + [\mathbf{A},\mathbf{C}];$$
$$[\mathbf{A},\alpha\mathbf{B}] = \alpha[\mathbf{A},\mathbf{B}].$$



3-6 сүўрет. $[\mathbf{A},\mathbf{B}] = \mathbf{D}$ векторлық көбеймеси.

D векторы өз-ара көбейтилетуғын векторлар жатқан тегисликке перпендикуляр бағытланған.

Векторларды бирлик векторлар жәрдеминде көрсетиў. Вектордың бағытын **бирлик өлшем бирлиги жоқ** вектордың жәрдеминде көрсетиўге болады. Қәлеген **A** векторын былайынша жазыў мүмкин:

$$\mathbf{A} = \frac{\mathbf{A}}{|\mathbf{A}|}|\mathbf{A}| = \mathbf{n} \cdot |\mathbf{A}| = \mathbf{nA} .$$

Бул жерде $\mathbf{n} = \frac{\mathbf{A}}{|\mathbf{A}|}$ бағыты $\mathbf{A}$ векторы менен бағытлас бирлик вектор болып табылады.

Радиус-вектор. Ноқаттың аўҳалы сәйкес координаталар системасында үш санның жәрдеминде анықланады. Ҳәр бир ноқатты есаплаў басы деп аталыўшы базы бир ноқаттан орын алмастырыўдың нәтийжесинде пайда болған пункт деп көз алдымызға келтириўимиз мүмкин. Сол ушын бул ноқатты дәслепки ноқат (есаплаў басы) пенен усы ноқатты тутастыратуғын аўысыў векторы менен тәриплеў мүмкин. Бул вектор **радиус-вектор** деп аталады. Егер ноқаттың аўҳалы (кеңисликте ийелеген орны) радиус-вектор менен белгиленетуғын болса қандай да бир координата системасын қолланыўдың зәрүрлиги жоғалады. Усындай жоллар менен көп санлы физикалық қатнаслар әпиўайыласады ҳәм көргизбели түрге енеди. Зәрүр болған жағдайларда координаталар системаларына өтиў таяр формулалар жәрдеминде әмелге асырылады. Мысалы Декарт координаталар системасында $\mathbf{r}$ радиус-векторын координата көшерлерине параллел болған үш вектордың ($\mathbf{i}x$, $\mathbf{j}y$, $\mathbf{k}z$ векторлары) қосындысы түринде былайынша жазылады:

$$\mathbf{r} = \mathbf{i}x + \mathbf{j}y + \mathbf{k}z .$$

x, y, z санлары $\mathbf{r}$ радиус-векторының қураўшылары деп аталады.

Бир координаталар системасынан екинши координаталар системасына өткенде радиус-векторлардың қураўшылары сәйкес түрлендириўлерге ушырайды. Әпиўайы мысал келтиремиз ҳәм бул мысалда бир Декарт координаталар системасынан (xyz координаталар системасы) екинши Декарт координаталар системасына ($x'y'z'$ координаталар системасы, бундай еки координаталар системасы бир бирине салыстырғанда бурылған болыўы мүмкин) өткендеги түрлендириў формулаларын келтиремиз:

$x\,y\,z$ системасында векторды координата көшерлери бағытында бағытланған үш $\mathbf{ix}$, $\mathbf{jy}$, $\mathrm{k}\mathbf{z}$ векторларының қосындысы түринде былайынша жазамыз

$$\mathbf{r} = \mathbf{i}x + \mathbf{j}y + \mathbf{k}z .$$

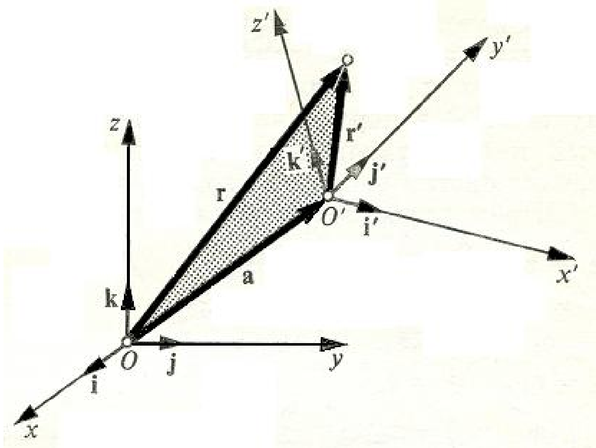
x, y, z шамалары $\mathbf{r}$ радиус-векторының қураўшылары деп аталады. Олар $\mathbf{r}$ ди тәриплейтуғын ноқаттың координаталарына сәйкес келеди. $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ векторлары бирлик векторлар болып табылады. Олар координата системасының ортлары деп те аталады.

$\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ бирлик векторлары арасында мынадай қатнаслар орын алады:

$$\mathbf{i}^2 + \mathbf{j}^2 + \mathbf{k}^2 = 1, \quad (\mathbf{i}, \mathbf{j}) = (\mathbf{k}, \mathbf{j}) = (\mathbf{i}, \mathbf{k}) = 0 .$$

Векторлық көбейтиўдиң анықламасы тийкарында тиккелей табамыз:

$$[\mathbf{i},\mathbf{j}]=\mathbf{k},\quad [\mathbf{j},\mathbf{k}]=\mathbf{i},\quad [\mathbf{k},\mathbf{i}]=\mathbf{j},$$
$$[\mathbf{i},\mathbf{i}]=0,\quad [\mathbf{j},\mathbf{j}]=0,\quad [\mathbf{k},\mathbf{k}]=0.$$



3-6 а сүўрет. Декарт координаталарын түрлендириў. **a** векторы штрихланған координаталар системасының штрихланбаған координаталар системасына салыстырғандағы аўҳалын тәриплейди. Ал еки координата системасының ортлары арасындағы мүйешлердиң косинуслары усы еки координаталар системаларының кеңисликтеги өз-ара бағытларын анықлайды.

Декарт координаталарын түрлендириў. Векторлық жазыўлардан пайдаланып бир Декарт координаталар системасынан екиншисине өткендеги түрлендириў формулаларын аңсат табыўға болады. Улыўма жағдайда сол еки координаталар системасы координата баслары бойынша да, көшерлериниң бағытлары бойынша да сәйкес келмейтуғын болсын. Бул жағдай 3-6 а сүўретте көрсетилген. $x'y'z'$ координаталар системасында былайынша жазыў керек:

$$\mathbf{r}'=\mathbf{i}x'+\mathbf{j}y'+\mathbf{k}z'.$$

3-6 а сүўреттен $\mathbf{r}$ ҳәм $\mathbf{r}'$ векторлары арасында мынадай байланыстың орын алатуғынлығы көринип тур:

$$\mathbf{r}=\mathbf{a}+\mathbf{r}'$$

Түрлендириў формулаларын әпиўайыластырыў ушын белгилеўлер қабыл етемиз:

$$x=x_1,\quad y=x_2,\quad z=x_3,$$
$$x'=x_{1'},\quad y'=x_{2'},\quad z'=x_{3'};$$
$$\mathbf{i}=\mathbf{e}_1,\ \mathbf{j}=\mathbf{e}_2,\ \mathbf{k}=\mathbf{e}_3$$
$$\mathbf{i}'=\mathbf{e}_{1'},\quad \mathbf{j}'=\mathbf{e}_{2'},\quad \mathbf{k}'=\mathbf{e}_{3'}$$

$$\cos\left(\mathbf{e}_m \widehat{,} \mathbf{e}_{n'}\right)=\alpha_{mn'},\quad (m = 1, 2, 3;\ n' = 1', 2', 3').$$

Координаталар баслары бир ноқатта болған ($\mathbf{a}=0$) еки Декарт координаталар системалары ушын түрлендириў формулалары енди былайынша жазылады:

$$\begin{aligned} x_1&=\alpha_{11'}x_{1'}+\alpha_{12'}x_{2'}+\alpha_{13'}x_{3'},\\ x_2&=\alpha_{21'}x_{1'}+\alpha_{22'}x_{2'}+\alpha_{23'}x_{3'},\\ x_3&=\alpha_{31'}x_{1'}+\alpha_{32'}x_{2'}+\alpha_{33'}x_{3'}.\end{aligned}\tag{3.1}$$

Усы түрде түрлендириў формулаларын есте сақлаў жүдә аңсат. Физикалық шаманың вектор болыўы ушын сол үш сан бир координаталар системасынан екиншисине өткенде (3-1) формула жәрдеминде түрлениўи зәрүр.

Физикалық шаманың вектор болыўы ушын бул үш сан бир координаталар системасынан екинши координаталар системасына өткенде

$$x_1 = \alpha_{11'} x_{1'} + \alpha_{12'} x_{2'} + \alpha_{13'} x_{3'},$$
$$x_2 = \alpha_{21'} x_{1'} + \alpha_{22'} x_{2'} + \alpha_{23'} x_{3'},$$
$$x_3 = \alpha_{31'} x_{1'} + \alpha_{32'} x_{2'} + \alpha_{33'} x_{3'}.$$

формулаларының жәрдеминде түрлендирилиўи зәрүр.

Базы бир әҳмийетли жуўмақлар:

Векторларды қосыў қәдеси мақсетке муўапықлығы бир қатар физикалық шамалардың қәсийетлери бойынша тастыйықланатуғын анықлама болып табылады.

Үш сан менен тәрипленетуғын физикалық шама көпшилик жағдайларда вектор болып табылады. Усындай үш санның вектор болыўы ушын (дурысырағы вектордың қураўшылары болыўы ушын) бир координаталар системасынан екинши координаталар системасына өткенде (3.1)-формула бойынша түрлениўи шәрт.

Радиус-вектор қандай да бир координаталар системасының бар болыўынан ғәрезли емес.

Егер қандай да бир координаталар системасы сайлап алынатуғын болса, радиус-векторды усы координаталар системасында аңлатыў мүмкин.

Анықламасы бойынша радиус-вектор координата басынан басланады. Ал басқа векторлардың басы басқа ноқатларда жайласыўы мүмкин.

Ўақыт түсиниги. Бизди қоршап турған ўақыт барқулла өзгерип турады. Процесслер бир биринен соң белгили бир избе-изликте өтеди, ҳәр бир процесс белгили бир узақлыққа (буннан былай ўақыт бойынша узақлық нәзерде тутылады) ийе. Өзгериўши, раўажланыўшы дүньяның улыўмалық қәсийети адамлар санасында ўақыт түсиниги түринде қәлиплескен.

Ўақыт деп материаллық процесслердиң анық узақлыққа ийе болыўын, бир биринен кейин қандайда бир избе-изликте жүзеге

келиўин, этаплар ҳәм басқышлар бойынша раўажланыўын түсинемиз.

Солай етип ўақыттың материядан ҳәм оның қозғалысынан ажыратылыўы мүмкин емес. Сол сыяқлы кеңисликти де ўақыттан ажыратыўға болмайды. Материаллық процесслерден тыс ажыратып алынған ўақыт мазмунға ийе емес. Тек ғана кеңислик пенен ўақытты бир бирине байланыслы етип қараў физикалық мәниске ийе.

Дәўирли процесслер. Тәбиятта жүретуғын көп санлы процесслер ишинде биринши гезекте **қайталанатуғын процесслер** көзге түседи. Күн менен түнниң, жыл мәўсимлериниң, аспанда жулдызлардың қозғалысларының қайталаныўы, жүректиң соғыўы, дем алыў ҳәм басқа да көп санлы қубылыслар қайталаныўшы процесслерге киреди. Усы қубылысларды үйрениў ҳәм салыстырыў материаллық процесслердиң узақлығы идеясын пайда етеди, ал узақлықларды салыстырыў усы узақлықларды өлшеў идеясының пайда болыўына алып келеди. Мүмкин болған процесслерди өлшеў усы процесслердиң ишиндеги ең турақлы түрде қайталанатуғын процессти айырып алыўға мүмкиншилик береди. Бул айырып алынған процесс өлшеў эталоны хызметин атқарады.

Дәўирли процессти өлшеў ушын қабыл етилген эталон саат деп аталады.

Саатты қабыл етиў менен бирге дәрҳәл ҳәр қандай есаплаў ноқатларындағы саатлар бирдей болып жүре ме деп сораў бериледи. Бул төмендегини билдиреди: Мейли базы бир физикалық процесс бир ноқаттан екинши ноқатқа информация жеткерип беретуғын болсын. Бундай процессти ***сигнал*** деп атаймыз. Сигнал болып жарқ етип жанған жақтылық, мылтықтан атылған оқ хызмет етиўи мүмкин. Бул сигналлардың тарқалыў нызамларын анық билип отырыўдың қәжети жоқ. Тек ғана сигналды жибериў, қабыл етиў өзгермейтуғын бирдей жағдайларда әмелге асатуғынлығын билиў керек. Усындай шәртлер орынланатуғын жағдайда бир ноқаттан бирдей ўақыт аралықлары өтиўи менен сигнал жиберип отырамыз. Егер екинши ноқатта усы сигналлар биринши ноқаттағыдай ўақыт аралықларында келип жететуғын болса еки ноқатта да саатлардың жүриў тезлиги бирдей деп есаплаймыз. Бундай салыстырыўларды қәлеген еки ноқатлар арасында жүргизиўге болады. Мейли A менен B ноқатларындағы саатлардың жүриў тезликлери ҳәм B менен C ноқатларындағы саатлардың жүриў тезликлери бирдей болып шыққан болсын. Бундай жағдайда A ҳәм C ноқатларындағы саатлардың да жүриў тезликлери бирдей деп жуўмақ шығарамыз.

Принципинде бул тәжирийбелер еки нәтийже береди: 1) қарап атырылған системаның ҳәр қандай ноқатларындағы саатлардың жүриў тезликлери бирдей ямаса 2) системаның ҳәр қыйлы ноқатларындағы саатлар ҳәр қандай тезликлерде жүреди. ***Экспериментлер усы еки жағдайдың да ҳақыйқатта да орын алатуғынлығын көрсетеди***. Мысалы эталон сыпатында басым, температура ҳәм басқа да сыртқы тәсирлерден ғәрезсиз болған ядролық процессти қабыл етейик ҳәм жоқарыда гәп етилген усыл менен бул саатлардың жүриў тезликлериниң бирдей ямаса бирдей емеслигин тексерип көрейик. Мейли қарап атырылған процесстиң басында Жер бетинен базы бир бийикликте турған ноқаттан Жер бетиндеги тап усындай процесс жүрип атырған екинши орынға сигнал жиберилсин. Бул сигнал Жер бетиндеги ноқатқа бул ноқатта процесс басланған ўақытта жетип келген болсын. Екинши сигнал биринши ноқаттан усы ноқаттағы процесс тоқтаған ўақытта жиберилсин. Биринши ноқаттан екинши ноқатқа сигналдың қозғалыў нызамы бизди қызықтырмайды. Бул нызамның барлық сигналлар ушын бирдей болыўы шәрт. Эксперимент екинши сигналдың Жер бетиндеги ноқатқа усы ноқатта болып атырған процесстиң тамам болыў моментинде емес, ал ертерек келетуғынлығын көрсетеди.

Бул эксперменталлық ситуация берилген есаплаў системасындағы

бирден бир ўақыттың жоқлығын, системаның хәр бир ноқатында ўақыттың өтиўиниң тезлигиниң хәр қыйлы екенлигин көрсетеди.

Бундай ситуация, мысалы, Жер менен байланысқан есаплаў системасында орын алады. Егер Жер бетинде орнатылған биринши саат екиншисине салыстырғанда 10 м бийикликте жайластырылған болса, онда базы бир процесстиң узынлығы бир биринен усы ўақыт узынлығының 10^{-15} ине теңдей шамаға айырылады. Оғада аз болған бундай айырма биринши рет 1960-жылы бақланды. Бундай аз айырманы есапқа алмайтуғын болсақ, Жер менен байланыслы болған есаплаў системасында бирден бир ўақыт бар деп есаплаймыз.

Биз қарап өткен мысалда саатлардың хәр қыйлы тезлик пенен жүриўине Жер пайда еткен гравитациялық (тартылыс) майдан себепши болады. Бирақ тартылыс майданы бирден бир себеп емес. Мысалы есаплаў системасы айланбалы қозғалыста болыўы мүмкин. Бундай қозғалыслар да саатлардың жүриў тезлигиниң өзгериўине алып келеди.

Саатларды синхронизациялаў. Берилген ноқатта өтиўши процесстиң узақлығы усы ноқатта жайластырылған сааттың жәрдеминде өлшенеди. Демек бул жағдайда бир ноқатта жайласқан процесслердиң узақлықлары салыстырылады. Узақлықты өлшеў бул процесстиң басланыўын хәм ақырын эталон етип қабыл етилген процесс шкаласы бойынша анықлаўдан турады. Бул өлшеўлердиң нәтийжелери хәр қыйлы ноқатларда жүзеге келетуғын процесслердиң узақлықларын салыстырыўға мүмкиншилик береди. Бирақ бул жағдайда хәр бир процесс белгили бир ноқатта жүриўи керек.

Бирақ бир ноқатта басланып, екинши ноқатта питетуғын процессте жағдай қалай болады? Бул процесстиң узақлығы деп нени түсинемиз? Қайсы орында турған саат пенен бундай процессстиң узақлығын өлшеймиз?

Бундай процесстиң узақлығын бир саатың жәрдеминде өлшеўдиң мүмкин емес екенлиги өз-өзинен түсиникли. Тек ғана хәр қыйлы ноқатларда жайластырылған саатлардың жәрдеминде процесстиң басланың хәм питиў моментлерин белгилеп қалыў мүмкин. Бул белгилеў бизге хеш нәрсе бермейди, себеби хәр қыйлы саатлардағы ўақытты есаплаўдың басланғыш моменти бир бири менен сәйкеслендирилмеген (басқа сөз бенен айтқанда саатлар синхронизацияланбаған).

Ең әпиўайы синхронизация былай исленеди: барлық саатлардың тиллери белгили бир ўақытта белгили бир белгиге алып келип қойылады. Бирақ «белгили бир ўақытта» деген сөздиң мәниси еле белгисиз.

Сонлықтан саатларды синхронизациялаўға белгили бир түсиниклер арқалы емес, ал усы синхронизация байланысқан физикалық процедураларға сүйенип анықлама бериў керек.

Ең дәслеп хәр қыйлы ноқатларда жайласқан саатлар арасындағы физикалық байланысты анықлаў шәрт. Бундай жағдайларда және де сигналларды пайдаланыўға туўра келеди. Сонлықтан синхронизацияны әмелге асырыў ушын сигналлардың хәр қыйлы ноқатлар арасындағы тарқалыў нызамлары да белгили болыўы керек.

Саатларды синхронластырыў хәм хәр қандай физикалық сигналлардың тарқалыў нызамларын үйрениў бир бирин толықтырыў жолы менен тарийхый жақтан бирге алып барылды. Бул мәселени шешиўде жақтылықтың тезлиги ең әхмийетли орынды ийеледи. Себеби жақтылық әйемги ўақытлардан баслап тәбийий сигнал болып келди, оның тезлиги басқа белгили болған сигналлардың тезликлерине салыстырғанда шексиз үлкен деп есапланды. Сонлықтан шексиз үлкен тезлик пенен қозғалыўшы сигнал жәрдеминде саатларды синхронластырыў идеясы пайда болды. Бул синхронластырыўды әмелге асырыў ушын дәслеп барлық ноқатларда жайласқан саатлардың тиллери бирдей аўҳалларға қойылады. Кейин бир ноқаттан барлық ноқатларға қарай жақтылық сигналлары жибериледи ҳәм усы сигнал келип жеткен ўақыт моментлеринде саатлар жүргизилип жибериледи. Бундай етип синхронластырыў әҳмийетке ийе. Егер A ноқатында жайласқан саат пенен B ноқатында жайласқан саат, B ноқатындағы саат пенен C ноқатындағы саат синхронласқан болса, A ноқатындағы саат пенен C ноқатындағы саат та синхронластқан болып шығады. Бул A, B ҳәм C ноқатларының өз-ара жайласыўларына байланыслы емес.

Саатларды жақтылық сигналлары жәрдеминде синхронластырыў ең қолайлы усыл болып шықты. Себеби

инерциал есаплаў системаларындағы жақтылықтың тезлигиниң жақтылық дерегиниң де, жақтылықты қабыллаўшы дүзилистиң тезлигине де байланыслы емес, кеңисликтиң барлық бағытлары бойынша бирдей ҳәм универсал турақлы шама c ға тең екенлигин көп санлы экспериментлер дәлилледи.

Бул универсал турақлы шаманың мәниси жақында 1.1 m/s дәллигинде анықланды:

$$c = 299792.4562 \text{ км/с} \pm 1.1\, m/s.$$

Енди синхронластырыўды былай әмелге асырамыз. Басланғыш ноңқат деп аталатуғын ноқатта сааттың тили 0 ге қойылады. Бул саат усы ноқаттан сфералық жақтылық толқыны түриндеги жақтылық сигналы кеткен ўақыт моментинде жүргизилип жибериледи. Усы ноқаттан r қашықлықта турған екинши ноқатқа сигнал $\frac{r}{c}$ ўақыт өткеннен кейин келип жетеди. Сонлықтан да екинши ноқаттағы саат биринши ноқаттан жақтылық сигналы келип жеткенде $\frac{r}{c}$ ны көрсетиўи керек.

Сораўлар:

1. Кеңисликтиң геометриялық қәсийетлери ҳаққындағы тастыйықлаўлардың мәниси неден ибарат?
2. Анаў ямаса мынаў геометрияның ҳақыйқатлығы яки жалғанлығы ҳаққындағы мәселениң мәниси неден ибарат?
3. Ҳәзирги ўақытлары Евклид геометриясының дурыслығы қандай шеклерде дәлилленген?
4. Абсолют қатты дене дегенимиз не ҳәм бул түсиниктиң геометриялық көз-қараслардың раўажланыўында тутқан орны неден ибарат?
5. Ўақыт ҳәм дәўирли процесслер деп нени түсинемиз?
6. Саатларды синхронизациялаў зәрүрлилигиниң мәниси неден ибарат?

4-§. Материаллық ноқат кинематикасы

Механика ҳәм оның бөлимлери. Орын алмастырыў векторы. Тезлик. Тезлениў. Ноқаттың шеңбер бойынша қозғалыўы. Мүйешлик тезлик. Орайға умтылыўшы тезлениў. Мүйешлик тезлениў. Мүйешлик тезлик ҳәм мүйешлик тезлениў векторлары.

Физиканың бөлимлери ишинде **механика** бурынырақ раўажлана баслады. **Механика денелердиң қозғалысы менен тең салмақлығы ҳаққындағы илим болып табылады.** Кеңирек мәнисте айтқанда материяның қозғалысы деп оның өзгерисин түсинемиз. Бирақ механикада қозғалыс ҳаққында гәп етилгенде қозғалыстың ең әпиўайы формасы болған бир денениң басқа денелерге (екинши денеге) салыстырғандағы орын алмастырыўы нәзерде тутылады. Механиканың принциплери биринши рет И.Ньютон (1643-1727) тәрепинен оның «Натурал философияның математикалық басламасы» деп аталатуғын тийкарғы мийнетинде баянланды.

Қозғалыс дегенимиз не ҳәм оны қалайынша тәриплеў мүмкин? Бул сораўға денелердиң қозғалысын тәриплеўши кинематика жуўап береди. Қозғалыс дегенимиз денениң басқа денелерге салыстырғандағы орын алмастырыўы (кеңисликтеги оның орнының өзгериўи) болып табылады. Солай етип денениң қозғалысын тәриплеўде усы денениң орын алмастырыўын салыстырыў мақсетинде биз барлық ўақытта да қандай да бир координаталар системасын (ямаса есаплаў системасын) пайдаланамыз. Денениң қозғалысы оның барлық ноқатларының (денениң киши бөлимлериниң, дәнешелериниң) қозғалысы менен анықланады. Сонлықтан бизлер материаллық ноқаттың қозғалысын тәриплеўден баслаймыз. Ал жоқарыда гәп етилгениндей ***материаллық ноқат деп өлшемлери есапқа алынбайтуғын денеге айтамыз***. Бундай жағдайда денениң массасы бир ноқатқа топланған деп есапланады.

Материаллық ноқаттың орын аўыстырыўы, тезлиги ҳәм тезлениўи. Қозғалысты тәриплеў дегенимиз

$$x_1 = x_1(t), \quad x_2 = x_2(t), \quad x_3 = x_3(t) \tag{4.1}$$

функцияларын билиў деген сөз. Векторлық формада

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) \tag{4.2}$$

түринде қозғалысты математикалық жақтан тәриплеймиз.

Қозғалысты траектория параметрлери менен де тәриплеў мүмкин.

Орын алмасыў векторы. Бул вектор узынлығы бойынша кейинги ноқат пенен дәслепки ноқат арасындағы қашықлыққа тең, ал бағыты дәслепки ноқаттан кейинги ноқатқа қарай бағытланған: $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t + \Delta t) - \mathbf{r}(t)$. Бул вектор материаллық ноқаттың t ҳәм $t + \Delta t$ ўақыт моментлери арасында болған траекторияның ноқатларын тутастырады.

Тезлик. Тезлик деп ўақыт бирлигинде материаллық ноқаттың өткен жолына айтамыз. Егер материаллық ноқат Δt ўақыты ишинде $\Delta \mathbf{S}$ жолын өткен болса орташа тезлик

$$\Delta \mathbf{v} = \frac{\Delta \mathbf{S}}{\Delta t}. \quad (4.3)$$

Δt ўақытын шексиз киширейтсек тезликтиң алынған мәниси бир заматлық тезлик деп аталады, яғный:

$$\mathbf{v}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dr}. \quad (4.4)$$

Декарт координаталар системасында

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{i}\, x(t) + \mathbf{j}\, y(t) + \mathbf{k}\, z(t) \quad (4.5)$$

Демек

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{i}\frac{dx}{dt} + \mathbf{j}\frac{dy}{dt} + \mathbf{k}\frac{dz}{dt} \quad (4.6)$$

Тезликтиң кураўшылары:

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt},$$

Қозғалыс траектория параметрлери арқалы берилген жағдайда траектория менен өтилген жолдың ўақытқа ғәрезлилиги белгили болады. Жол дәслепки деп қабыл етилген ноқаттан баслап алынады. Траекторияның хәр бир ноқаты s шамасының белгили бир мәниси менен анықланады. Демек ноқаттың радиус-векторы s тиң функциясы болып табылады ҳәм $\mathbf{r} = \mathbf{r}(s)$ теңлемеси менен бериледи. Олай болса

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{d\mathbf{r}}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} \quad (4.7)$$

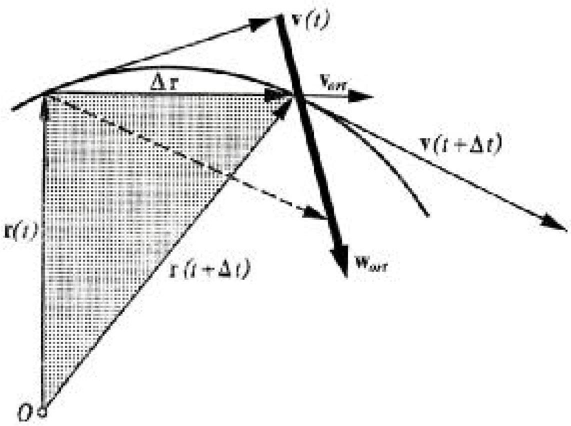
Δs арқалы траектория бойлап еки ноқат арасындағы қашықлық, $|\Delta \mathbf{r}|$ арқалы усы еки ноқат арасындағы туўры сызық бойынша қашықлық белгиленген. Еки ноқат бир бирине жақынласқан сайын усы еки шама арасындағы айырма жоғала баслайды. Сонлықтан:

$$\frac{d\mathbf{r}}{ds} = \lim_{\Delta s \to 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta s} = \lim_{\Delta s \to 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{|\Delta \mathbf{r}|} \cdot \frac{|\Delta \mathbf{r}|}{\Delta s} = \boldsymbol{\tau}. \quad (4.8)$$

Бул жерде $\boldsymbol{\tau}$ арқалы траекторияға урынба болған бирлик вектор белгиленген. Анықлама бойынша $\frac{d\mathbf{s}}{dt} = \mathbf{v}$ траектория бойынша тезликтиң абсолют мәниси. Сонлықтан

$$\mathbf{v} = \boldsymbol{\tau} v \quad (4.9)$$

Бул жерде тезликтиң траекторияға урынба бағытында екенлиги көринип тур.



4-1 сүўрет. Орын аўыстырыў, тезлик ҳәм тезлениў түсиниги ушын керек болған сүўрет.

Траекторияның еки ноқаты арасындағы орташа тезлик бағыты бойынша аўысыў векторына тең. Орташа тезлик траекторияға урынба бағытында да емес. O арқалы есаплаў басы белгиленген.

Тезлениў. Тезлениў деп тезликтиң өзгериў тезлигине айтамыз. t ҳәм $t+\Delta t$ ўақыт моментлериндеги тезликлер $\mathbf{v}(t)$ ҳәм $\mathbf{v}(t+\Delta t)$ болсын. Демек Δt ўақты ишинде тезлик $\mathbf{v}(t+\Delta t)$ - $\mathbf{v}(t)$ өсимин алады. Δt ўақты ишиндеги орташа тезлениў:

$$\mathbf{w}_{ort}(t, t+\Delta t) = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}. \qquad (4.10)$$

Ҳәр қыйлы ўақыт аралықларындағы $\mathbf{v}(t)$ векторының сүўретин бир улыўмалық дәслепки ноқаттан шығатуғын етип саламыз. Усы вектордың ушы **тезликлердиң годографы** деп аталатуғын иймекликти сызады (4-2 сүўретте көрсетилген). Δt ўақытын шексиз киширейтип тезлениўди аламыз:

$$\mathbf{w} = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}\right) = \frac{d\mathbf{v}}{dt}. \qquad (4.1)$$

$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$, $\mathbf{r} = \mathbf{i}\,x + \mathbf{j}\,y + \mathbf{k}\,z$ екенлигин есапқа алып $\mathbf{w} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}$ тезлениўди

$$\mathbf{w} = \frac{d^2x}{dt^2}\mathbf{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\mathbf{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\mathbf{k} \qquad (4.12)$$

түринде көрсетиў мүмкин.

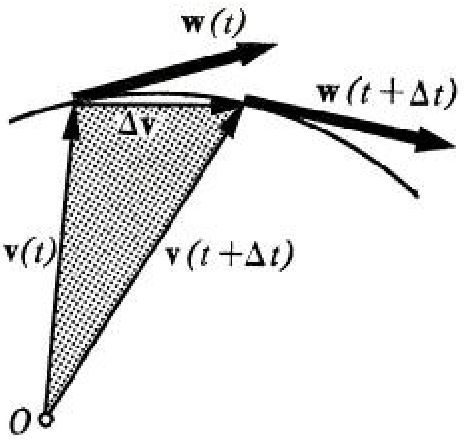
Демек Декарт координаталар системасында тезлениўдиң қураўшылары:

$$w_x = \frac{d^2x}{dt^2}, \quad w_y = \frac{d^2y}{dt^2}, \quad w_y = \frac{d^2z}{dt^2}. \qquad (4.13)$$

Енди тезлениўдиң тезликке ҳәм қозғалыс траекториясына салыстырғандағы бағытын анықлаўымыз керек. 4-2 сүўретте тезлениўдиң тезлик годографына урынба бағытта екенлигин, бирақ оның менен қәлеген мүйеш жасап бағытланатуғынлығын да көрсетеди. Усы мәселени айқынластырыў ушын $\mathbf{v}$ = tv формуласынан пайдаланамыз:

$$\mathbf{w} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(\boldsymbol{\tau}\mathrm{v}) = \frac{d\boldsymbol{\tau}}{dt}\mathrm{v} + \boldsymbol{\tau}\frac{d\mathrm{v}}{dt}. \qquad (4.14)$$

Бул жерде $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}(s)$ өтилген жолдың функциясы болып табылады. Өз гезегинде s шамасы ўақыт t ның функциясы. Сонлықтан $\frac{d\boldsymbol{\tau}}{dt} = \frac{d\boldsymbol{\tau}}{ds} \cdot \frac{ds}{dt}$. $\boldsymbol{\tau}$ векторы абсолют мәниси бойынша өзгерген. Буннан $\frac{d\boldsymbol{\tau}}{ds}$ векторының $\boldsymbol{\tau}$ векторына перпендикуляр екенлиги көринип тур. $\boldsymbol{\tau}$ векторы траекторияға урынба бағытында. Демек $\frac{d\boldsymbol{\tau}}{ds}$ векторы траекторияға перпендикуляр, яғный бас нормал деп аталыўшы нормал бойынша бағытланған. Усы нормал бағытындағы бирлик вектор **n** арқалы белгиленеди. $\frac{d\boldsymbol{\tau}}{ds}$ векторының мәниси $\frac{1}{r}$ ге тең. Келтирилген аңлатпалардағы r болса траекторияның иймеклик радиусы деп аталады.



4-2 сүўрет. Тезликлер годографы.

Белгиленип алынған дәслепки ноқаттан (O ноқаты) баслап тезлик векторының ақырғы ноқаты басып өткен ноқатлардың геометриялық орны болып табылады.

Траекториядан **n** бас нормалының бағытында r қашықлықта турған O ноқаты траекторияның иймеклик радиусы деп аталады. Сонлықтан

$$\frac{d\boldsymbol{\tau}}{ds} = \frac{\mathbf{n}}{r} \tag{4.15}$$

деп жазыў мүмкин.

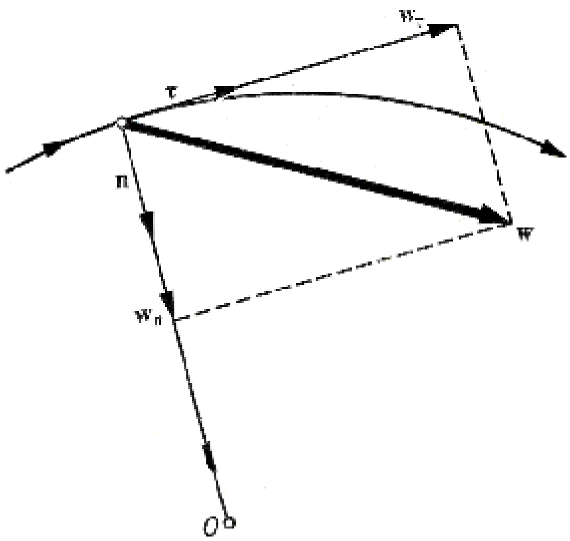
$\frac{ds}{dt} = v$ екенлигин есапқа алып (4.14) формуласын былай көширип жазамыз:

$$\mathbf{w} = \mathbf{n}\frac{v^2}{r} + \boldsymbol{\tau}\frac{dv}{dt}. \tag{4.16}$$

Демек толық тезлениў өз-ара перпендикуляр болған еки вектордан турады: траектория бойлап бағытланған

$$\boldsymbol{\tau}\frac{dv}{dt} = \mathbf{w}_\tau$$

тезлениўи тангенсиал тезлениў деп аталады, ал екиншиси траекторияға перпендикуляр және бас нормал бойынша бағытланған тезлениў $\mathbf{w}_n = \mathbf{n}\frac{v^2}{r}$ нормал тезлениў деп аталады.



4-3 сүўрет.

Толық тезлениўди ($\mathbf{w}$) қураўшылары болған тангенсиал ($\mathbf{w}_\tau$) ҳәм нормал ($\mathbf{w}_n$) қураўшыларға жиклеў.

Толық тезлениўдиң абсолют мәниси

$$w = \sqrt{\mathbf{w}^2} = \sqrt{\left(\frac{v^2}{r}\right)^2 + \left(\frac{dv}{dt}\right)^2}. \qquad (4.17)$$

Енди қозғалыстың ең әпиўайы түрлериниң бири болған туўры сызықлы тезлениўши қозғалыс ҳаққында гәп етемиз. Бундай жағдайда тезлениўди былай жазамыз

$$w = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0}.$$

Бул жерде v_0 дәслепки тезлик, t_0 дәслепки ўақыт (ўақыттың дәслепки моменти), v ўақыт t болған моменттеги тезликтиң мәниси. Бул формуладан

$$v = v_0 + a(t - t_0).$$

Егер $t_0 = 0$ болса $v = v_0 + at$.

Тезликтиң өсими Δv ның белгиси қандай болса тезлениўдиң белгиси де сондай болады.

Енди тең өлшеўли тезлениўши қозғалыстағы жүрип өтилген жолдың мәнисин есаплайық.

Әпиўайылық ушын $v_0 = 0$ деп есаплайық. Тезликтиң өсиўи OA туўрысы менен сәўлелендириледи. Сонлықтан жүрип өтилген жол OBA үш мүйешлигиниң майданына тең болады:

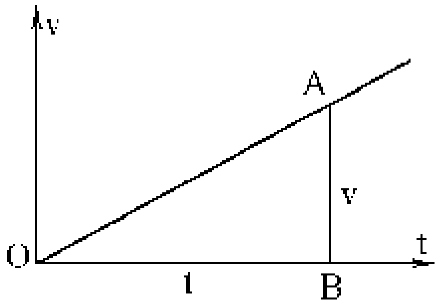
$$OA \cdot \frac{AB}{2} = \frac{v \cdot t}{2} = \frac{w\,t^2}{2}.$$

Егер дәслепки тезлик нолге тең болмаса

$$s = v_0 t + \frac{w\,t^2}{2}.$$

Ноқаттың шеңбер бойынша қозғалыўы. **Мүйешлик тезлик**. Ноқаттың шеңбер бойынша қозғалысын цилиндрлик координаталар системасында қараған аңсат. Бул жағдайда координата басын шеңбердиң орайына, ал x пенен y көшерлерин усы шеңбер тегислигине жайластырамыз. (x, y) тегислигинде бул поляр координаталар системасы болады. Шеңбердиң радиусын r арқалы белгилеймиз. Траектория бойынан A ноқатын алып $s = r\varphi$ деп жаза аламыз. Тезликтиң абсолют мәниси $v = \frac{ds}{dt} = r\frac{d\varphi}{dt}$. Мүйештиң өзгериў тезлиги $\frac{d\varphi}{dt}$ мүйешлик тезлик деп аталады ҳәм ω ҳәрипи менен белгиленеди. **Егер бул тезлик турақлы болса, онда ол айланбалы жийилик деп аталады**. Мүйешлик тезлик айланыў дәўири T менен былай байланысқан:

$$\Omega = \frac{2\pi}{T}. \tag{4.18}$$



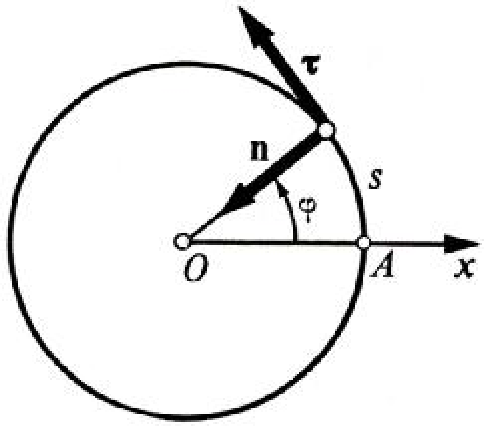
4-4 сүўрет.

Тең өлшеўли тезлениўши қозғалыста жүрип өтилген жол OAB үш мүйешлигиниң майданына тең.

Орайға умтылыўшы тезлениў. Бул жағдайда нормал тезлениў орайға умтылыўшы тезлениў деп аталады. Шеңбердиң барлық ноқатларының ийméклик орайлары шеңбердиң орайы болып табылады. Ийméклик радиусы шеңбердиң радиусына тең. Орайға умтылыўшы тезлениў $w_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 r$. Бул жерде $v = R\omega$ екенлиги есапқа алынған.

Мүйешлик тезлениў. $v = R\frac{d\varphi}{dt}$ формуласынан тангенсиал тезлениўдиң

$$w_t = \frac{dv}{dt} = R\frac{d\omega}{dt} = \frac{R}{(d\omega/dt)} = \frac{R}{(d^2\varphi/dt^2)}$$



4-5 сүўрет. Шеңбер бойынша қозғалыс параметрлери.

екенлиги келип шығады. $\dot{\omega}=\frac{d\omega}{dt}$ шамасы ноқаттың мүйешлик тезлениўи деп аталады. Толық тезлениўди былай жазамыз:

$$w=\sqrt{w_n^2+w_\tau^2}=R\sqrt{\omega^4+\dot{\omega}^2}. \tag{4.19}$$

Мүйешлик тезлик ҳәм мүйешлик тезлениў векторлары. Шеңбер бойынша қозғалыс тек ғана шеңбердиң радиусы ҳәм мүйешлик тезлик пенен тәрипленип қоймай, шеңбер жатқан тегисликтиң бағыты менен де тәрипленеди. Тегисликтиң бағыты усы тегисликке түсирилген нормалдың бағыты менен анықланады. Сонлықтан шеңбер бойынша қозғалыс шеңбердиң орайы бойынша өтиўши ҳәм шеңбер тегислигине перпендикуляр сызық пенен тәрипленеди. Бул сызық айланыў көшери болып табылады.

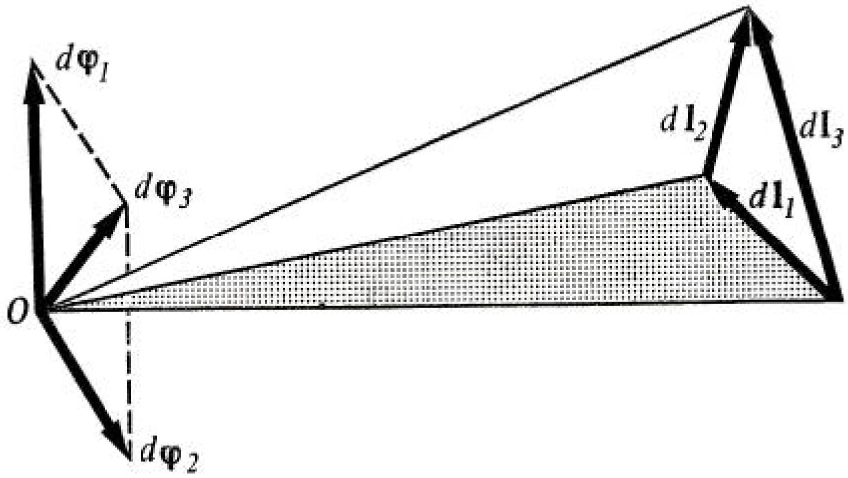
dφ шамасы элементар мүйешлик аўысыў деп аталады. v менен ds қалай байланысқан болса ($\mathbf{v}=\frac{d\mathbf{s}}{dt}$ формуласы нәзерде тутылмақта) ω менен dφ де сондай болып байланысқан $\omega=\frac{d\varphi}{dt}$. Бирақ тезликтиң тәриплмеси ушын тек оның шамасы емес, ал бағыты да керек. Егер аўысыў векторы d**s** арқалы белгиленген болса, онда тезлик векторы ушын аңлатпа $\frac{d\mathbf{s}}{dt}$ түрине ийе болады.

Элементар мүйешлик аўысыў dφ тек өзиниң мәниси менен ғана емес, ал сол өзгерис жүз беретуғын тегислик пенен де тәрипленеди. Усы тегисликти белгилеп алыў ушын dj ди усы тегисликке перпендикуляр болған вектор деп қараўымыз керек. Оның бағыты оң бурғы қәдеси жәрдеминде анықланады; егер бурғыны φ диң үлкейиў бағытында айландырсақ, онда бурғының (тесиўдеги) қозғалыс бағыты dj векторының бағытына сәйкес келиўи керек. Бирақ dj ди вектор деп есаплайтуғын болса, онда оның ҳақыйқатында да вектор екенлигин дәлиллеўимиз керек.

Мейли dj_1 ҳәм dj_2 арқалы еки мүйешлик аўысыў белгиленген болсын. Усы шамалардың векторлардай болып қосылатуғынлығын дәлиллеймиз. Егер О ноқатынан (орайы О ноқаты) радиусы бир бирликке тең болған сфера пайда ететуғын болсақ усы мүйешлерге сфераның бетинде шексиз киши $d\mathbf{l}_1$ ҳәм $d\mathbf{l}_2$ киши доғалары сәйкес келеди (4-6 сүўретте сәўлеленген). $d\mathbf{l}_3$ доғасы болса үш мүйешликтиң үшинши тәрепин пайда етеди. Шексиз киши болған бул үш мүйешликти тегис үш мүйешлик деп есаплаўға болады. dj_1, dj_2 ҳәм dj_3 векторлары усы үш мүйешликтиң тәреплерине перпендикуляр болып жайласқан ҳәм оның тегислигинде жатады. Олар ушын төмендегидей векторлық теңликтиң орын алатуғынлығына көз жеткериў қыйын емес:

$$dj_3 = dj_1 + dj_2.$$

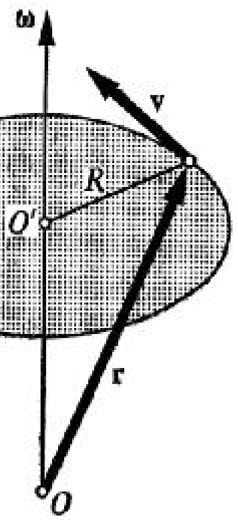
Демек dj_1 ҳәм dj_2 шамалары векторлар болып табылады екен. Усыны дәлиллеўимиз керек еди.



4-6 сүўрет.

Элементар мүйешлик аўысыўлардың (dj_1 ҳәм dj_2 еки мүйешлик аўысыўларының) векторлық шама екенлигин дәлилеўди түсиндиретуғын сүўрет.

Бул векторларды координата көшерлери бойынша қураўшыларға жиклеўимиз керек. $dj_3 = dj_1 + dj_2$ ға байланыслы бул қураўшылар вектордың қураўшыларындай болады. Сонлықтан **элементар мүйешлик аўысыў вектор болып табылады деп есаплаймыз**.



4-7 сүўрет. Радиусы R болған шеңбер бойынша қозғалыўшы ноқаттың мүйешлик тезлигиниң векторы қозғалыс тегислигине перпендикуляр бағытта бағытланған.

Вектор болыў қәсийетине тек ғана элементар (шексиз киши) мүйешлик аўысыўдың ийе болатуғынлығын сезиўимиз керек. Шекли мүйешке аўысыў вектор болып табылмайды. Себеби оларды аўысыў әмелге асатуғын тегисликке перпендикуляр болған туўрылардың кесиндиси деп қарасақ, бул кесиндилер параллелограмм қәдеси бойынша қосылмай қалады.

Материаллық ноқаттың шексиз киши аўысыўы dj шексиз киши dt ўақыт аралығында жүзеге келеди. Сонлықтан мүйешлик тезлик

$$\boldsymbol{\omega} = \frac{d\,j}{dt}$$

вектор болып табылады. Себеби $d\,j$ вектор, ал dt скаляр шама. w менен $d\,j$ лардың бағытлары бирдей ҳәм оң бурғы қағыйдасы (қәдеси) тийкарында анықланады.

Егер есаплаў басын айланыў көшериниң ықтыярлы ноқатына орналастырсақ (4-7 жоқарыдағы сүўретте көрсетилген), материаллық ноқаттың тезлигин мүйешлик тезлик векторы формуласы арқалы аңлатыўымыз мүмкин:

$$\mathbf{v} = [\boldsymbol{\omega}, \mathbf{r}].$$

Мүйешлик тезлениў деп $\frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt}$ векторына атаймыз. Шеңбер бойынша қозғалыста w векторының тек мәниси өзгереди, ал бағыты бойынша өзгермейтуғын айланыў көшерине параллел болып қалады. **r** = **r**(t) формуласын қолланып ноқаттың толық тезлениўин аламыз:

$$\mathbf{w} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \left[\frac{d\,\boldsymbol{\omega}}{d\,t}, \mathbf{r}\right] + \left[\boldsymbol{\omega}, \frac{d\,\mathbf{r}}{d\,t}\right] = \left[\frac{d\,\boldsymbol{\omega}}{d\,t}, \mathbf{r}\right] + [\boldsymbol{\omega}, \mathbf{v}].$$

Бул жерде $\frac{d\,\mathbf{r}}{d\,t} = \mathbf{v}$ екенлиги есапқа алынған. Биз қарап атырған жағдайда мүйешлик тезлениў векторы $\frac{d\,\boldsymbol{\omega}}{d\,t}$ айланыў көшерине параллел болғанлықтан жоқарыдағы формуладағы $[\boldsymbol{\omega}, \mathbf{v}]$ векторы траекторияға урынба бағытында бағытланған. Демек:

тангенсиал тезлениў	нормал тезлениў	улыўма тезлениў
$\mathbf{w}_t = \left[\frac{dw}{dt}, \mathbf{r}\right]$	$\mathbf{w}_n = [w, \mathbf{v}]$	$\mathbf{w} = \mathbf{w}_n + \mathbf{w}_t$

Бул формулалар айланыў көшери кеңисликте бағытын өзгертпейтуғын болған жағдайларда дурыс нәтийже береди.

Бир қанша мысаллар келтиремиз.

Дәслеп тең өлшеўли тезлениўши қозғалысты қараймыз. Бийиклиги 20 м болған жайдың басынан тас түсирилген, оның дәслепки тезлиги нолге тең. Ҳаўаның қарсылығын есапқа алмай тастың Жер бетине қанша ўақытта келип жететуғынлығын ҳәм Жер бетине қандай тезлик пенен түсетуғынлығын есаплаймыз.

Бул жағдайда тастың түсиўи еркин түсиў болып табылады. Дәслепки тезлиги нолге тең болған дененин тең өлшеўли тезлениўши қозғалыстында өтилген жол $h = \frac{at^2}{2}$ ге тең (егер дәслепки тезлик v_0 нолге тең болмаса $h = v_0 t + \frac{at^2}{2}$). Еркин түсиўши дене ушын тезлениў a = g = 9.81 м/с^2 шамасы ***еркин түсиў тезлениўи*** деп аталады. Бул формуладан тастың түсиў ўақты

$$t = \sqrt{\frac{h}{g}}$$

шамасына тең болып шығады. Сонлықтан $t \approx 2$ с, ал ақырғы тезлик $v_t = gt = 19.6$ м/с.

Енди вертикал бағытта ылақтырылған денениң қозғалысын қараймыз. Мейли вертикал бағытта ылақтырылған дене 30 м бийикликке көтерилсин. Усы бийикликке тастың қанша ўақытта жететуғынлығын ҳәм Жер бетине қанша ўақыттан кейин қайтып келетуғынлығын есаплайық.

Бул жағдайда

$$h = v_0 t - \frac{g t^2}{2}.$$

30 м бийикликке көтерилген ўақыттағы тастың ақырғы тезлиги нолге тең, яғный

$$v_t = v_0 - g t = 0.$$

Буннан $v_0 = g t$. Демек $h = g t \cdot t - \frac{g t^2}{2} = \frac{g t^2}{2}$. Сонлықтан $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$. Бул нәтийжени жоқарыдағы келтирилген мысалдағы алынған нәтийже менен салыстырсақ жоқарығы еркин көтерилгендеги ўақыт пенен төменге еркин түскендеги ўақыт пенен тең екенлигин көремиз. t ның мәнисин анықлағаннан кейин $v_0 = g t = \sqrt{2 h g}$ формуласы келип шығады. Сонлықтан $v_0 \approx 24.2$ м/с, $t \approx 2.48$ с шамаларын аламыз.

Енди иймек сызықлы қозғалысларды қарайық.

Бир дене горизонтқа А мүйешин жасап v_0 дәслепки тезлиги менен ылақтырылған. Усы денениң траекториясының түрин, денениң ең жоқарыға көтерилиў мүйешин ҳәм қанша аралыққа барып Жер бетине түсетуғынын анықлайық.

Мәселени былайынша шешемиз:

Сүўреттен

$$v_x = v_0 \cos\alpha,$$
$$v_y = v_0 \sin\alpha - gt$$

екенлиги көринип тур. x ҳәм y координаталары ўақыттың функциялары түринде былай жазылады:

$$x = v_0 \cos\alpha \times t,$$
$$y = v_0 \sin\alpha \times t - \frac{g t^2}{2}.$$

Бул теңлемелер системасынан ўақыт t ны алып тасласақ траектория теңлемесин аламыз:

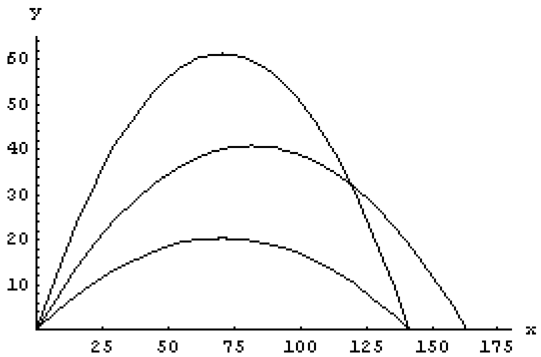
$$y = tg\alpha \cdot x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2.$$

Алынған аңлатпалардағы x пенен x^2 лар алдында турған шамалар турақлы шамалар болып табылады. Оларды a ҳәм b ҳәриплери менен белгилесек

$$y = ax - bx^2$$

теңлемеси аламыз. Бул параболаның формуласы. Демек Жер бетине мүйеш жасап ылақтырылған денениң парабола бойынша қозғалатуғынлығын көремиз.

Биз енди жоқарыда алынған $y = tg\alpha \cdot x - \frac{g}{2v_0^2 cos^2\alpha} x^2$ формуласы бойынша есаплаўлар жүргиземиз. $g = 9{,}8\frac{m}{c^2}, v_0 = 40\ \frac{m}{c}$ шамаларын қабыл етемиз. α мүйешиниң мәнисилерин $\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{6}$ шамаларына тең деп алайық. Бундай жағдайда Mathematica5 тили жәрдеминде 4-8 сүўретте көрсетилген жағдайды аламыз.



4-8 сүўрет. Горизонтқа мүйеш жасап ылақтырылған денениң қозғалысы.

Траекториясының ең жоқарғы ноқатында $v_y = 0$. Демек $v_0 \sin a - g\,t = 0$. Олай болса ылақтырылған денениң көтерилиў ўақты

$$t' = v_0 \frac{\sin \alpha}{g}.$$

Ең жоқары көтерилиў бийиклиги

$$y_{max} = v_0 \sin \alpha \frac{v_0 \sin \alpha}{g} - \frac{g}{2}\left(\frac{v_0 \sin \alpha}{g}\right)^2 = v_0^2 \frac{\sin^2 \alpha}{2g}.$$

Дене Жер бетине $t = 2t'$ ўақты ишинде келип түседи. Олай болса

$$t = v_0 \frac{\sin \alpha}{g}.$$

Демек

$$x_{max} = v_0 \cos \alpha \cdot t = \frac{v_0 \cos \alpha \cdot v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha.$$

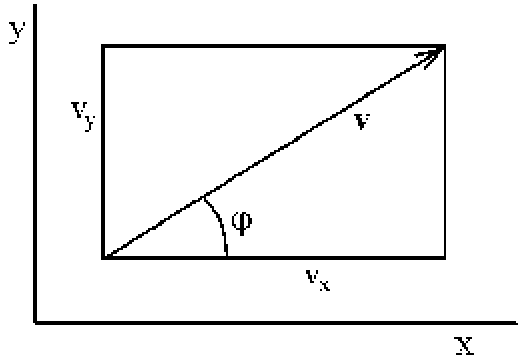
$\sin 2\alpha$ ның ең үлкен мәниси 1 ге тең. Бул жағдайда $2\alpha = 90^0$. Демек $\alpha = 45^0$ та дене ең үлкен қашықлыққа ушып барады екен.

Тап сондай-ақ 2α ның ҳәр қыйлы мәнислеринде x тың бирдей мәнислериниң болыўы мүмкин. Мысалы $\alpha = 63^0$ пенен $\alpha = 27^0$ ларда бирдей x алынады.

Мәселе: Горизонтқа α мүйеши жасап ылақтырылған денениң траекториясының еки ноқатының жәрдеминде денениң дәслепки тезлиги v менен сол мүйеш α ның мәнисин табыў.

Берилгенлери: Координата x_1 болғанда y координата y_1 мәниске, ал координата x_2 болғанда y тиң мәниси y_2 болған.

y_{max} менен x_{max}, v_0 ҳәм α ниң мәнислерин табыў керек.



4-9 сүўрет. Горизонтқа мүйеш жасап ылақтырылган денениң траекториясын есаплаў ушын дүзилген схема.

Сызылмадан

$$v_x = v \cdot \cos\varphi, \quad v_x = v \cdot \sin\varphi$$

Буннан

$$\begin{cases} x = v_0 \cdot t \cdot \cos\varphi, \\ y = v_0 \cdot t \cdot \sin\varphi - \dfrac{gt^2}{2}. \end{cases}$$

теңлемелер системасын аламыз. Бул теңлемелер системасындағы биринши теңлемеден

$$t = \frac{x}{v_0 \cos\varphi}.$$

Бул аңлатпаны системадағы екинши теңлемеге қойсақ

$$y = \frac{v_0 \sin\varphi}{v_0 \cos\varphi} x - \frac{g}{2} \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2\varphi}$$

теңлемесин аламыз ҳәм бул теңлемени былайынша жазамыз:

$$y = \alpha x - \beta x^2.$$

Бул аңлатпаны дәслепки аңлатпа менен салыстырсақ

$$\alpha = \mathrm{tg}\varphi \text{ ҳәм } \beta = \frac{g}{2}\frac{1}{v_0^2\cos^2\varphi}$$

аңлатпаларына ийе боламыз.

Енди мәселениң шәртлери бойынша төмендегидей теңлемелер системасын дүземиз:

$$\begin{cases} y_1 = \alpha x_1 - \beta x_1^2, \\ y_2 = \alpha x_2 - \beta x_2^2. \end{cases}$$

Бул теңлемелердиң биринширин x_1 ға, ал екиншисин x_2 ге көбейтемиз ҳәм биринширин екиншисинен аламыз. Сонда:

$$y_1x_2 - y_2x_1 = \beta x_1^2x_2 - \beta x_2^2x_1 = \beta(x_1^2x_2 - x_2^2x_1).$$

Буннан

$$\beta = \frac{y_1x_2 - y_2x_1}{x_1^2x_2 - x_2^2x_1}.$$

Демек

$$\alpha = \frac{y_1 + \beta x_1^2}{x_1}.$$

Және $\varphi = \mathrm{arctg}\alpha$ ҳам $v_0 = \sqrt{\frac{g}{2}\frac{1}{\cos^2\varphi}\frac{1}{\beta}}$.

y_{max} ноқатында $\frac{dy}{dx} = 0$. Сонлықтан $\alpha - 2\beta x = 0$. Демек y_{max} ға сәйкес келиўши x тың мәниси былайынша анықланады:

$$x = \frac{\alpha}{2\beta}.$$

Демек $y_{max} = \alpha x - \beta x^2 = \alpha\frac{\alpha}{2\beta} - \beta\frac{\alpha^2}{4\beta^2}$.

Ал x_{max} болса $x_{max} = 2\frac{\alpha}{2\beta}$.

Солай етип траекторияның еки ноқаты бойынша дәслепки тезлик v_0 ди, мүйеш φ ди, y_{max} менен x_{max} шамаларын анықлай алады екенбиз.

Тезлик барлық ўақытта траекторияға урынба бағытында бағытланған.

Тезлениў менен тезлик арасындағы мүйеш қәлеген мәниске ийе болыўы мүмкин. Яғный тезлениў траекторияға салыстырғанда қәлеген бағытқа ийе болады.

Тезлениўдиң нормал қураўшысы тезликтиң абсолют мәнисин өзгертпейди, ал тек оның бағытын өзгертеди.

Тезликтиң абсолют мәнисиниң өзгериси тезлениўдиң тангенсиал қураўшысының тәсиринде болады.

Тек шексиз киши мүйешлик аўысыў вектор болып табылады. Шекли мүйешке айланыў вектор емес.

Мүйешлик тезлик вектор болып табылады. Себеби ол вектор болып табылатуғын элементар мүйешлик аўысыў жәрдеминде анықланады. Шекли мүйешке бурылғандағы орташа мүйешлик тезлик абсолют мәнисине хәм бағытына ийе болса да вектор емес.

Сораўлар:

1. Қозғалысты тәриплеўдиң қандай усылларын билесиз?
2. Қозғалысты векторлар арқалы белгилеўдиң хәм векторлық жазыўдың қандай артықмашлары бар?
3. Элементар мүйешлик аўысыў менен шекли мүйешлик аўысыўлардың айымасы нелерден ибарат?
4. Орайға умтылыўшы тезлениўдиң физикалық мәниси неден ибарат?
5. Қандай себеплерге байланыслы орташа мүйешлик тезлик вектор болып табылмайды?

5-§. Қатты денелердиң қозғалысы

Еркинлик дәрежеси. Тегис қозғалыс. Айланбалы қозғалыс. Айланыўдың бир заматлық көшери.

Еркинлик дәрежеси. Қатты дене деп ара қашықлықлары турақлы болатуғын материаллық ноқатлардың жыйнағына айтамыз. Сонлықтан қатты денениң қозғалысы оны қураўшы ноқатлардың қозғалысына алып келинеди. Хәр бир ноқаттың қозғалысы үш функцияның (үш координатаның) жәрдеминде бериледи. Соған сәйкес, егер қатты дене N дана материаллық ноқаттан туратуғын болса оның қозғалысын 3N координата менен тәриплеў мүмкин. Бирақ сол ноқатлар арасындағы қашықлықлар өзгермейтуғын болғанлықтан бул функциялар бир биринен ғәрезсиз емес. Сонлықтан қатты денениң қозғалысын тәриплеў ушын 3N дана теңлемени шешип отырыў керек емес. ***Материаллық ноқатлар системасының* (жыйнағының) *қозғалысын тәриплейтуғын бир биринен ғәрезсиз болған функциялар*** (көбинесе параметрлер деп аталады) ***саны усы системаның еркинлик дәрежеси деп аталады.***

Материаллық ноқаттың қозғалысы үш параметрдиң жәрдеминде тәрипленеди. Сонлықтан да оның еркинлик дәрежеси 3 ке тең. Бир бирине байланыссыз қозғалатуғын еки материаллық ноқаттың еркинлик дәрежеси 6 ға тең. Ал усы еки ноқат бир бири менен байланыстырлған болса, онда усы 6 функция бир биринен ғәрезсиз болып қалмайды. Олар арасында $l=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$ байланысы бар. Усы аңлатпа жәрдеминде алты координатаның биреўин l арқалы анықлаў мүмкин. Демек бир бири менен байланысқан еки материаллық ноқаттан туратуғын системаның еркинлик дәрежеси 5 ке тең.

Қатты денелердиң еркинлик дәрежеси 6 ға тең. Себеби қатты денени беккем етип бекитиў ушын бир туўрының бойында жатпайтуғын үш ноқат керек. Ҳәр қайсысы үш координатаға ийе. Бул үш ноқаттың ҳәр қайсысын басқалары менен байланыстыратуғын үш $l=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$ сыяқлы теңлемеге ийе боламыз. Бул ғәрезсиз шамалардың санын 6 ға түсиреди. Нәтийжеде қатты денениң еркинлик дәрежеси $i=6$ деп жуўмақ шығарамыз.

Ноқатқа бекитилген қатты денениң қозғалысын қараймыз. Оны тәриплеў Эйлер мүйешелериниң жәрдеминде әмелге асырылады.

Қатты дене бирлик векторлары $\mathbf{i}', \mathbf{j}', \mathbf{k}'$ болған (x', y', z') координаталар системасы менен қатты етип бекитилген болсын. Бул координаталар системасының басы ҳәм қозғалыс қарап атырылған (x, y, z) координаталар системасының басы бир ноқатта болсын. Оның аўҳалы (x', y', z') көшерлериниң (x, y, z) көшерлерине салыстырғандағы жайласыўлары менен толық анықланады.

5-1 сүўретте Эйлер мүйешлериниң φ, θ ҳәм Ψ екенлиги көринип тур. Денениң қәлеген қозғалысын

$$\varphi=\varphi(t), \quad \theta=\theta(t), \quad \Psi=\Psi(t)$$

функциялары жәрдеминде анықлаў мүмкин.

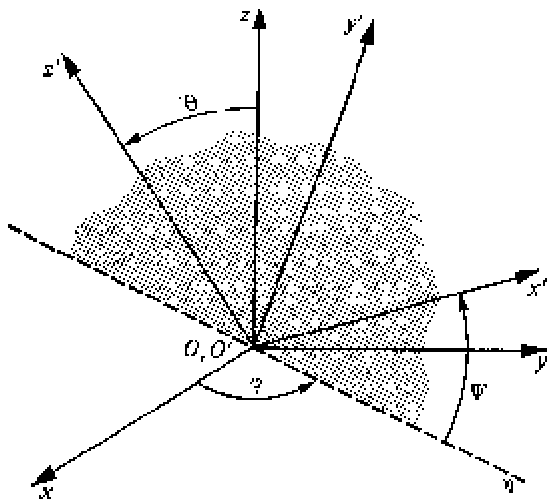
Тегис қозғалыс. ***Траекторияларының барлық ноқатлары өз-ара параллел тегисликлерде жататуғын қозғалыс тегис қозғалыс деп аталады***. Бундай жағдайда қатты денениң қозғалысы параллел тегисликлердиң бириниң қозғалысы жәрдеминде анықланады. Ал бул тегисликтиң (кесе-кесимниң) аўҳалы усы кесе-кесимде алынған еки ноқаттың жәрдеминде анықланады. Еки ноқаттың тегисликтеги аўҳалы төрт параметрдиң (координатаның) жәрдеминде анықланады. Усы параметрлер арасында ноқатлардың ара қашықлығының турақлылығына сәйкес келетуғын бир қатнас болады. Демек бир биринен ғәрезсиз 3 параметр болады, яғный еркинлик дәрежеси үшке тең.

Айланбалы қозғалыс. Айланбалы қозғалыста қатты денениң еки ноқаты барлық ўақытта қозғалмай қалады. Усы еки ноқат арқалы өтиўши туўры айланыў көшери деп аталады. Көшер бойында жатырған қатты денениң барлық ноқатлары қозғалыссыз қалады.

Басқа ноқатлар көшерге перпендикуляр болған тегисликте де айланбалы қозғалыс жасайды. Бул шеңберлердиң орайлары көшерде жатады. Қатты денениң қәлеген ноқатының тезлиги $\mathbf{v} = [\boldsymbol{\omega}, \mathbf{r}]$ ге тең.

Егер ноқаттан көшерге шекемги аралық R ге тең болса нормал, тангенсиал ҳәм толық тезлениўлер былай анықланады[3]:

$$w_n = \omega^2 R\,,\quad w_\tau = \dot{\omega} R\,,\quad w = R\sqrt{\omega^4 + \dot{\omega}^2}\,.$$



5-1 сүўрет. Эйлер мүйешлери еки декарт координаталарының өз-ара жайласыўын толығы менен тәриплейди (x', y') тегислиги (x, y) тегислигин η туўрысы бойынша кеседи.

Бул формулалардан қатты денелердиң айланыў көшерине перпендикуляр болған радиустың бойында алынған ноқатларының толық тезлениўиниң векторлары өз-ара параллел ҳәм айланыў көшерине қашықлығына пропорционал өседи (сүўретте көрсетилген). Радиусқа салыстырғандағы тезлениўдиң бағытын тәриплейтуғын α мүйеши $tg\alpha = \frac{\omega_\tau}{\omega_n} = \frac{\dot{\omega}}{\omega^2}$, яғный **R** ге ғәрезли емес.

Айланыў көшери кеңисликте өзгермей қалатуғын жағдайда қатты денениң ноқатларының тезлениўи векторлық формада $\mathbf{w}_\tau = \left[\frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt}, \mathbf{r}\right]$, $\mathbf{w}_n = [\boldsymbol{\omega}, \mathbf{v}]$, $\mathbf{w} = \mathbf{w}_\tau + \mathbf{w}_n$ түринде бериледи (усы параграфтан алдыңғы 4-параграфты қараў керек).

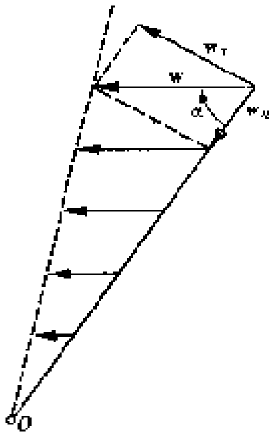
Айланыўдың бир заматлық көшери. Тегис қозғалыста қатты денениң аўҳалы усы қатты денениң барлық ноқатлары параллел қозғалатуғын бир кесе-кесиминиң аўҳалы менен толық анықланады. Ал тегисликтеги бул кесе-кесимниң аўҳалы (турған орны) усы кесе-кесимдеги ноқатларды байланыстыратуғын кесиндиниң аўҳаллары (турған орынлары) жәрдеминде анықланады. Усы кесиндиниң базы бир ўақыт ишиндеги A_0B_0 аўҳалынан AB аўҳалына көшиўин (орын алмастырыўын) қараймыз (төмендеги 5-3 сүўретте келтирилген). Бул аўысыўды еки аўысыўға жиклеймиз:

1) A_0B_0 аўҳалынан AB аўҳалына илгерилемели көшиў, бундай жағдайда сызық өз-өзине параллел қалып көшеди;

---

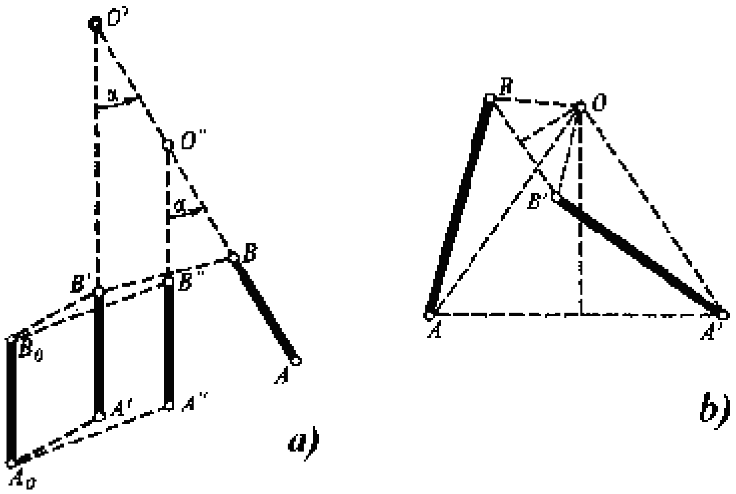
[3] Үстине ноқат қойылған ҳәриплер ўақыт бойынша алынған туўындыны билдиреди.

2) айланбалы қозғалыс, бундай қозғалыстың нәтийжесинде O’ ноқаты арқалы өтиўши, қатты денениң қозғалыс бағытына перпендикуляр көшер дөгерегинде α мүйешине бурылады.



5-2 сүўрет. Айланыў көшеринен қашықлағанда да толық тезлениў бағыты бойынша өзгермей қалады, бирақ абсолют мәниси бойынша өседи.

Орын алмастырыўды бундай етип еки қозғалысқа бөлиў бир мәнисли емес: туўрыны A_0B_0 аўҳалынан $A''B''$ аўҳалына илгерилемели қозғалыс пенен алып келиў ҳәм α мүйешине бурыўды O'' ноқаты арқалы өтиўши көшердиң дөгерегинде бурыў мүмкин.



5-3 сүўрет.

Орын алмастырыўды (аўысыўды) илгерилемели ҳәм айланбалы деп екиге бөлиў бир мәнисли емес, ал бундай болып бөлиўди шексиз көп усыл менен әмелге асырыў мүмкин. Бирақ барлық жағдайларда да айланыў мүйеши бир мәниске ийе.

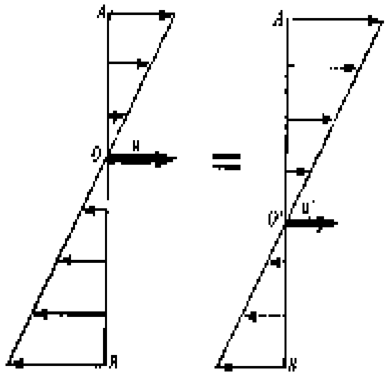
Солай етип **орын алмастырыўды илгерилемели ҳәм айланбалы қозғалысларға бөлиў бир мәнисли әмелге аспайды,** бирақ **бурылыў мүйеши** α **ниң мәниси барлық ўақытта бирдей**. dt ўақыты ишинде қатты денениң барлық ноқатлары $d\mathbf{l}$ аралығына илгерилемели және O' ноқаты әтирапында $d\alpha$ элементар мүйешлик орын алмастырады. Сонлықтан барлық ноқатлардың тезлиги еки қосылыўшыдан турады:

1) илгерилемели $\mathbf{v}_0 = \frac{d\mathbf{l}}{dt}$;

2) айланбалы $\mathbf{v}' = [\boldsymbol{\omega}, \mathbf{r}]$, бул жерде $\boldsymbol{\omega}_0 = \frac{d\boldsymbol{\alpha}}{dt}$, $\mathbf{r}$ векторы ушын есаплаў басы айланыў көшери өтетуғын O' ноқаты болып табылады. Бул ноқат қатты денениң ноқатларының бири болып қалып $\mathbf{v}_0$ илгерилемели тезлигине ийе болады. Демек

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + [\boldsymbol{\omega}, \mathbf{r}].$$

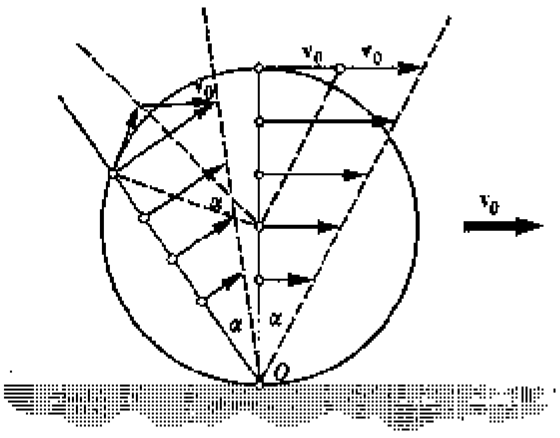
Орын алмастырыўды илгерилемели ҳәм айланбалы деп бөлиў бир мәнисли әмелге асырыўға болмайтуғынлығына көз жеткердик. Тап сол сыяқлы тезликти илгерилемели ҳәм айланбалы қозғалыслар тезликлери деп қураўшыларға жиклеў де бирмәнисли емес. Бул төмендеги 5-4 сүўретте келтирилген.



5-4 сүўрет. Қатты денениң тезлигин илгерилемели ҳәм айланбалы қозғалыслар тезликлерине жиклеўдиң бир мәнисли емес екенлигин көрсететуғын сүўрет.

Шеп тәрептеги сүўретте қозғалыс тезлиги **u** болған илгерилемели ҳәм О ноқаты дөгерегиндеги айланбалы қозғалыслардан турады. Ал оң тәрептеги қозғалыс тезлиги **u**’ болған илгерилемели ҳәм орайы О’ болған айланбалы қозғалыслардан турады.

Денениң илгерилемели тезлигин өзгертиў арқалы айланыў көшериниң турған орнын да өзгертемиз. Қозғалыс тегислигине перпендикуляр болған қәлеген көшердиң айланыў көшери болатуғынлығын көрсетиўге болады. **Илгерилемели қозғалыс тезлиги нолге тең болған көшер айланыўдың бир заматлық көшери деп аталады**. Усы моментте **денениң** барлық **ноқатларының тезлиги бир заматлық көшер дөгерегиндеги айланбалы қозғалыс тезлиги сыпатында қаралыўы керек**. Денениң бир заматлық көшери бойындағы барлық ноқатларының илгерилемели қозғалыс тезлиги нолге тең. Айланыў көшериниң бойында орналасқанлықтан бул ноқатлардың айланбалы тезлиги де нолге тең. Сонлықтан қатты денениң бир заматлық көшери бойында орналасқан барлық ноқатларының тезлиги нолге тең болады екен. Егер қаралып атырған қатты дене шекли өлшемлерге ийе болса бир заматлық айланыў көшери денеден тыста жайласқан болыўы да мүмкин.



5-5 сүўрет. Айланыўдың бир заматлық көшерин түсиндириў ушын арналған сызылма.

Алты еркинлик дәрежесине ийе системаның аўҳалы (турған орны) координаталар деп аталатуғын алты санды бери менен анықланады. Олар ықтыярлы. Олардың бир биринен ғәрезси екенлигин тексериў

әҳмийетке ийе. Эйлер мүйешлери белгили бир қолайлылықтарға ийе усыллардың бири.

Дигиршиктиң жер менен тийискен ноқаты қозғалмайды. Автомобилдиң дигиршигинен артқы тәрепке птаслықлар сол дигиршиктиң жерге тийискен ноқатынан жоқарыда жайласқан ноқатлар тәрепинен ылақтылылады.

Қатты денениң ықтыярлы қозғалысын материаллық ноқаттың қозғалысы ҳәм усы ноқат арқалы өтиўши бир заматлық көшер дөгерегиндеги қозғалыс сыпатында қараў мүмкин.

Сораўлар:

Механикалық системаның еркинлик дәрежеси қалай анықланады?

Ҳәр қандай қозғалысларда қатты денениң еркинлик дәрежеси қандай мәнислерге ийе болады?

Эйлер мүйешлериниң геометриялық анықламалары қандай?

Қатты денениң тегис қозғалысында тезликти илгерилемели ҳәм айланбалы қозғалыслар тезликлериниң қосындысы түринде көрсетиўдиң мүмкиншилиги қалай дәлилленеди?

Бир заматлық айланыў көшери дегенимиз не? Сиз әпиўайы қозғалыслар жағдайларында бир заматлық көшерлерге мысаллар келтире аласыз ба?

6-§. Ньютон нызамлары

Ньютон тәрепинен берилген анықламалар. Масса. Импульс. Импульстиң сақланыў нызамы. Ньютон нызамларын сәўлелендиретуғын мысаллар.

Динамиканың тийкарғы нызамлары ушын Ньютон тәрепинен төмендегидей анықламалар усынылды:

1-анықлама. Материяның муғдары (масса) оның тығызлығы менен көлемине пропорционал түрде анықланатуғын өлшем.

Ньютонның ҳеш бир анықламасы усы анықламадай дәрежеде сынға алынбады. Бул жерде «материя муғдары» ҳәм «масса» сөзлери бирдей мәниске ийе. Ньютон тәрепинен усынылған «Материя муғдары» термини илимде көп ўақыт сақланбады ҳәм ҳәзирги илимде «масса» термини менен толық алмастырылған.

Соның менен бирге Ньютон заманында қандай да бир шаманың өлшемин анықлағанда усы шаманың қандай шамаларға пропорционал екенлигине тийкарғы кеўил бөлинген. Мысалы ҳәзирги ўақытлары биз «үш мүйешликтиң майданы оның ултаны менен бийиклигиниң ярым көбеймесине тең» деп айтамыз. Ал Ньютон заманында «үш мүйешликтиң майданы оның ултаны менен бийиклигине пропорционал» деп айтылған.

2-анықлама. Қозғалыс муғдары тезлик пенен массаға пропорционал етип алынған шаманың өлшеми.

Ньютон тәрепинен биринши болып қабыл етилген «Қозғалыс муғдары» түсиниги де «Материя муғдары» түсинигине сәйкес келеди. Бирақ бул түсиник ҳәзирги ўақытларға шекем сақланып келди.

3-анықлама. Материяның өзине тән күши оның қарсылық етиў қәбилетлиги болады. Сонлықтан айырып алынған қәлеген дене өзиниң тынышлық ҳалын ямаса тең өлшеўли қозғалысын сақлайды.

4-анықлама. Сырттан түсирилген күш денениң тынышлық ҳалын ямаса тең өлшеўли туўры сызықлы қозғалысын өзгертетуғын тәсир болып табылады.

Қозғалыстың биринши нызамы ретинде Ньютон XVII әсирдиң басларында Галилей тәрепинен ашылған инерция нызамын қабыл етти.

1-нызам. Қәлеген дене егер де сырттан күшлер тәсир етпесе өзиниң тынышлық ямаса тең өлшеўли туўры сызықлы қозғалыс ҳалын сақлайды.

Бундай қозғалыс әдетте еркин қозғалыс ямаса инерция бойынша қозғалыс деп аталады. Еркин қозғалатуғын денени еркин дене деп атаймыз.

Еркин денелерди тәбиятта табыў мүмкин емес. Сонлықтан бундай түсиникти қабыл етиў абстракция болып табылады.

Ньютонның екинши нызамы бойынша

$$m\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F}. \tag{6.1a}$$

Бул формуладағы m - денениң массасы, $\frac{d\mathbf{v}}{dt}$ - тезлениўи. Бул нызам бойынша егер $\mathbf{F} = 0$ болса $\mathbf{v} = \mathrm{const}$. Усыннан Ньютонның биринши нызамы келип шықпай ма деген сораў келип туўады. Бир қатар физика илимин үйрениўшилерде усындай пикирдиң пайда болыўы мүмкин. Бирақ Ньютонның биринши нызамының өзинше ғәрезсиз нызам екенлигин ҳәр қандай инерциал есаплаў системаларын сайлап алыў арқалы айқын көрсетиўге болады. Соның нәтийжесинде бул нызамның ғәрезсиз екенлигин, қозғалысларды динамикалық ҳәм кинематикалық мәнисте қараў ушын қабыл етилген есаплаў системасының пайдаланыўға болатуғынлығын ямаса болмайтуғынлығын билдиретуғын критерийи болып саналады.

Масса. Импульстиң сақланыў нызамы. Қәлеген дене қозғалысқа келтирилсе ямаса оның тезлигиниң шамасын яки бағытын өзгертер болсақ қарсылық көрсетеди. Денелердиң бул қәсийетин *инертлилик* деп атаймыз. Ҳәр қандай денелерде инертлилик ҳәр қандай болып көринеди. :лкен тасқа тезлениў бериў, киши топқа тап сондай тезлениў бериўден әдеўир қыйын. ***Инертлилик өлшеми масса деп аталады***.

Денениң массасын $\frac{F}{a} = \mathrm{const} = m$ аңлатпасы арқалы анықлаймыз.

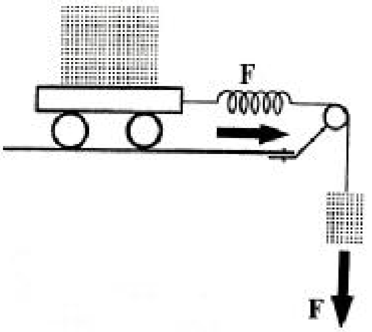
Масса **дененің инертлилик қәсийетиниң тәриплемесинен басқа мәниске ийе емес**. Усыған байланыслы бул массаны гейде **инерт масса** деп те атайды.

XIX әсирдиң ақырына келе физика менен шуғылланыўшылар денениң массасы менен сол денениң инертлилигиниң бир түсиник екенлигин айқын мойынлады. Бул ҳаққында О.Д.Хвальсонның «Физика курсы» китабының I томының сәйкес параграфын оқып исениўге болады.

Массаны дәл анықлаў ушын ***изоляцияланған*** ямаса ***жабық система*** деп аталыўшы түсиниклерди киргиземиз. Басқа денелерде жеткиликли дәрежеде алыслатылған, басқа денелердиң тәсири жоқ етилген денелер системасын усындай система деп қараймыз. Системаға кириўши денелер бир бири менен тәсирлесе алады. Еки материаллық ноқаттан туратуғын системаны қарайық. Бул ноқатлардың тезликлери жақтылық тезлигинен киши деп есаплаймыз. Усы материаллық ноқатлар бир бири менен тәсир етискенде олардың тезликлери өзгереди. Яғный

$$m_1\Delta\mathbf{v}_1 = m_1\Delta\mathbf{v}_2\,. \qquad (6.1)$$

Бул аңлатпадағы m_1 ҳәм m_2 шамалары турақлы болып қалады. Усы шамалар 1- ҳәм 2-материаллық ноқатлардың өз-ара тәсир етисиў өзгешеликлерине пүткиллей байланыслы емес. Тәсир етисиў ўақты Δt ны қәлегенимизше өзгертиў мүмкин. Усының менен бирге $\Delta\mathbf{v}_1$ ҳәм $\Delta\mathbf{v}_2$ векторлары да өзгереди. Бирақ m_1 ҳәм m_2 коэффициентлери (дәлиреги олар арасындағы қатнас) турақлы болып қалады. Бул нәтийжени тәжирийбениң жуўмағы деп қараў керек. m_1 ҳәм m_2 коэффициентлери тек ғана усы 1- ҳәм 2-денелердиң өзлерине байланыслы болады. Оларды масса деп, анығырағы 1- және 2-денелердиң инертлик массалары деп атаймыз.



6-1 сүўрет. Тезлениўдиң күштен ғәрезли екенлигин демонстрациялаў.

Солай етип еки материаллық денениң массаларының қатнасы олар бир бири менен тәсир етискенде тезликлери алатуғын өсимлердиң минус белгиси менен алынған қатнасларындай болады екен.

Массалар қатнасынан массаның өзине өтиў ушын ***масса эталоны*** керек болады. Бундай жағдайда барлық денелер массалары бир мәнисте анықланады. Сондай-ақ эталон оң белгиге ийе болса барлық массалар да оң белгиге ийе болады. Физика илиминде тийкарғы бирлик ретинде ***килограмм*** қабыл етилген. Ол Франциядағы Севре қаласындағы Халық аралық салмақлар ҳәм өлшемлер бюросында сақланып турған иридийдиң платина менен қуймасынан исленген эталонның массасына тең. Килограммның мыңнан бир үлесине грамм деп айтамыз.

Тәжирийбениң нәтийжеси болған және де бир жағдайға дыққат қоямыз. $\frac{m_2}{m_1}$ қатнасын усы еки денениң массаларының қатнаслары түринде есапланып қоймай, үшинши денени де қолланыў мүмкин. Бундай жағдайда усы массалардың үшинши денениң массасына қатнасын табамыз. Бул қатнасларды бир бирине бөлсек $\frac{m_2}{m_1}$ қатнасы келип шығады. Егер (6.1) қатнастың еки тәрепин де тәсир етисиў ўақты Δt ға бөлсек

$$m_1\mathbf{a}_{1ortasha} = -m_2\mathbf{a}_{2ortasha} \tag{6.2}$$

аңлатпасын аламыз. Ал шектеги жағдайға өтсек

$$m_1\,\mathbf{a}_1 = m_2\,\mathbf{a}_2 \tag{6.3}$$

формуласына ийе боламыз.

Бул формула менен массалардың қатнасын аныќлаў, усы денелердиң ***орташа*** ямаса ***ҳақыйқый тезлениўлериниң*** қатнасларын аныќлаўға алып келинеди.

(6.1) ге басқа түр беремиз. $\Delta v_1 = v_1' - v_1$ ҳәм $\Delta v_2 = v_2' - v_2$ деп белгилейик. Бундай жағдайда

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'. \tag{6.4}$$

$m\mathbf{v} = \mathbf{p}$ болған масса менен тезликтиң көбеймесинен туратуғын векторды материаллық ноқаттың ***импульсы*** ямаса ***қозғалыс муғдары*** деп атайық. Материаллық ноқатлар системасының ***импульсы*** ямаса ***қозғалыс муғдары*** деп ҳәр бир материаллық ноқаттың импульсларының векторлық қосындысына тең шаманы, яғный

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = m_1\mathbf{v}_1 + m_2\mathbf{v}_2\,. \tag{6.5}$$

шамасына айтамыз.

(6.4)-аңлатпадан

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}' \tag{6.6}$$

екенлиги келип шығады. Бул жерде $p = p_1 + p_2$ ҳәм $p' = p_1' + p_2'$ - система импульсының өз-ара тәсирлесиўден бурынғы ҳәм кейинги импульслары.

Демек жабық системадағы еки материаллық ноқаттың импульсларының қосындысы турақлы болып қалады екен. Бул аўҳал ***импульстиң сақланыў нызамы*** деп аталады. Бул нызам релятивистлик емес ҳәм релятивистлик жағдайлар ушын да дурыс келеди.

Егер материаллық ноқатқа сырттан тәсирлер түсетуғын болса, онда оның импульсы сақланбайды. Усыған байланыслы өз-ара тәсир етисиўдиң интенсивлилиги сыпатында импульстен ўақыт бойынша алынған туўындыны аламыз $\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \dot{\mathbf{p}}$. Физикада $\dot{\mathbf{p}}$ жәрдеминде материаллық ноқаттың басқа денелерге салыстырғанда орны ғана емес, ал оның тезлигиниң де анықланатуғынлығы фундаменталлық мәниске ийе. Бул туўынды материаллық ноқаттың радиус-векторы $\mathbf{r}$ диң, тезлиги $\mathbf{v}$ ның функциясы болып табылады ҳәм соның менен бирге қоршап турған материаллық ноқатлардың координаталары менен тезликлерине байланыслы болады. Бул функцияны $\mathbf{F}(\mathbf{r},\mathbf{v})$ деп белгилеймиз. Онда

$$\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{F}. \tag{6.7}$$

Материаллық ноқаттың координаталары менен тезликлериниң функциясы болған, импульстиң ўақыт бойынша алынған туўындысына тең $\mathbf{F}(\mathbf{r},\mathbf{v})$ ***күш*** деп аталады. ***Күш вектор болып табылады ҳәм вектор*** $\mathbf{p}$ ***ны скаляр ўақыт*** t ***бойынша алынған туўындығы тең***.

Солай етип ***материаллық ноқаттың импульсынан ўақыт бойынша алынған туўынды оған тәсир етиўши күшке тең***.

Бул жағдай Ньютонның екинши нызамы деп, ал бул нызамның математикалық аңлатпасы болған $\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{F}$ теңлемеси ***материаллық ноқаттың қозғалыс теңлемеси*** деп аталады. Релятивистлик емес тезликлерде Ньютонның екинши нызамы былай жызылыўы мүмкин (релятивистлик тезликлер ушын Ньютонның екинши нызамы ҳаққында гәп етиў мүмкин емес)

$$m\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{F} \tag{6.8}$$

ямаса

$$m\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{F}. \tag{6.8a}$$

Демек масса менен тезлениўдиң көбеймеси тәсир етиўши күшке тең.

Ньютонның үшинши нызамы. Еки материаллық бөлекшеден туратуғын жабық системаны қараймыз. Бул жағдайда импульстиң сақланыў нызамы орынланады:

$$\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = \mathrm{const}. \tag{6.9}$$

Бул аңлатпаны ўақыт бойынша дифференциалласақ

$$\dot{\mathbf{p}}_1 + \dot{\mathbf{p}}_2 = 0. \tag{6.10}$$

Ньютонның екинши нызамы тийкарында

$$\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2. \tag{6.11}$$

Бул формуладағы $\mathbf{F}_1$ ҳәм $\mathbf{F}_2$ материаллық ноқатлар тәрепинен бир бирине тәсир ететуғын күшлер. Бул теңликке тәжирийбеде тастыйықланған фактти қосамыз: $\mathbf{F}_1$ ҳәм $\mathbf{F}_2$ күшлери материаллық ноқатларды байланыстыратуғын сызық бойынша бағдарланған. Усы айтылғанлар тийкарында Ньютонның үшинши нызамына келемиз:

***Еки материаллық ноқатлар арасындағы өз-ара тәсирлесиў күшлери өз ара тең, бағытлары бойынша қарама-қарсы ҳәм усы материаллық ноқатларды байланыстыратуғын сызықтың бойы менен бағдарланған*.**

$\mathbf{F}_1$ ҳәм $\mathbf{F}_2$ күшлериниң бирин тәсир, ал екиншисин қарсы тәсир деп атайды. Бундай жағдайда үшинши нызам былайынша айтылады: ҳәр бир тәсирге шамасы жағынан тең, ал бағыты бойынша қарама қарсы тәсир етеди. Ҳәр бир «тәсирдиң» физикалық тәбияты жағынан «қарсы қарап бағытланған тәсирден» парқының жоқлығына айрықша итибар бериў керек.

Материаллық ноқатларға тәсир етиўши күшлерди ***ишки*** ҳәм ***сыртқы күшлер*** деп бөлиў керек. Ишки күшлер - бул система ишиндеги материаллық ноқатлар арасындағы тәсир етисиў күшлери. Бундай күшлерди $\mathbf{F}_{ik}$ деп белгилеймиз. Сыртқы күшлер - бул системаны қураўшы материаллық ноқатларға сырттан тәсир етиўши күшлер.

Ньютонның үшинши нызамы бойынша

$$\mathbf{F}_{ik} = -\mathbf{F}_{ki}, \tag{6.11a}$$

яғный $\mathbf{F}_{ik} + \mathbf{F}_{ki} = 0$.

Буннан системадағы ишки күшлердиң геометриялық қосындысы нолге тең екенлиги келип шығады. Бул жағдайды былай жазамыз:

$$\mathbf{F}_1^{(i)} + \mathbf{F}_2^{(i)} + \mathbf{F}_3^{(i)} + \mathbf{K} + \mathbf{F}_n^{(i)} = 0 \tag{6.12}$$

Бул аңлатпадағы төменги индекс материаллық ноқаттың қатар санын береди. (i) индекси арқалы күшлердиң ишки күшлер екенлиги белгиленген. Сонлықтан

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_3 + \mathbf{K} + \mathbf{p}_n) = \mathbf{F}_1^{(e)} + \mathbf{F}_2^{(e)} + \mathbf{F}_3^{(e)} + \mathbf{K} + \mathbf{F}_n^{(e)} \tag{6.13}$$

ямаса

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F}^{(e)}. \tag{6.14}$$

Бул аңлатпадағы $\mathbf{p}$ барлық системаның импульси, $\mathbf{F}^{(e)}$ барлық сыртқы күшлердиң тең тәсир етиўшиси. Солай етип ***материаллық ноқатлар системасының импульсынан ўақыт бойынша алынған туўынды системаға тәсир етиўши барлық сыртқы күшлердиң геометриялық қосындысына тең.***

Егер барлық сыртқы күшлердиң геометриялық қосындысы нолге тең болса (бундай жағдай жабық системаларда орын алады) $\frac{d\mathbf{p}}{dt} = 0$ ҳәм $\mathbf{p} = \mathrm{const}$. Демек сыртқы күшлердиң геометриялық қосындысы нолге тең болса импульс ўақытқа байланыслы өзгермей қалады екен.

Күшлер тезлениўден ғәресиз тәбиятта бар болып табылады. Оның

мәнисин тезлениў арқалы өлшеўге болатуғын болса да күш түсинигин тезлениўге байланыссыз киргизиў керек. Бирақ усы көз-қарасқа қарама-қарсы көз қарас та орын алған.

Электромагнит тәсирлесиў жағдайларында Ньютонның үшинши нызамы орынланбайды. Бул нызамды туйық системадағы импульстиң сақланыў нызамы сыпатында көрсетиўдиң нәтийжесинде ғана оның дәрыслығына көз жеткериў мүмкин.

7-§. Жумыс ҳәм энергия

Жумыс. Энергия. Кинетикалық ҳәм потенциал энергиялар. Қуўатлылық. Консервативлик ҳәм консервативлик емес күшлер. Бир текли аўырлық майданындағы потенциал энергия. Созылған пружинаның потенциал энергиясы. Ишки энергия.

$\mathbf{F}$ күшиниң $d\mathbf{s}$ орын алмастырыўында ислеген жумысы деп күштиң орын алмастырыў бағытындағы проекциясы $\mathbf{F}_s$ тиң орын алмастырўдың өзине көбеймесине тең шаманы айтамыз:

$$dA = \mathbf{F}_s\, d\mathbf{s} = F\, ds \cos\alpha . \tag{7.1}$$

α арқалы $\mathbf{F}$ пенен $d\mathbf{s}$ векторлары арасындағы мүйеш белгиленген. $d\mathbf{s}$ киши мәниске ийе болғанлықтан dA шамасы ***элементар жумыс*** деп те аталады. Скаляр көбейме түсинигинен пайдаланатуғын болсақ, онда элементар жумыс күш $\mathbf{F}$ пенен орын алмастырыў $d\mathbf{s}$ тиң скаляр көбеймесине тең:

$$dA = (\mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}). \tag{7.2}$$

Орын алмастырыў шекли узынлыққа ийе болған жағдайда бул жолды шексиз киши $d\mathbf{s}$ орын алмастырыўларына бөлип сәйкес жумыслардың мәнислерин есаплаўға болады. Соң улыўма жумыс есапланғанда барлық элементар жумыслар қосылады. Яғный:

$$A = \int_L (\mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}). \tag{7.3}$$

Бул интеграл $\mathbf{F}$ күшиниң L траекториясы бойынша иймек сызықлы интегралы деп аталады. Анықлама бойынша бул интеграл $\mathbf{F}$ күшиниң L иймеклиги бойынша ислеген жумысына тең.

Егер $\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$ (күш еки күштиң қосындысынан туратуғын жағдай) болса

$$dA = dA_1 + dA_2 . \tag{7.4}$$

Демек еки ямаса бирнеше күшлердиң ислеген элементар жумыслары сол күшлер ислеген элементар жумыслардың қосындысына тең. Бундай тастыйықлаў жумыслардың өзлери ушын да орынланады:

$$A = A_1 + A_2\,. \qquad (7.5)$$

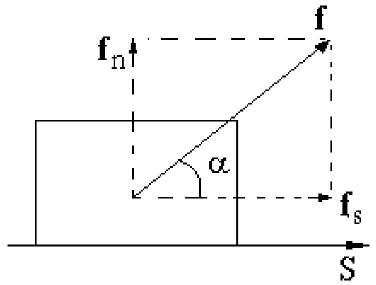
Жумыстың өлшем бирлиги СИ бирликлер системасында 1 Дж (Джоуль). 1 Дж жумыс 1 ньютон күштиң тәсиринде 1 м ге орын алмастырғанда исленеди.

1) СГС бирликлер системасында жумыстың өлшем бирлиги эрг (1 дина күштиң 1 см аралығында ислеген жумысы).

$$1\ \text{Дж} = 10^7\ \text{эрг}.$$

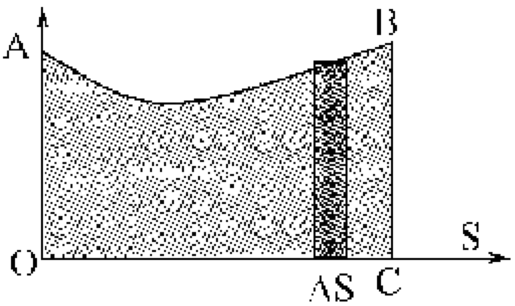
2) МКС системасында жумыс бирлиги етип 1 ньютон күштиң 1 м жол бойында ислеген жумысы алынады. 1 ньютон = 10^5 дина. 1 м = 100 см. Сонлықтан жумыстың усы бирлиги 10^7 эргке, яғный l джоульға тең.

3) Практикалық техникалық системада жумыс бирлиги етип 1 кГ күштиң 1 м жол бойында ислеген жумысы алынады. Жумыстың бул бирлиги килограммометр (қысқаша кГм) деп аталады.



7-1 сүўрет. Жумысты күштиң тек **s** орын алмастырыў бойы менен бағытланған $\mathbf{f}_s$ қураўшысы ғана ислейди.

1 кГ = 981000 дина, 1 м = 100 см, сонлықтан 1 кГм = 9810009100 эрг = $9.81 \cdot 10^7$ эрг = 9.81 джоуль болады.



7-2 сүўрет. График жәрдеминде көрсеткенде жумыс OABC фигурасы майданы менен сүўретленеди.

1 джоуль = (1/9.81) кГм = 0.102 кГм.

Бир бирлик ўақыт ишинде исленген жумыс

$$p = \frac{dA}{dt} \qquad (7.6)$$

қуўатлылық деп аталады.

CGS системасындағы қуўатлылық бирлиги етип l эрг жумысты l с ўақыт аралығында ислейтуғын механизмниң қуўатлылығы алынады. Қуўатлылықтың усы бирлиги эрг/с деп белгиленеди.

Қуўатлылықтың эрг/с бирлиги менен қатар ватт деп аталатуғын ирилеў қуўатлылық бирлиги де қолланылады:

1 ватт = 10^7 эрг/с = 1 джоуль/с.

Соның менен бирге 1 дж жумысты 1 с ишинде орынлайтуғын механизмниң қуўатлылығы 1 вт болады.

100 ватт = 1 гектоватт (қысқаша 1 гвт).
1000 ватт = 1 киловатт (қысқаша 1 квт).

MKS системасында қуўатлылық бирлиги етип 1 джоуль жумысты 1 с ўақты ишинде ислейтуғын механизмниң қуўатлылығы, яғный 1 ватт алынады.

Техникалық системада қуўатлылық бирлиги етип 1 кГм жумысты 1 с ишинде ислейтуғын механизмниң қуўатлылығы алынады. Қуўатлылықтың бул бирлиги қысқаша кГм/с деп белгиленеди.

Солай етип

1 кГм/с = 9.81 ватт.
1 ватт = (1/9.81) кГм/с = 0.102 кГм/с.

Буннан басқа «ат күши» (а.к.) деп аталатуғын тарийхый пайда болған қуўатлылықтың бирлиги де бар. 1 ат күши 75 кГм/с қа тең. Соның менен бирге

1 а.к. = 75 кГм/с = 736 ватт = 0.736 киловатт.

Ат узақ ўақыт жумыс ислегенде орташа 75 кГм/с шамасында қуўатлылық көрсетеди. Бирақ аз ўақыт ишинде ат бир неше «ат күшине» тең қуўатлылық көрсете алады.

Бизиң күнлеримизде жумыстың төмендегидей еки бирлиги жийи қолланылады:

а) жумыс бирлиги етип қуўаты 1 гектоватқа тең механизмниң 1 саатта ислейтуғын жумысы алынады. Жумыстың бул бирлиги гектоватт-саат деп аталады.

1 гектоватт-саат = 100 ватт*3600 с = $3{,}6 \times 10^5$ джоуль.

б) жумыс бирлиги ретинде қуўатлылығы 1 киловатқа тең механизмниң 1 саатта ислейтуғын жумысы алынады. Жумыстың бул бирлиги киловатт-саат деп аталады.

1 киловатт-саат = 1000 ватт*3600 с = $3{,}6 \times 10^6$ джоуль.

(7.3) ке $\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}$ аңлатпасын қойсақ

$$A = \int (\mathbf{v}\, d\mathbf{p}). \tag{7.7}$$

Бул интегралды есаплаў ушын материаллық бөлекшениң тезлиги $\mathbf{v}$ менен импульсы $\mathbf{p}$ арасындағы байланысты билиў керек. Анықлама бойынша $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$.

Бул жерде d**v** векторы **v** векторының элементар өсимине тең. Бул өсим бағыты бойынша тезлик векторы менен сәйкес келмеўи де мүмкин. Егер v деп **v** векторының узынлығын түсинетуғын болсақ $v^2 = \mathbf{v}^2$ теңлигиниң орынланыўы керек. Сүўреттен $d\mathbf{v} = \mathbf{AB}$ (вектор), $dv = AC$. Сондай-ақ $\mathbf{v}\,d\mathbf{v} = v\,dv$.

$$\mathbf{v}\,d\mathbf{v} = v \cdot AB \cdot \cos\alpha = v \cdot AC = v\,dv.$$

Бул $\mathbf{v}\,d\mathbf{v} = v\,dv$ екенлиги және бир рет дәлиллейди.

$$A_{12} = m\int_0 v dv = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}. \tag{7.8}$$

Бул аңлатпадағы v_1 дәслепки ҳәм v_2 ақырғы тезликлер.

$$K = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m} \tag{7.9}$$

материаллық ноқаттың кинетикалық энергиясы деп аталады. Бул түсиниктиң жәрдеминде алынған нәтийже былай жазылады:

$$A_{12} = K_2 - K_1. \tag{7.10}$$

Солай етип орын алмастырыўда күштиң ислеген жумысы кинетикалық энергияның өсимине тең.

Материаллық ноқатлар системасының кинетикалық энергиясы деп усы системаны қураўшы ҳәр бир материаллық ноқаттың кинетикалық энергиясының қосындысына айтамыз. Сонлықтан егер усы система үстинен күш (күшлер) жумыс ислесе ҳәм бул жумыс системаның тезлигин өзгертиў ушын жумсалатуғын болса исленген жумыстың муғдары кинетикалық энергияның өсимине тең болады.

Егер система бир бири менен $\mathbf{F}_1$ ҳәм $\mathbf{F}_2$ күшлери менен тартысатуғын еки материаллық ноқаттан туратуғын болса, онда бул күшлердиң ҳәр бири оң жумыс ислейди (ийтерисиў бар жағдайындағы жумыслардың мәниси терис болады). Бул жумыслар да кинетикалық энергияның өсимине киреди. Сонлықтан қарап атырылған жағдайларда кинетикалық энергияның өсими сыртқы ҳәм ишки күшлердиң ислеген жумыслардың есабынан болады.

Атом физикасында энергияның қолайлы бирлиги ***электронвольт*** (эВ) болып есапланады. 1 эВ энергия электрон потенциаллары айырмасы 1 вольт болған электр майданында қозғалғанда алған энергиясының өсимине тең:

$$1 \text{ эВ} = 1.602 \cdot 10^{-12} \text{ эрг}.$$

Соның менен бирге үлкен бирликлер де қолланылады:

1 килоэлектронвольт (кэВ) = 1000 эВ.
1 мегаэлектронвольт (МэВ) = 1 000 000 эВ = 10^6 эВ.
1 гигаэлектронвольт (ГэВ) = 1 000 000 000 эВ = 10^9 эВ.

1 тетраэлектронвольт (ТэВ) = 10^{12} эВ.

Электрон ҳәм протон ушын тынышлықтағы энергия

электрон ушын $m_{0e}c^2 = 0.511$ Мэв.
протон ушын $m_{0p} = 938$ МэВ.

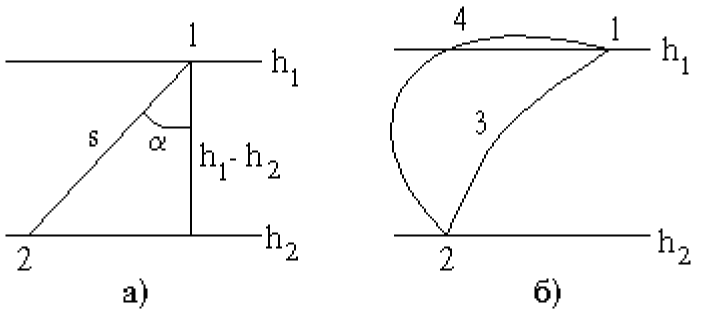
Консервативлик ҳәм консервативлик емес күшлер. Макроскопиялық механикадағы барлық күшлер ***консервативлик*** ҳәм ***консервативлик емес*** деп екиге бөлинеди. Бир қанша мысаллар көремиз.

Материаллық ноқат 1-аўҳалдан 2-аўҳалға (7-3 сүўрет) 12 туўры сызығы бойлап апарылғанда күштиң ислеген жумысын есаплаймыз. Бундай жумысқа қыя тегислик бойынша сүйкелиссиз қозғалғанда исленген жумысты көрсетиўге болады. Жумыс $A_{12} = mgs\cos\alpha$ шамасына тең ямаса

$$A_{12} = mg(h_1 + h_2) = mgh_1 + mgh_2. \tag{7.22}$$

Бул аңлатпада h_1 менен h_2 арқалы материаллық ноқат дәслеп ҳәм ақырында ийелеген бийикликлер белгиленген.

7-3-а) ҳәм б) сүўретлерде көрсетилген жағдайларды талқылап салмақ күшиниң ислеген жумысының өтилген жолдан ғәрезсиз екенлигин, ал бул жумыстың тек ғана дәслепки ҳәм ақырғы орынларға байланыслы екенлигин көриўге болады.



7-3 сүўрет.

Салмақ күшиниң жумысының жүрип өткен жолдың узынлығынан ғәрезсиз екенлигин көрсететуғын сүўрет.

Екинши мысал ретинде ***орайлық күшлер майданында*** исленген жумысты есаплаймыз. ***Орайлық күш*** деп барлық ўақытта орай деп аталыўшы бир ноқатқа қарай бағдарланған, ал шамасы сол орайға дейинги аралыққа байланыслы болған күшти айтамыз. Бул орайды ***күшлер орайы*** ямаса ***күшлик орай*** деп атайды. Мысал ретинде Қуяш пенен планета, ноқатлық зарядлар арасындағы тәсирлесиў күшлерин айтыўға болады. Анықлама бойынша элементар жумыс $dA = F\,ds\cos(\mathbf{F}\,d\mathbf{s})$. Бул жерде $ds\cos(\mathbf{F}\,d\mathbf{s})$ элементар орын алмасыў $d\mathbf{s}$ векторының ының күштиң бағытындағы (радиус-векторdың бағыты менен бирдей) проекциясы. Сонлықтан $dA = \mathbf{F}(\mathbf{r})\,d\mathbf{r}$ жумысы тек ғана r қашықлығына ғәрезли болады. Сонлықтан жумыс A_{12} былай анықланады:

$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} F(r)dr. \tag{7.23}$$

Бул интегралдың мәниси тек 1- ҳәм 2-ноқатлар арасындағы қашықлықлар r_1 ҳәм r_2 ге байланыслы.

Жоқарыда келтирилген мысаллардағы күшлер консерватив күшлер деп аталады. Бундай күшлер жағдайында исленген жумыс жолға ғәрезли болмай, тек ғана дәслепки ҳәм ақырғы ноқатлар арасындағы қашықлыққа байланыслы болады. Жоқарыда келтирилген аўырлық күшлери менен орайлық күшлер консерватив күшлер болып табылады.

Консерватив болмаған барлық күшлер ***конверватив емес*** күшлер деп аталады.

Бир текли аўырлық майданындағы потенциал энергия. Материаллық ноқат h бийиклигинен Жер бетине қулап түссе аўырлық күшлери $A = mgh$ жумысын ислейди. Биз Жердиң бетиндеги бийикликти $h = 0$ деп белгиледик. Демек h бийиклигинде m массалы материаллық ноқат $U = mgh + C$ потенциал энергиясына ийе болады. C турақлысының мәниси ноллик қәддиге сәйкес келетуғын орынлардағы потенциал энергия. Әдетте $C = 0$ деп алынады. Сонлықтан потенциал энергия

$$U = mgh \qquad (7.25)$$

формуласы менен анықланылады.

Созылған пружинаның потенциал энергиясы. Пружинаның созылмастан (қысылмастан) бурынғы узынлығын l_0 менен белгилеймиз. Созылғаннан (қысылғаннан) кейинги узынлығы l. $x = l - l_0$ арқалы пружинаның созылыўын (қысылыўын) белгилеймиз. Серпимли күш деформацияның шамасы үлкен болмағанда серпимли күш $\mathbf{F}$ тек ғана созылыў (қысылыў) x қа байланыслы болады, яғный $\mathbf{F} = k\mathbf{x}$ (Гук нызамы). Ал исленген жумыс

$$A = \int_0^x F dx = k\int_0^x x dx = \frac{1}{2}kx^2. \qquad (7.26)$$

Егер деформацияланбаған пружинаның серпимли энергиясын нолге тең деп есапласақ потенциал энергия:

$$U = \frac{1}{2}kx^2. \qquad (7.27)$$

Ишки энергия. Жоқарыда қурамалы системаның қозғалысы ушын оның тутасы менен алғандағы тезлиги түсинигиниң киргизилетуғынлығы түсиндирилген еди. Бундай жағдайда усындай тезлик ушын системаның инерция орайының тезлиги алынады. Бул системаның қозғалысының еки түрли қозғалыстан туратуғынлығын билдиреди: системаның тутасы менен алғандағы қозғалысы ҳәм системаның инерция орайына салыстырғандағы системаны қураўшы бөлекшелердиң «ишки» қозғалысы. Усыған сәйкес системаның энергиясы E тутасы менен алынған система ушын кинетикалық энергия $\frac{MV^2}{2}$ (бул формулада M арқалы системаның массасы, ал V арқалы оның инерция орайының тезлиги белгиленген) менен системаның ишки энергиясы E_{ishki} ның қосындысынан турады. Ишки энергия өз ишине бөлекшелердиң ишки қозғалысына сәйкес келиўши кинетикалық энергияны ҳәм олардың тәсирлесиўине сәйкес келиўши потенциал энергияны алады.

$$E=\frac{MV^2}{2}+E_{ishki}.$$

Бул формуланың келип шығыўы өз-өзинен түсиникли, бирақ бир усы формуланы туўрыдан туўры келтирип шығарыўда да көрсетемиз.

Қозғалмайтуғын есаплаў системадағы қандай да бир бөлекшениң тезлигин (i-бөлекшениң тезлигин) v_i+V деп жаза аламыз (V системаның инерция орайының қозғалыс тезлиги, v_i бөлекшениң инерция орайына салыстырғандағы тезлиги). Бөлекшениң кинетикалық энергиясы мынаған тең:

$$\frac{m_i}{2}(v_i+V)^2=\frac{m_iV^2}{2}+\frac{m_iv_i^2}{2}+m_i(\mathbf{V}\,\mathbf{v}_i).$$

Барлық бөлекшелер бойынша қосынды алғанда бул аңлатпаның биринши ағзалары $\frac{MV^2}{2}$ ни береди (бул жерде $M=m_1+m_2+...$). Екинши ағзалардың қосындысы системадағы ишки қозғалыслардың толық кинетикалық энергиясына сәйкес келеди. Ал үшинши ағзалардың қосындысы нолге тең болады. Ҳақыйқатында да

$$m_1(\mathbf{V}\,\mathbf{v}_1)+m_2(\mathbf{V}\,\mathbf{v}_2)+\mathbf{K}=V(m_1\mathbf{v}_1+m_2\mathbf{v}_2+\mathbf{K}).$$

Кейинги қаўсырма ишиндеги қосынды бөлекшелердиң системаның инерция орайына салыстырғанлағы анықлама бойынша нолге тең толық импульси болып табылады. Ең ақырында кинетикалық энергияны бөлекшелердиң тәсирлесиўиниң потенциал энергиясы менен қосып излеп атырған формуламызды аламыз.

Энергияның сақланыў нызамын қолланып қурамалы денениң стабиллигин (турақлылығын) қарап шыға аламыз. Бул мәселе қурамалы денениң өзинен өзи қурамлық бөлимлерге ажыралып кетиўиниң шәртлерин анықлаўдан ибарат. Мысал ретинде қурамалы денениң еки бөлекке ыдыраўын көрейик. Бул бөлеклердиң массаларын m_1 ҳәм m_2 арқалы белгилейик. Ҳәне дәслепки қурамалы денениң инерция орайы системасындағы сол бөлеклердиң тезликлери $\mathbf{v}_1$ ҳәм $\mathbf{v}_2$ болсын. Бундай жағдайда усы есаплаў системасындағы энергияның сақланыў нызамы мына түрге ийе болады:

$$E_{ishki}=\frac{m_1v_1^2}{2}+E_{1ishki}+\frac{m_2v_2^2}{2}+E_{2ishki}.$$

Бул жерде E_{ishki} дәслепки денениң ишки энергиясы, ал E_{1ishki} ҳәм E_{2ishki} денениң еки бөлегиниң ишки энергиялары. Кинетикалық энергия барқулла оң мәниске ийе, сонлықтан жазылған аңлатпадан

$$E_{ishki}>E_{1ishki}+E_{2ishki}$$

екенлиги келип шығады. Бир денениң еки денеге ыдыраўының шәрти усыннан ибарат. Егер дәслепки денениң ишки энергиясы оның қурамлық бөлимлериниң ишки энергияларының қосындысынан киши болса дене ыдырамайды.

Сораўлар:

1. Жумыс ҳәм энергия арасындағы байланыс неден ибарат?   2. Киши тезликлердеги энергия менен релятивистлик энергия арасындағы парқ нелерден ибарат?   3. Консервативлик ҳәм конвсервативлик емес күшлерге мысаллар келтире аласыз ба?   4. Аўырлық майданындағы денениң потенциал энергиясын есаплағанда h = 0 болған ноқатты сайлап алыў мәселеси пайда болады. Бул мәселе қалай шешиледи?   5. Созылған пружинаның потенциал энергиясы менен тутас денени созғандағы потенциал энергия арасындағы байланыс (ямаса айырма) нелерден ибарат?

8-§. Механикадағы Лагранж усылы

Улыўмаласқан координаталар. Лагранжиан. Ең киши тәсир принципи. Лагранж-Эйлер теңлемелери.

Улыўмаласқан координаталар. Лагранжиан. Системаның еркинлик дәрежесиниң саны деп системаның ҳалын (аўҳалын) толық тәриплеў ушын зәрүр болған бир биринен ғәрезсиз болған координаталардың минимал болған санына айтады.

Мысаллар:

1. Еркин бөлекше үш еркинлик дәрежесине ийе[4]. Оның ийелеп турған орны үш координатаның жәрдеминде анықланады. Усы үш координата сыпатында x, y, z декарт координаталарын алыў мүмкин (8-1 сүўрет).

2. Бир биринен ғәрезсиз қозғалыўшы еки бөлекше алты еркинлик дәрежесине ийе болады (8-2 сүўрет). Тап сол сыяқлы N бөлекшеден туратуғын система (газ) 3N еркинлик дәрежесине ийе.

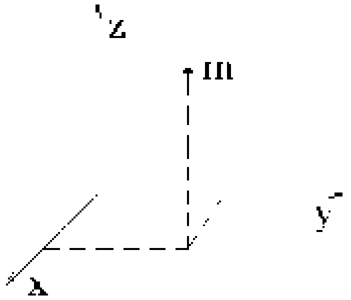
3. Егер усы N бөлекше абсолют қатты денени пайда ететуғын болса (яғный усы денениң қозғалысында бөлекшелер арасындағы қашықлықлар өзгермей қалатуғын болса) бир биринен ғәрезсиз координаталар саны алтыға шекем кемейеди ҳәм бундай денениң аўҳалы массалар орайы координаталары және координаталар көшерлери дөгерегиндеги бурылыў мүйешлери менен берилиўи мүмкин. Басқа сөз бенен айтқанда абсолют қатты дене алты еркинлик дәрежесине ийе болады (8-33 сүўрет).

Улыўма айтқанда бөлекшениң (денениң) қозғалыў еркинлигин шеклеў арқалы (яғный қандай да бир координатаны бекитиў арқалы) биз қарап атырылған системаның еркинлик дәрежесин кемейте алады екенбиз.

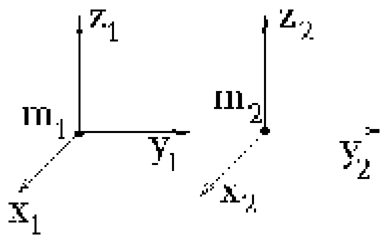
Мысалы берилген иймеклик бойынша қозғалатуғын бөлекше тек бир еркинлик дәрежесине ийе болады. Бул жағдайда еркинлик дәрежеси белгиленип алынған базы бир ноқаттан бөлекшеге шекемги аралық еркинлик дәрежеси орнын ийелейди. Екинши мысал ретинде еки атомлы молекуланы (яғный бир бири менен қатты байланысқан еки

[4] «Үш еркинлик дәрежесине ийе» сөзи «Еркинлик дәрежесиниң саны үшке тең» деген мәнисте айтылады.

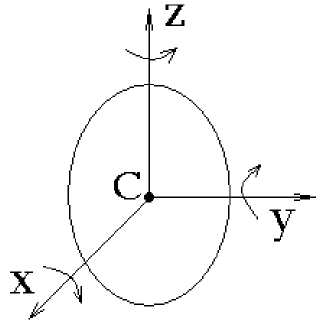
бөлекшени) көрсетиўге болады. 8-4 сүўретте көрсетилген бундай система 5 еркинлик дәрежесине ийе (олар $x_c, y_c, z_c, \varphi_x, \varphi_z$ шамалары болып табылады).



8-1 сүўрет. Еркин қозғалатуғын бөлекшениң еркинлик дәрежеси 3 ке тең.



8-2 сүўрет. Бир бири менен байланыспаған еки бөлекшениң еркинлик дәрежеси 6 ға тең.



8-3 сүўрет. Абсолют қатты денен 6 еркинлик дәрежесине ийе болады.

N еркинлик дәрежесине ийе системаның бир биринен ғәрезсиз болған барлық координаталарын ***улыўмаласқан координаталар*** деп атаймыз ҳәм оларды q_i ҳәрипи менен белгилеймиз $(i = 1, 2, 3, ..., N)$.

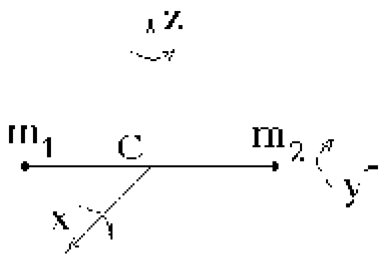
Улыўмаласқан координаталар қатарына сызықлы координаталар да, мүйешлик координаталар да киреди. Мысалы қатты дене ушын (8-4 сүўрет) $q_1 = x_c, q_2 = y_c, q_3 = z_c, q_4 = \varphi_x, q_5 = \varphi_y, q_6 = \varphi_z$.

Улыўмаласқан координаталардан ўақыт бойынша алынған туўындылар ***улыўмаласқан тезликлер*** деп аталады. Оны былайынша жазамыз: $\dot{q}_i \equiv \frac{dq_i}{dt}$. Улыўмаласқан тезликлер қатарына $\mathbf{v}_i$ сызықлы тезликлери де, ω_i мүйешлик тезликлери де киреди.

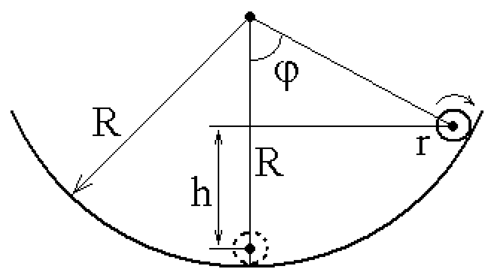
Еске түсиремиз: бизлер усы ўақытқа шекем үйренген системалар ушын кинетикалық энергия E_{kin} тек улыўмаласқан тезликлерден ғәрезли, ал потенциал энергия болса тек улыўмаласқан координаталардан ғәрезли. Мысал ретинде тегис қозғалысты караймыз. Бул жағдайда кинетикалық энергия

$$E_{kin} = \frac{mv_c^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$$

формуласы жәрдеминде есапланады Бул аңлатпада I арқалы массасы m болған қатты денениң инерция моменти, ал ω арқалы оның мүйешлик тезлиги, ал v_c арқалы усы қатты денениң илгерилемели қозғалысының тезлиги белгиленген (бул ҳаққында 20-параграфта толық айтылады).



8-4 сүўрет. Еки атомлы молекуланың еркинлик дәрежеси 5 ке тең.



8-5 сүўрет. Радиусы R болған цилиндрлик бетте сүйкелиссиз сырғанаўшы радиусы r болған тутас цилиндр еркинлик дәрежеси 1 ге тең системаға мысал болады.

Екинши мысал ретинде радиусы R болған цилиндрлик бетте сүйкелиссиз сырғанаўшы радиусы r болған тутас цилиндрди қараймыз (8-5 сүўрет). Бул жағдайда кинетикалық энергия

$$E_{kin} = \frac{mv_c^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} = \frac{3}{4}(R-r)^2\dot{\varphi}^2.$$

формуласы жәрдеминде есапланады. Биз қарап атырған жағдайда $I = \frac{m\,r^2}{2}$ ҳәм $v_c = \omega r = \dot{\varphi}(R-r)$. Потенциал энергия болса мүйешлик өзгериўши φ ден ғәрезли ҳәм төмендеги аңлатпа жәрдеминде есапланады:

$$U = mgh = mg(R-r)(1-\cos\varphi).$$

Салыстырмалық теориясында массасы m болған еркин бөлекшениң Лагранж функциясының

$$L = -mc^2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

екенлиги ҳәм оның $\frac{v^2}{c^2} \to 0$ шегинде $L = \frac{mv^2}{2}$ шамасының алынатуғынлығы аңсат дәлилленеди.

Берилген механикалық системаның Лагранж функциясы (ямаса системаның лагранжианы) деп оның кинетикалық ҳәм потенциал энергияларының айырмасына айтамыз, яғный

$$L = E_{kin} - U = E_{kin}(\dot{q}_i) - U(q_i).$$

Бул анықламадан лагранжианның улыўмаласқан координаталар менен улыўмаласқан тезликлердиң функциясы екенлиги келип шығады:

$$L = L(q_i, \dot{q}_i).$$

Мысалы: орайлық гравитациялық майдандағы бөлекше ушын (Кеплер мәселесиндеги) лагранжиан

$$L = \frac{mv^2}{2} + G\frac{Mm}{r}$$

түрине ийе болады. Бул аңлатпадағы $v^2 = \dot{r}^2 + (r\dot{\varphi})^2$, ал r менен φ арқалы поляр координаталар белгиленген.

Ең киши тәсир принципи. Және бир оғада әҳмийетли түсиник пенен танысамыз. Бул түсиникти ***тәсир*** деп атаймыз ҳәм оны S ҳәрипи жәрдеминде белгилеймиз ҳәм ол былайынша анықланады:

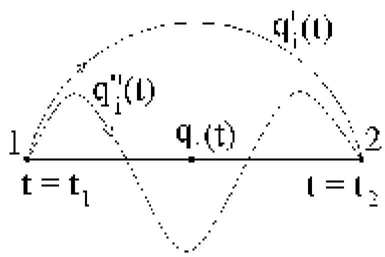
$$S = \int_{t_1}^{t_2} L\left(q_i(t), \dot{q}_i(t)\right) dt = \int_{t_1}^{t_2} L\, dt .$$

Дара жағдайда еркин материаллық бөлекше ушын тәсир былайынша жазылады:

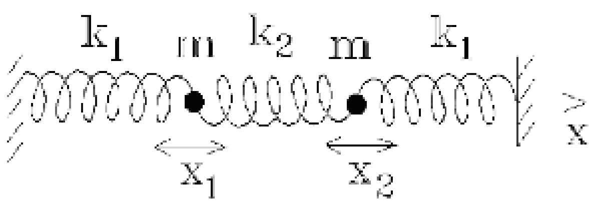
$$S = -mc\int_a^b ds .$$

Бул аңлатпадағы ds интервал деп аталады ҳәм ол ҳаққында 13-14 параграфларда толық гәп етиледи.

Тәсирдиң траекторияның түринен ғәрезли екенлиги оғада әҳмийетли. Буны былайынша түсиндиремиз:



8-6 сүўрет. Системаның $q_i(t_1)$ ноқатынан $q_i(t_2)$ ноқатына келиўи ҳәр қыйлы траекториялар менен әмелге асыўы мүмкин.



8-7 сүўрет. Еки жүктиң тербелис нызамын табыў ушын арналған сүўрет.

Дәслеп система $q_i(t_1)$, ал ақырында $q_i(t_2)$ координатасына ийе болады деп есаплайық (8-6 сүўрет). Бирақ $q_i(t_1)$ ноқатынан $q_i(t_2)$ ноқатына система ҳәр қыйлы жоллар менен келиўи мүмкин ҳәм S тәсирдиң мәниси де соған сәйкес ҳәр қыйлы болған болар еди. Базы бир x ғәрезсиз өзгериўшисинен ғәрезли болған f шамасын математикада $f(x)$ функциясы деп атайды. Ал функцияның түринен ғәрезли болған F аңлатпасын функционал деп атайды. ***Солай етип тәсир системаның траекториясынан ғәрезли болған функционал болып табылады екен***.

Егер ғарезсиз өзгериўши шама x шексиз киши өзгериске ийе болған болса функция да белгили бир $df = \frac{\partial F(f(x), ...)}{\partial x} d(x)$ өсимин алады. Усыған сәйкес функция шексиз киши $\delta f(x)$ өсимин алганда функционал да төмендегидей өсим алады:

$$\delta F = \frac{\partial F\left(f(x), ...\right)}{\partial f(x)} \delta f(x)$$

Функционалдың бул өсими вариация деп аталады.

Биз карап атырған жағдайда қозғалыс траекториясын азмаз өзгертип [яғный улыўмаласқан координаталарды $\delta q_i(t)$ шамасына өзгертиў арқалы] тәсир S тиң вариацияның шамасы

$$\delta S = \sum_i \left(\frac{\partial S}{\partial q_i} \delta q_i + \frac{\partial S}{\partial \dot{q}_i} \delta \dot{q}_i \right)$$

ға өзгериўин аламыз.

Бул формула математикадағы бир неше өзгериўшилердиң функциясын дифференциаллаў қағыйдасына уқсас.

Енди биз физиканың дерлик барлық нызамлары келип шығатуғын ***тийкарғы принципти*** ең киши тәсир принципи деп атаймыз ҳәм оны былайынша жазамыз:

Ең киши тәсир принципи: система барлық ўақытта да тәсир функционалы минимал мәниске ийе болатуғын $q_i(t)$ ***траекториясы бойынша қозғалады***.

Бул принцип барлық теориялық физиканың тийкарында жатады. Соның менен бирге бул принципти майданның классикалық ҳәм квант теорияларында да сәтли түрде пайдаланыў мүмкин. Усы принциптиң жәрдеминде биз изертленип атырған физикалық қубылыслар бойынша нәтийжелерди аналитикалық формада (функциялар, формулалар түринде) ала аламыз.

Лагранж-Эйлер теңлемелери. Минимум ноқатында (экстремумда) функцияның өсими нолге тең, яғный $df = 0$. Тап усы сыяқлы тәсирдиң минимумы оның вариациясының нолге тең екенлигин аңғартады ($\delta S = 0$).

Әпиўайылық ушын лагранжиан L тек улыўмаласқан координата q_i ден ғәрезли деп есаплаймыз. Бундай жағдайда

$$\delta S = \delta\left(\int_{t_1}^{t_2} L\, dt \right) = \int_{t_1}^{t_2} \left(\frac{\partial L}{\partial q} \delta q + \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \delta \dot{q} \right) dt = 0$$

Енди

$$\delta \dot{q} = \delta\left(\frac{dq}{dt} \right) = \frac{d}{dt} \delta q$$

екенлигин есапқа аламыз.

Екинши қосылыўшыны есаплаў ушын бөлеклерге бөлип интеграллаў усылынан пайдаланамыз:

$$\int_{t_1}^{t_2} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \frac{d}{dt}(\delta q)\, d\,t = \int_{t_1}^{t_2} \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\,\delta q\right) d\,t - \int_{t_1}^{t_2} \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right)\delta q\, d\,t\,.$$

Бундай жағдайда тәсир вариациясы мына түске ийе болады:

$$\delta S = \int_{t_1}^{t_2} \left(\frac{\partial L}{\partial q} - \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right)\delta q\, d\,t + \frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\,\delta q\Big|_{t_1}^{t_2} = 0\,. \tag{8.1}$$

Мәселениң шәрти бойынша системаның басланғыш ҳәм ақырғы орынлары белгиленген. Сонлықтан басланғыш ҳәм ақырғы координаталардың өзгериўи мүмкин емес, яғный $\delta q(t_1) = \delta q(t_2) = 0$. Демек (8.1) деги ең кейинги қосылыўшы $\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\delta q$ нолге тең болады.

Егер лагранжиан L көп санлы улыўмаласқан координаталар менен тезликлерге ғәрезли болатуғын болса, онда ол көп өзгериўшилердиң функциясы сыпатында дифференциалланады ҳәм (8.1)-аңлатпада суммалаў әмелге асырылады, яғный

$$\delta S = \int_{t_1}^{t_2} \sum_i \left(\frac{\partial L}{\partial q_i} - \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right)\delta q_i\, dt = 0\,.$$

Бирақ q_i болсағәрезсиз координаталар болып табылады ҳәм олардың өзгериси δq_i шамасы t ның қәлеген функциясы болыўы мүмкин. Сонлықтан интегралдың нолге тең болыўы ушын δq_i дың қасындағы барлық көбейтиўшилердиң нолге тең болыўы керек:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0\,.$$

Бул аңлатпада $i = 1, 2, \ldots, N$ ҳәм ол Лагранж-Эйлер теңлемелери деп аталады.

Бул тенлемелердиң орынланыўы ең киши тәсир принципи $\delta S = 0$ диң орынланыўына эквивалент.

Лагранж-Эйлер теңлемелериниң мәнисин түсинип алыў ушын айкын мысал келтиремиз. Потенциал энергиясы $U(x, y, z)$ болған майдандағы бир бөлекшениң қозғалысы ушын бул теңлемелерди жазамыз:

$$L = E_{kin} - U = \frac{m\left(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2\right)}{2} - U(x, y, z)\,.$$

Биз қарап атырған жағдайда $q_1 = x$, $q_2 = y$, $q_3 = z$, ал $\dot{q}_1 = v_x$, $\dot{q}_2 = v_y$, $\dot{q}_3 = v_z$ болғанлықтан мысал ретинде q_1 координатасы ушын мынаны аламыз:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1} - \frac{\partial L}{\partial q_1} = \frac{d}{dt}\left(mv_x\right) + \frac{\partial U}{\partial x} = m\frac{dv_x}{dt} + \frac{\partial U}{\partial x} = 0\,.$$

Бирақ $F_x = -\left(\text{grad } U\right)_x = -\frac{\partial U}{\partial z}$ болғанлықтан (бул күштиң x көшерине түсирилген проекциясы), нәтийжеде

$$m\frac{dv_x}{dt} = F_x$$

формуласына ийе боламыз ҳәм мынадай жуўмақ шығарамыз:

Лагранж-Эйлер теңлемелери динамика теңлемелери (Ньютон нызамлары) болып табылады. Бул теңлемелер тәсирдиң минималлығына алып келеди.

Ньютон механикасының қозғалыс теңлемелерин шешиўдиң орнына жокарыда қурамалы болып көринген Лагранж усылын қолланыўдың неге кереги бар деген тәбийий сораў туўылады. Бул сораўға мынадай жуўап бериў керек:

Қурамалы системалар үйренилгенде (изертленгенде) бундай системалар ушын L ди жазыў әмелий жақтан әдеўир аңсат. Буннан кейин лагранж-Эйлер теңлемелери жазылады ҳәм бул теңлемелер интегралланады (шешиледи).

М ы с а л: 8-7 сүўретте көрсетилген серпимлилик коэффициентлери k_1 ҳәм k_2 болған пружиналарға бекитилген ҳәм тек x көшери бағытында қозғала алатуғын еки жүктиң тербелис нызамын табыў керек болсын. Бул система x_1 ҳәм x_2 координаталарына сәйкес келиўши еки еркинлик дәрежесине ийе болады (x_1 ҳәм x_2 координаталары ҳәр бир жүктиң тең салмақлық ҳалдан аўысыўы болып табылады). Сонлықтан системаның лагранжианы

$$L = \frac{m\dot{x}_1^2}{2} + \frac{m\dot{x}_2^2}{2} - \frac{k_1x_1^2}{2} - \frac{k_1x_2^2}{2} - \frac{k_2(x_1 - x_2)}{2}$$

түрине ийе болады. Ал Лагранж-Эйлер теңлемеси

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_{1,2}} - \frac{\partial L}{\partial x_{1,2}} = 0$$

мына түрге енеди:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}(m\,\dot{x}_1) + k_1x_1 + k_2(x_1 - x_2) = 0, \\ \frac{d}{dt}(m\,\dot{x}_2) + k_1x_2 - k_2(x_1 - x_2) = 0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m\,\ddot{x}_1 + (k_1 + k_2)x_1 - k_2x_2 = 0, \\ m\,\ddot{x}_2 + (k_1 + k_2)x_2 - k_2x_1 = 0. \end{cases}$$

Еки u ҳәм v жаңа өзгериўшилерин киргиземиз: $u = x_1 + x_2$ ҳәм $v = x_1 - x_2$. Оларды нормал тербелислер деп атаймыз (нормал тербелислер ҳаққында 29-30 параграфларда гәп етиледи). Бундай жағдайда алынған теңлемелерди қосыў, айырыў ҳәм қысқартыў арқалы мынаған ийе боламыз:

$$\begin{cases} m\ddot{u} + k_1 u = 0, \\ m\ddot{v} + (k_1 + 2k_2)v = 0. \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \dfrac{d^2u}{d\,t^2} + \dfrac{k_1}{m}u = 0, \\ \dfrac{d^2v}{d\,t^2} + \dfrac{k_1 + 2k_1}{m}v = 0. \end{cases}$$

Ақырғы теңлемелер еркин гармоникалық тербелислердиң теңлемелери болып табылады. Сонлықтан u ҳәм v лар ушын бизде бар серпимлилик коэффициентлери пайдаланып төмендегидей улыўмалық формулаларды жазамыз:

$$u = A\cos\left(\sqrt{\frac{k_1}{m}}\,t + \varphi_1\right), \quad v = B\cos\left(\sqrt{\frac{k_1 + 2k_2}{m}}\,t + \varphi_2\right)$$

ҳәм ең кейнинде

$$x_{1,2} = \frac{1}{2}(u \pm v) = \frac{1}{2}\left[A\cos\left(\sqrt{\frac{k_1}{m}}\,t + \varphi_1\right) \pm B\cos\left(\sqrt{\frac{k_1 + 2k_2}{m}}\,t + \varphi_2\right)\right].$$

Бул биз излеген еки жүктиң тербелис нызамы болып табылады. Келтирилип шығарылған формуланы әдеттеги қозғалыс теңлемесин шешиў арқалы алыўдың оғада қыйын екенлигин енди анық сеземиз.

9-§. Материаллық ноқатлар системасының қозғалысы ҳәм энергиясы

Материаллық ноқаттың импульс моменти. Материаллық ноқатлар системасының импульси ҳәм импульс моменти. Материаллық ноқатлардан туратуғын системаға тәсир етиўши күш. Материаллық ноқатлар системасының қозғалыс теңлемеси. Массалар орайы. Материаллық ноқатлар системасы ушын моментлер теңлемеси. Айланыўшы қатты денелердиң кинетикалық энергиясы. Инерция тензоры ҳәм эллипсоиды.

Импульс моменти. О ноқатына салыстырғандағы материаллық ноқаттың импульс моменти:

$$\mathbf{L} = [\mathbf{R}, \mathbf{p}]. \tag{9.1}$$

Бул анықлама барлық (релятивистлик ҳәм релятивистлик емес) жағдайлар ушын дурыс болады. Еки жағдайда да $\mathbf{p}$ импульсы бағыты бойынша материаллық ноқаттың тезлиги бағыты менен сәйкес келеди.

Күш моменти. О ноқатына салыстырғандағы материаллық ноқатқа тәсир етиўши күш моменти деп

$$\mathbf{M} = [\mathbf{R}, \mathbf{F}] \tag{9.2}$$

векторына айтамыз.

Моментлер теңлемеси. Импульс моменти (9.1) ди ўақыт бойынша дифференциаллаймыз:

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \left[\frac{dR}{dt}, \mathbf{p}\right] + \left[\mathbf{R}, \frac{d\mathbf{p}}{dt}\right] \tag{9.3}$$

ямаса

$$\dot{\mathbf{L}} = [\dot{\mathbf{r}}, \mathbf{p}] + [\mathbf{r}, \dot{\mathbf{p}}].$$

$\frac{d\mathbf{R}}{dt} = \mathbf{v}$ бағыты $\mathbf{p}$ импульсы менен сәйкес келетуғын тезлик екенлигин есапқа аламыз. Өз-ара коллиниар еки вектордың векторлық көбеймеси нолге тең. Сонлықтан (9.3) тиң оң жағындағы бириншиағза $[\dot{\mathbf{r}}, \mathbf{p}]$ нолге тең, ал екинши ағза күш моментин береди. Нәтийжеде (9.3) моментлер теңлемесине айланады:

$$[\mathbf{r}, \dot{\mathbf{p}}] = \dot{\mathbf{L}} = \mathbf{M}.$$

Бул теңлеме материаллық ноқатлар менен денелердиң қозғалыслары қаралғанда үлкен әҳмийетке ийе болады.

Материаллық ноқатлар системасы. Материаллық ноқатлар системасы деп шекли сандағы материаллық ноқатлардың жыйнағына айтамыз. Сонлықтан да бул материаллық ноқатларды номерлеў мүмкин. Бул ноқатларды $i, j, \mathbf{K}$ ҳәм басқа да ҳәриплер менен белгилеўимиз мүмкин. Бул санлар $1, 2, 3, \mathbf{K}, n$ мәнислерин қабыл етеди (n системаны қураўшы бөлекшелер саны). Бундай жағдайда, мысалы, $\mathbf{r}_i$, $\mathbf{p}_i$, $\mathbf{v}_i$ шамалары сәйкес $i-$ бөлекшениң радиус-векторын, импульсын ҳәм тезлигин береди. Бундай системаларға мысал ретинде газди, Қуяш системасын ямаса қатты денени көрсетиўге болады. Ўақыттың өтиўи менен системаны қураўшы материаллық ноқатлардың орынлары өзгереди.

Системаны қураўшы ноқатлардың ҳәр бирине тәбияты ҳәм келип шығыўы жақынан ҳәр қыйлы болған күшлердиң тәсир етиўи мүмкин. Сол күшлер сырттан тәсир етиўши (сыртқы күшлер) ямаса системаны қураўшы бөлекшелер арасындағы өз-ара тәсир етисиў болыўы мүмкин. Бундай күшлерди ишки күшлер деп атаймыз. Ишки күшлер ушын Ньютонның үшинши нызамы орынланады деп есаплаў қабыл етилген.

Система импульсы: Системаның импульсы деп усы системаны қураўшы материаллық ноқатлардың импульсларының қосындасына айтамыз, яғный

$$\mathbf{p} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{p}_i = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_3 + \mathbf{K} + \mathbf{p}_n. \tag{9.4}$$

Системаның импульс моменти: Басланғыш деп қабыл етилген O ноқатына салыстырғандағы системаның импульс моменти деп сол O ноқатына салыстырғандағы материаллық ноқатлардың импульс моментлериниң қосындысына айтамыз, яғный

$$\mathbf{L} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{L}_i = \sum_{i=1}^{n} [\mathbf{r}_i, \mathbf{p}_i]. \qquad (9.5)$$

Системаға тәсир етиўши күш моменти: O ноқатына салыстырғандағы системаға тәсир етиўши күштиң моменти деп сол O ноқатына салыстырғандағы ноқатларға тәсир етиўши моментлердиң қосындысына тең, яғный

$$\mathbf{M} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{M}_i = \sum_{i=1}^{n} [\mathbf{r}_i, \mathbf{F}_i]. \qquad (9.6)$$

Ньютонның үшинши нызамына сәйкес ишки күшлер моментлери бирин бири жоқ етеди. Сонлықтан кейинги теңлемениң оң тәрепи бирқанша әпиўайыласады. Усы жағдайды дәлиллеў ушын системаның $i-$ноқатына тәсир етиўши күшти $\mathbf{F}_i$ арқалы, ал усы күш сырттан тәсир етиўши күш болған $\mathbf{F}_{isirtqi}$ дан ҳәм қалған барлық бөлекшелер тәрепинен түсетуғын күштен турады деп есаплайық. $i-$ ноқаттан $j-$ ноқатқа тәсир етиўши ишки күшти $\mathbf{f}_{ij}$ деп белгилейик. Сондай жағдайда толық күшти

$$\mathbf{F}_i = \mathbf{F}_{isirtqi} + \sum_{j \neq i} \mathbf{f}_{ij}\,. \qquad (9.7)$$

түринде жазамыз.

Суммадағы $j \neq i$ теңсизлиги $j = i$ болмаған барлық жағдайлар ушын қосындының алынатуғынлығын билдиреди. Себеби ноқат өзи өзине тәсир ете алмайды. Кейинги аңлатпаны алдыңғы аңлатпаға қойып күш моментиниң еки қосылыўшыдан туратуғынлығын көремиз:

$$\mathbf{M} = \sum_{i} [\mathbf{r}_i, \mathbf{F}_{isirtqi}] + \sum_{i,j} [\mathbf{r}_i, \mathbf{f}_{ij}]. \qquad (9.8)$$

Алынған аңлатпадағы екинши сумманың нолге тең екенлигин көрсетиў мүмкин. Ньютонның үшинши нызамына муўапық $\mathbf{f}_{ij} + \mathbf{f}_{ji} = 0$. Сүўретте көрсетилген сызылмаға муўапық i ҳәм j ноқатларына тәсир етиўши күшлердиң O ноқатларына салыстырғандағы моментлерин есаплаймыз. Бул ноқатларды тутастыратуғын $\mathbf{r}_{ij}$ векторы i ноқатынан j ноқатына қарап бағытланған. O ноқатына салыстырғандағы $\mathbf{f}_{ij}$ ҳәм $\mathbf{f}_{ji}$ моментлери

$$\mathbf{M}' = [\mathbf{r}_i, \mathbf{f}_{ji}] + [\mathbf{r}_j, \mathbf{f}_{ij}]. \qquad (9.9)$$

шамасына тең. $\mathbf{f}_{ij} = -\mathbf{f}_{ji}$, $\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j = \mathbf{r}_{ij}$ екенлигин жәнe $\mathbf{r}_{ji}$ ҳәм $\mathbf{f}_{ji}$ векторларының өз-ара параллеллигин есапқа алып

$$\mathbf{M}' = [\mathbf{r}_i, \mathbf{f}_{ij}] - [\mathbf{r}_j, \mathbf{f}_{ji}] = [\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j, \mathbf{f}_{ji}] = [\mathbf{r}_{ji}, \mathbf{f}_{ji}] = 0$$

екенлигине ийе боламыз. Солай етип (9.8) аңлатпасының оң тәрепиндеги екинши қосындыда ишки тәсирлесиў күшлериниң барлығының қосындысының өз-ара қысқаратуғынлығын ҳәм қосындының барлығының нолге тең болатуғынлығына ийе боламыз. Тек системаның айырым ноқатларына түсирилген сыртқы күшлердиң моментлериниң қосындысына тең биринши ағза ғана қалады. Сонлықтан материаллық ноқатлар системасына тәсир етиўши күшлердиң моментлери ҳаққында айтқанымызда $\mathbf{F}_i$ күшлери деп тек сыртқы күшлерди түсинип, (9.6) анықламасын нәзерде тутыў керек.

Материаллық ноқатлар системасының қозғалыс теңлемеси. (9.4) аңлатпасы болған $\mathbf{p} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{p}_i = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_3 + ... + \mathbf{p}_n$ аңлатпасынан ўақыт бойынша туўынды аламыз ҳәм $i-$ ноқаттың қозғалыс теңлемесиниң $\frac{d\mathbf{p}_i}{dt} = \mathbf{F}_i$ екенлигин есапқа алған ҳалда

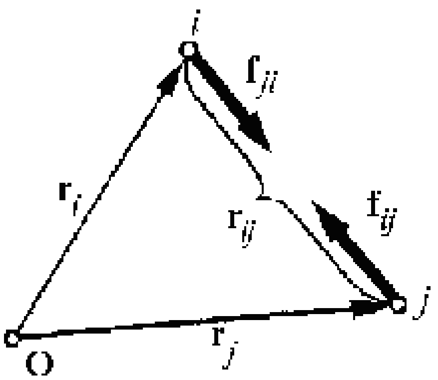
$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \sum \frac{d\mathbf{p}_i}{dt} = \sum \mathbf{F}_i, \qquad \frac{d\mathbf{p}_i}{dt} = \mathbf{F} \tag{9.10}$$

екенлигине ийе боламыз. Бул аңлатпада

$$\mathbf{F} = \sum \mathbf{F}_i .$$

Демек системаға тәсир етиўши күшлердиң моменти ҳаққында айтылғанда тек ғана сыртқы күшлердиң моментлерин түсиниўимиз керек болады.

Алынған аңлатпадағы $\mathbf{F}$ система ноқатларына сырттан түсирилген күшлердиң қосындысы. Бул күшти әдетте сыртқы күш деп атайды. Алынған $\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F}$ теңлемеси сыртқы көриниси бойынша бир материаллық ноқат ушын қозғалыс теңлемесине $\left\{\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F}, \quad \mathbf{p} = m\mathbf{v}\right\}$ уқсас. Бирақ система ушын импульс $\mathbf{p}$ ны алып жүриўшилер кеңислик бойынша тарқалған, $\mathbf{F}$ ти қураўшы күшлер де кеңислик бойынша тарқалған. Сонлықтан ноқат ушын алынған теңлеме менен система ушын алынған теңлемелерди тек ғана релятивистлик емес жағдайлар ушын салыстырыў мүмкин.



9-1 сүўрет. i ҳәм j ноқатларына түсирилген ишки күшлердиң моменти.

Ньютонның үшинши нызамына сәйкес бул момент нолге тең.

Массалар орайы. Релятивистлик емес жағдайларда масса орайы түсинигинен пайдаланыўға болады. Дәслеп импульс ушын релятивистлик емес жағдайлар ушын жазылған импульстан пайдаланайық.

$$\mathbf{p} = \sum m_{0i}\,\mathbf{v}_i = \sum m_{0i}\frac{d\mathbf{r}_i}{dt} = \frac{d}{dt}\sum m_{0i}\,\mathbf{r}_i = m\frac{d}{dt}\left[\frac{1}{m}\sum m_{0i}\,\mathbf{r}_i\right] \tag{9.11}$$

Бул аңлатпадағы масса $m = \sum m_{0i}$ деп ноқатлардың массасы алынған.

$$\mathbf{R} = \frac{1}{m}\sum m_{0i}\,\mathbf{r}_i$$

радиус-векторы системаның массалар орайы деп аталатуғын ноқатты береди. $\frac{d\mathbf{R}}{dt} = \mathbf{V}$ усы ноқаттың (массалар орайыың) қозғалыс тезлиги. Демек системаның импульсы кейинги аңлатпаны есапқа алғанда былай жазылады:

$$\mathbf{p} = m\frac{d\mathbf{R}}{dt} = m\mathbf{V} \tag{9.12}$$

ҳәм системаның массасы менен оның массалар орайының қозғалыс тезлигиниң көбеймесине тең. Сонлықтан да массалар орайының қозғалысы материаллық ноқаттың қозғалысына сәйкес келеди.

Жоқарыдағыларды есапқа алған ҳалда системаның қозғалыс теңлемеси былай жазамыз:

$$m\frac{d\mathbf{V}}{dt} = \mathbf{F} \tag{9.13}$$

Алынған аңлатпа материаллық ноқат ушын алынған қозғалыс теңлемесине эквивалент. Айырма соннан ибарат, бул жағдайда массалар масса орайына топланған, ал сыртқы күшлердиң қосындысы болса сол масса орайына түседи деп есапланады.

Материаллық ноқатлар системасы ушын моментлер теңлемеси. (9.5) те берилген $\mathbf{L} = \sum_{i=1}^{n}\mathbf{L}_i = \sum_{i=1}^{n}[\mathbf{r}_i, \mathbf{p}_i]$ аңлатпасын ўақыт бойынша дифференциалласақ материаллық ноқатлар системасы ушын моментлер теңлемесин аламыз:

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \sum\left[\frac{\mathbf{r}d\mathbf{r}_i}{dt}, \mathbf{r}_i\right] + \sum\left[\mathbf{r}_i, \frac{d\mathbf{p}_i}{dt}\right] = \sum[\mathbf{v}_i, \mathbf{p}_i] + \sum[\mathbf{r}_i, \mathbf{F}_i] = 0 + \sum\mathbf{M}_i = \mathbf{M} \tag{9.14}$$

Демек

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{M}.$$

$\mathbf{M}$ ниң системаға тәсир етиўши сыртқы күшлер моменти екенлигин умытпаймыз.

Материаллық ноқаттың импульс моменти менен **секторлық тезлик арасындағы байланыс. Майданлар теоремасы**. Материаллық ноқаттың импульс моментин қараймыз. t ўақыт моментинде бул материаллық ноқаттың аўҳалы $\mathbf{r}$ радиус-векторы менен анықланатуғын болсын. Шексиз киши dt ўақыты ишинде радиус-вектор $\mathbf{v}\,dt$ өсимин алады. Соның менен бирге радиус-вектор шексиз киши үш мүйешликти басып өтеди. Усы үш мүйешликтиң майданы $d\mathbf{S}=\frac{1}{2}[\mathbf{Rv}]dt$. Сонлықтан $\dot{\mathbf{S}}=\frac{dS}{dt}$. Бул шама ўақыт бирлигиндеги радиус-вектордың басып өтетуғын майданына тең ҳәм ***секторлық тезлик*** деп аталады. Анықлама бойынша $\mathbf{L}=m[\mathbf{r},\mathbf{v}]$ болғанлықтан $\mathbf{L}=2m\dot{\mathbf{S}}$. Релятивистлик тезликлерде m турақлы, сонлықтан да импульс моменти секторлық тезлик $\dot{\mathbf{S}}$ ке пропорционал.

Егер материаллық ноқатқа тәсир етиўши күш орайлық ҳәм оның бағыты O полюсы арқалы өтетуғын болса $\mathbf{L}$ векторы ўақыт бойынша өзгермейди. Соған сәйкес релятивистлик емес тезликлерде секторлық тезлик $\dot{\mathbf{S}}$ те өзгермейди. Бул жағдайда импульс моментиниң сақланыў нызамы майданлар нызамына өтеди:

$$\dot{\mathbf{S}}=\mathrm{const.} \qquad (9.15)$$

Бул нызамнан еки жуўмақ келип шығады.

Биринширден $\mathbf{r}$ ҳәм $\mathbf{v}$ векторлары жататуғын тегислик $\dot{\mathbf{S}}$ векторына перпендикуляр. Бул векторлардың бағыты өзгермейтуғын болғанлықтан сол тегисликтиң өзи де өзгермейди. Демек ***орайлық күшлер майданында қозғалатуғын материаллық ноқаттың траекториясы тегис иймеклик*** болып табылады.

Екинширден $\dot{\mathbf{S}}$ векторы узынлығының турақлылығынан ***бирдей ўақыт аралықларында радиус-вектор бирдей майданларды басып өтетуғынлығы келип*** шығады. Бул жағдайды әдетте ***майданлар нызамы*** деп атайды. Майдан тек ғана шамасы менен емес ал кеңисликтеги ориентациясы менен де тәрипленеди. Сонлықтан да майданлар нызамына кеңирек мазмун бериў керек.

Қозғалмайтуғын көшерге салыстырғандағы импульс моменти менен күш моменти. $\frac{d\mathbf{L}}{dt}=\mathbf{M}$ теңлемеси төмендегидей үш скаляр теңлемелерге эквивалент:

$$\frac{dL_x}{dt}=M_x^{sirt},\quad \frac{dL_y}{dt}=M_y^{sirt},\quad \frac{dL_z}{dt}=M_z^{sirt}. \qquad (9.16)$$

Бул теңлемелер $\frac{d\mathbf{L}}{dt}=\mathbf{M}$ теңлемесинен Декарт координаталар системасының көшерлерине проекциялар түсириў жолы менен алынады. «Сырт» индекси күш моментин есаплағанда ишки күшлер моментлериниң дыққатқа алынбайтуғынлығын аңғартады. Сонлықтан да моментлер теңлемесиндеги $\mathbf{M}$ сыртқы күшлердиң моментин береди. L_x ҳәм M_x лар X күшерине салыстырғандағы импульс моменти ҳәм күш моменти деп аталады.

Улыўма базы бир X көшерине салыстырғандағы L_x ҳәм M_x импульс ҳәм күш моменти деп $\mathbf{L}$ менен $\mathbf{M}$ ниң усы көшерге түсирилген проекциясын айтамыз. Соның менен бирге O координата басы усы көшердиң бойында жатады деп есапланады.

$\frac{d\mathbf{L}_x}{dt}=\mathbf{M}_x$ ***теңлемеси қозғалмайтуғын X көшерине салыстырғандағы моментлер теңлемеси*** деп аталады. Қандай да бир қозғалмайтуғын көшерге салыстырғандағы күш моменти нолге тең болған жағдайда сол көшерге салыстырғандағы импульс моменти турақлы болып қалады. Бул ***қозғалмайтуғын көшерге салыстырғандағы импульс моментиниң сақланыў нызамы*** болып табылады (кеңисликтиң изотроплылығының нәтийжеси).

Қозғалмайтуғын көшер дөгерегиндеги айланыў ушын импульс моменти теңлемеси. Инерция моменти. Көшерге салыстырғандағы моментлер теңлемесин айланбалы қозғалысты қарап шығыўға қолланамыз. Қозғалмайтуғын көшер ретинде айланыў көшерин сайлап алыў мүмкин. Егер материаллық бөлекше радиусы **r** болған шеңбер бойынша қозғалса, оның O айланыў көшерине салыстырғандағы импульс моменти $L = mvr$. Мейли ω айланыўшың мүйешлик тезлиги болсын. Онда $L = mr^2\omega$. Егер O көшериниң дөгерегинде материаллық ноқатлар системасы бирдей мүйешлик тезлик пенен айланатуғын болса, онда $L = \sum m r^2\omega$. Сумма белгисинен ω ны сыртқа шығарыў мүмкин. Бундай жағдайда

$$L = I\omega \tag{9.17}$$

ҳәм

$$I = \sum m r^2 .$$

I ***шамасы көшерге салыстырғандағы системаның инерция моменти деп аталады***. Кейинги теңлеме система айланғанда көшерге салыстырғандағы импульс моменти инерция моменти менен мүйешлик тезлигиниң көбеймесине тең.

Өз гезегинде $\frac{d}{dt}(I\omega) = M$. ***Қозғалмайтуғын көшер дөгерегинде айланбалы қозғалыс динамикасының бул тийкарғы теңлемесиндеги*** M айланыў көшерине салыстырғандағы сыртқы күшлер моменти. Бул теңлеме материаллық ноқаттың қозғалысы ушын Ньютон теңлемесин еске түсиреди. Массаның орнында инерция моменти I, тезликтиң орнына мүйешлик тезлик, ал күштиң орнында күш моменти тур. Импульс моменти L ди ***көпшилик жағдайларда системаның айланыў импульсы*** деп атайды.

Егер айланыў көшерине салыстырғандағы күшлер моменти $\mathbf{M} = 0$ ***болса айланыў импульсы*** $I\Omega$ ***сақланады***.

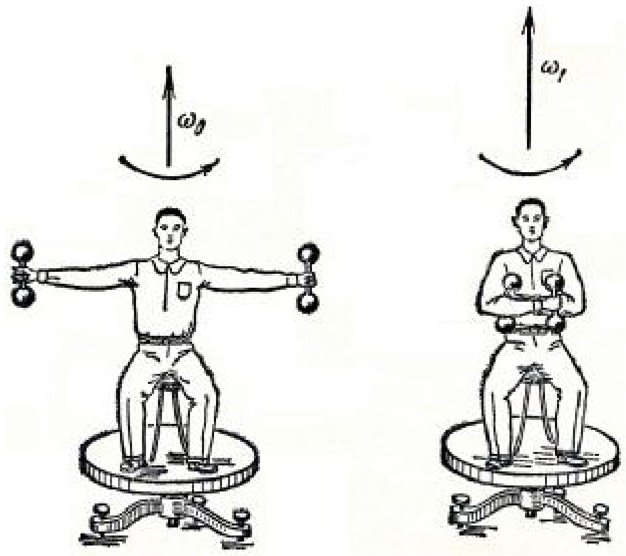
Әдетте қатты денелер ушын I турақлы шама. Сонлықтан бундай системалар ушын

$$I\frac{d\omega}{dt} = M \tag{9.18}$$

Демек қатты денениң қозғалмайтуғын көшерге салыстырғандағы инерция моменти менен мүйешлик тезлениў $\frac{d\omega}{dt}$ диң көбеймеси сол көшерге салыстырғандағы сыртқы күшлердиң моментине тең.

Айланыў импульсының сақланыў нызамына мысаллар.

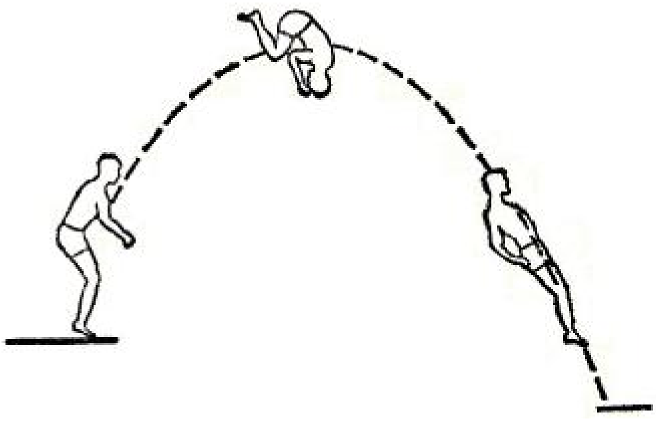
1. Жуковский (1847-1921) отырғышы (9-2 сүўрет).
2. Балерина менен муз үстинде сырганаўшы фигурашының пируэти.
3. Секириўши тәрепинен орынланған сальто (9-3 сүўрет).



9-2 сүўрет. Жуковский отырғышы.

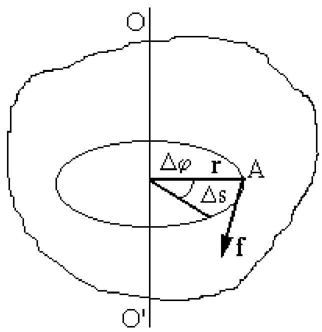
Гюйгенс-Штейнер теоремасы: **Қандай да бир көшерге салыстырғандағы дененин инерция моменти усы дененин масса орайы арқалы өтиўши параллел көшерге салыстырғандағы инерция моментине** ma^2 **шамасын қосқанға тең** (a арқалы көшерлер арасындағы аралық белгиленген). Яғный $I_A = I_C + ma^2$.

Айланыўшы қатты денелердиң кинетикалық энергиясы. Қатты дене жылжымайтуғын OO' көшери дөгерегинде айланып φ мүйешине бурылғандағы күшлер моменти M ниң ислеген жумысын анықлайық (9-4 сүўретте көрсетилген). Қатты денеге $\mathbf{f}$ күши түсирилсин. Бул күш өзи түсирилген траекторияға урынба бағытында бағытланған, ал OO’ көшерине салыстырғандағы моменти $\mathbf{M} = \mathbf{f}\,\mathbf{r}$ болсын.



9-3 сүўрет. Секириўши тәрепинен орынланған сальто.

Дене $\Delta\varphi$ мүйешине бурылғанда күш түсирилген A ноқаты Δs доғасы узынлығына жылжыйды. Сонда $\mathbf{f}$ күшиниң ислеген жумысы $\Delta A = f \cdot \Delta s$ шамасына тең болады. $\Delta s = r \cdot \Delta\varphi$. Демек $\Delta A = \mathbf{f}\,\mathbf{r}\,\Delta\varphi$. $\mathbf{f}\,\mathbf{r} = \mathbf{M}$ болғанлықтан $\Delta A = M \cdot \Delta\varphi$. Солай етип дене $\Delta\varphi$ мүйешине бурылғанда исленген жумыс сан жағынан күш моменти менен буралыў мүйешиниң көбеймесине тең болатуғынлығын көремиз.



9-4 сүўрет. Күшлер моменти M ниң ислеген жумысын есаплаўға арналған сүўрет.

Егер **M** турақлы шама болатуғын болса дене шекли φ мүйешине бурылғанда исленетуғын жумыс

$$A = M \cdot \varphi$$

шамасына тең болады.

Енди берилген ω мүйешлик тезлиги менен қозғалмайтуғын көшер дөгерегинде айланатуғын қатты денени қарайық. Оның $i-$элементиниң кинетикалық энергиясы:

$$\Delta E_{kin} = \frac{\Delta m_i\, v_i^2}{2}.$$

Бул аңлатпада Δm_i денениң i-элементиниң массасы, v_i оның сызықлық тезлиги. $v_i = r_i\omega$ болғанлықтан

$$\Delta E_{kin} = \frac{\Delta m_i\, r_i^2\, \omega^2}{2}.$$

Денениң айланбалы қозғалысының кинетикалық энергиясы оның жеке элементлериниң кинетикалық энергияларының қосындысына тең:

$$E_{kin} = \sum \frac{\Delta m_i\, r_i^2\, \omega^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} \sum \Delta m_i\, r_i^2.$$

$\sum \Delta m_i\, r_i^2 = I$ шамасының денениң инерция моменти екенлигин есапқа алсақ

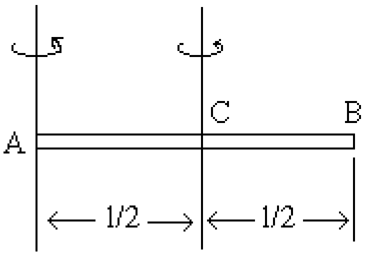
$$E_{kin} = \frac{I\,\omega^2}{2}$$

аңлатпасын аламыз.

Демек қозғалмайтуғын көшер дөгерегинде айланыўшы қатты денениң кинетикалық энергиясы формуласы материаллық ноқаттың илгерилемели қозғалысының кинетикалық энергиясы формуласына уқсас екен. Илгерилемели қозғалыстағы масса m ниң орнына айланбалы қозғалыста инерция моменти I келеди.

Ҳәр қандай денелердиң инерция моментлерин есаплаў.

1. ***Жиңишке бир текли стерженниң перпендикуляр көшерге салыстырғандағы инерция моменти***.



9-5 сүўрет.

Жиңишке бир текли стерженниң перпендикуляр көшерге салыстырғандағы инерция моментин есаплаўға арналған сүўрет.

Мейли көшер стерженниң шети болған A арқалы өтсин (9-5 сүўрет). Инерция моменти $I = kml^2$, l арқалы стерженниң узынлығы белгиленген. Стерженниң орайы C масса орайы да болып табылады. Гюйгенс-Штейнер теоремасы бойынша $I_A = I_C + m\left(\frac{l}{2}\right)^2$. Бул жерде I_C инерция моментин узынлықлары $l/2$ ҳәм ҳәр қайсысының массасы $m/2$ болған еки стерженниң инерция моментлериниң қосындысы сыпатында қараў мүмкин. Демек инерция моменти $k\frac{m}{2}\left(\frac{l}{2}\right)^2$ шамсына тең. Сонлықтан $I_C = km\left(\frac{l}{2}\right)^2$. Бул аңлатпаны алдыңғы аңлатпаға қойсақ

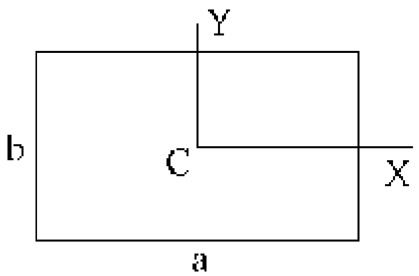
$$kml^2 = km\left(\frac{l}{2}\right)^2 + m\left(\frac{l}{2}\right)^2$$

Бул аңлатпадан $k = \frac{1}{3}$. Нәтийжеде

$$I_A = \frac{1}{3}ml^2, \qquad I_C = \frac{1}{12}ml^2.$$

Аңлатпаларына ийе боламыз.

2. ***Туўры мүйешли пластинка ҳәм туўры мүйешли параллелепипед ушын инерция моменти*** (9-6 сүўрет).



9-6 сүўрет.

Туўры мүйешли пластинка ҳәм туўры мүйешли параллелепипед ушын инерция моментин есаплаў ушын арналған сүўрет.

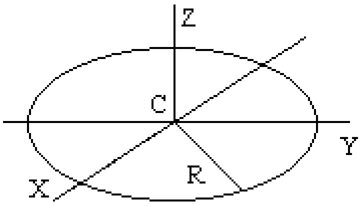
Мейли X ҳәм Y координаталар көшерлери C пластинканың ортасы арқалы өтетуғын ҳәм тәреплерине параллел болсын. Бул жағдайда да жоқарыдағы жағдай сыяқлы $\left[I_c = \frac{1}{12}ml^2\right]$

$$I_x = \frac{1}{12}b^2, \quad I_y = \frac{1}{12}a^2.$$

Z көшерине салыстырғандағы пластинканың инерция моменти

$$I_z = \frac{m}{12}\left(a^2 + b^2\right).$$

3. ***Шексиз жуқа дөңгелек сақыйна (шеңбер) ушын инерция моменти*** (9-7 сүўрет).



9-7 сүўрет.

Шексиз жуқа дөңгелек сақыйна (шеңбер) ушын инерция моментин есаплаўға арналған сүўрет.

Инерция моменти Z көшерине салыстырғанда

$$I_Z = mR^2$$

болыўы керек (R сақыйна радиусы). Симметрияға байланыслы $I_x = I_y$. Сонлықтан $I_x = I_y = \frac{1}{2}mR^2$.

4. ***Шексиз жуқа дийўалы бар шардың инерция моменти***. Дәслеп массасы m болған, координаталары x, y, z болған материаллық ноқаттың туўры мүйешли координаталар системасы көшерлерине салыстырғандағы инерция моментин есаплайық (9-8 сүўретте көрсетилген).

Бул ноқаттың X, Y, Z көшерлерине шекемги қашықлықларының квадратлары сәйкес $y^2 + z^2$, $z^2 + x^2$ ҳәм $x^2 + y^2$қа тең. Усы көшерлерге салыстырғандағы инерция моментлери

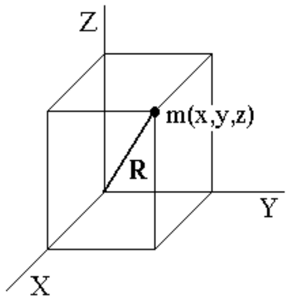
$$I_x = m\left(y^2 + z^2\right),$$
$$I_y = m\left(z^2 + x^2\right),$$
$$I_z = m\left(x^2 + y^2\right).$$

шамаларына тең. Бул үш теңликти қосып $I_x + I_y + I_z = 2m\left(x^2 + y^2 + z^2\right)$ теңлигин аламыз. $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ екенлигин есапқа алсақ $I_x + I_y + I_z = 2\Theta$ екенлигине ийе боламыз Бул жерде Θ арқалы массасы m болған материаллық ноқаттың ноқатқа салыстырғандағы инерция моменти белгиленген.

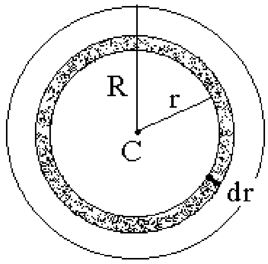
Енди дәслеп шардың орайына салыстырғандағы инерция моменти Θ ны табамыз. Оның мәниси $\Theta = mR^2$ екенлиги түсиникли. $I_x + I_y + I_z = 2\Theta$ теңлигинен пайдаланамыз ҳәм $I_x = I_y = I_z = I$ деп белгилеймиз. Нәтийжеде жуқа шардың орайынан өтетуғын көшерине салыстырғандағы инерция моменти ушын

$$I = \frac{2}{3} mR^2$$

формуласын аламыз.



9-8 сүўрет. Шексиз жуқа дийўалға ийе шардың инерция моментин есаплаў ушын арналған сызылма.

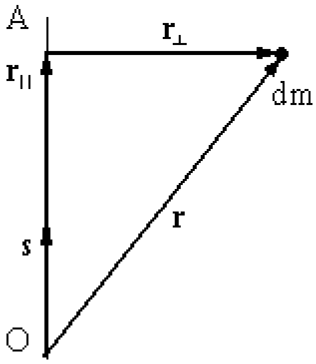


9-9 сүўрет. Тутас бир текли шардың инерция моментин есаплаў ушын арналған сызылма.

5. ***Тутас бир текли шардың инерция моменти***. Тутас биртекли шарды ҳәр қайсысының массасы dm болған шексиз жуқа қатламлардың жыйнағы деп қараўға болады (9-9 сүўретте көрсетилген). Бир текли болғанлықтан $dm = m\frac{dV}{V}$, ал $dV = 4\pi r^2\, dr$ сфералық қатламның көлеми, $V = \frac{4}{3}\pi r^3$. Жоқарыда келтирилип шығарылған $I = \frac{2}{3} m R^2$ формуласын пайдаланамыз. Бундай жағдайда $dI = \frac{2}{3} dm\, r^2 = 2m\, r^4 \frac{dr}{R^3}$. Бул аңлатпаны интеграллап бир текли тутас шардың инерция моментин аламыз:

$$I = \frac{2}{5} mR^2.$$

Инерция тензоры ҳәм эллипсоиды. Базы бир ықтыярлы OA көшерине салыстырғандағы қатты денениң инерция моменти I ди есаплаймыз (9-10 сызылмадан пайдаланамыз). Көшер координата басы O арқалы өтеди деп есаплаймыз. Координаталарды x, y, z ямаса x_1, x_2, x_3 деп белгилеймиз (еки түрли болып белгилеў себеби кейинирек мәлим болады). Сонлықтан



9-10 сүўрет.

Қатты денениң инерция моментин есаплаўға арналған сүўрет.

$$x_1 \equiv x, \quad x_{12} \equiv y, \quad x_3 \equiv z$$

dm массалы денениң радиус-векторы еки қураўшыға жиклеймиз. Сонда

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_{\perp} + \mathbf{r}_{||}. \tag{9.19}$$

Инерция моментиниң анықламасы бойынша

$$\mathbf{I} = \int r_{\perp} dm = \int (r^2 - r_{\|}^2) dm. \tag{9.20}$$

OA бағытындағы бирлик векторды $\mathbf{s}$ арқалы белгилесек, онда

$$\mathbf{r}_{\|} = (\mathbf{r}\ \mathbf{s}) = x\mathbf{s}_x + y\mathbf{s}_y + z\mathbf{s}_z.$$

Буннан басқа

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2.$$

Бул жағдайды ҳәм $xs_x^2 + ys_y^2 + zs_z^2 = 1$ екенлигин есапқа алып

$$I = I_{xx}s_x^2 + I_{yy}s_y^2 + I_{zz}s_z^2 + 2I_{xy}s_x s_y + 2I_{xz}s_x s_z + 2I_{yz}s_y s_z. \tag{9.21}$$

Бул жерде I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}, $I_{xy} \equiv I_{yx}$, $I_{xz} \equiv I_{zx}$, $I_{yz} \equiv I_{zy}$ турақлы шамалар болып

$$\begin{aligned}
I_{xx} &= \int (y^2 + z^2) dm, \\
I_{yy} &= \int (z^2 + x^2) dm, \\
I_{zz} &= \int (x^2 + y^2) dm, \\
I_{xy} \equiv I_{yx} &= \int xy\, dm, \\
I_{yz} \equiv I_{zy} &= \int yz\, dm, \\
I_{zx} \equiv I_{xz} &= \int xz\, dm.
\end{aligned} \tag{9.22}$$

аңлатпалары жәрдеминде анықланады. Бул алынған шамалар ушын басқаша белгилеў қолланамыз (x тың орнына 1, y тиң орнына 2, z тиң орнына 3 санлары жазылады, мысалы $I_{xy} = I_{12}$, $I_{yz} = I_{23}$ ҳәм тағы басқалар. Сонда алынған тоғыз шама инерция моменти тензорын пайда етеди:

$$\begin{matrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{12} & I_{22} & I_{23} \\ I_{31} & I_{32} & I_{33} \end{matrix} \quad \text{ямаса} \quad \begin{matrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{matrix} \tag{9.23}$$

Бул тензор ***дененуң*** О ***ноқатына салыстырғандағы инерция тензоры*** деп аталады. Бул ***тензор симметриялы***, яғный $I_{ij} = I_{ji}$. Сонлықтан (9.23) тензоры алты қураўшы жәрдеминде толығы менен анықланады. Бул формуланы қысқаша ҳәм симметриялы түрде былайынша жазыў мүмкин:

$$I = \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} I_{ij} s_i s_j \,. \tag{9.24}$$

Егер қандай да бир координата системасы ушын инерция тензорының барлық алты қураўшысы белгили болса, онда (9.21) ямаса (9.24) формулалары жәрдеминде O координата басы арқалы өтетуғын қәлеген көшерге салыстырғандағы дененең инерция моментин есаплаўға болады. Ал координата басынан өтпейтуғын қәлеген көшерге салыстырғандағы дененең инерция моментин Гюйгенс-Штейнер теоремасы жәрдеминде есапланады.

(9.23) ямаса (9.24) формулларын геометриялық жақтан сүўретлеўге болады. Егер координата көшерлерин барлық мүмкин болған бағытларға қарай жүргизип, көшерлерге $r = 1/\sqrt{I}$ мәнислерин қоямыз. Усындай кесиндилердиң геометриялық орны базы бир екинши тәртипли бетти пайда етеди ҳәм оны ***инерция эллипсоиды*** деп атаймыз. Енди оның теңлемесин табамыз.

Усы бетте жататуғын ноқаттың радиус-векторы $\mathbf{r} = \mathbf{s}/\sqrt{I}$ аңлатпасы жәрдеминде анықланады. Ал бул ноқаттың координатасы $x_i = s_i/\sqrt{I}$ ге тең. Усы қатнаслардың жәрдеминде (9.24) дан s_i ларды алып тасласақ биз излеп атырған беттиң теңлемесин аламыз:

$$\sum\sum I_{ij} x_i x_j = 1 \,. \tag{9.25}$$

Бул екинши тәртипли беттиң теңлемеси болып табылады. **s** векторының бағытының қандай болыўына байланыссыз инерция моменти I ҳәм радиус-вектор **r** диң узынлықлары шекли болғанлықтан алынған фигура ***эллипсоид*** болып табылады. бул эллипсоидты орай болып табылатуғын O ноқатына салыстыргандағы **дененең инерциясының эллипсоиды** деп аталады. O координата басын көширгенде дененең инерциясының эллипсоиды да өзгереди. Егер O координата басы сыпатында дененең массалар орайы сайлап алынған болса, онда эллипсоид ***орайлық эллипсоид*** деп аталады.

Әлбетте ҳәр қандай тензор сыяқлы инерция тензоры да координата басын ҳәм координата көшерлериниң бағытын сайлап алыўға байланыслы болады. Усының нәтийжесинде инерция тензорын бас көшерлерге алып келиўге болады ҳәм сонда тензор

$$\begin{matrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{matrix}$$

түрине енеди (егер $I_x = I_y = I_z$ шәрти орынланса эллипсоид сфераға айланады).

10-§. Галилейдиң салыстырмалық принципи ҳәм Галилей түрлендириўлери

Галилейдиң салыстырмалық принципи. Координаталарды геометриялық жақтан алмастырыў. Ҳәр қандай есаплаў системалары арасындағы физикалық өтиўлер. Инерциал есаплаў системалары.

Координаталарды түрлендириў мәселеси әдетте геометриялық мәселе болып табылады. Мысалы Декарт, поляр, цилиндрлик, сфералық ҳәм басқа да координаталар системалары арасында өз-ара өтиў әпиўайы математикалық түрлендириў жәрдеминде әмелге асырылады. Бул ҳаққында «Кеңислик ҳәм ўақыт» деп аталатуғын 1-2 параграфта толық айтылып өтилди.

Координаталарды физикалық түрлендириў. Ҳәр қыйлы есаплаў системалары байланысқан ҳәр қыйлы материаллық денелер бир бирине салыстырғанда қозғалыста болыўы мүмкин. Ҳәр бир есаплаў системасында өз координата көшерлери жүргизилген, ал сол системалардың ҳәр қыйлы ноқатларындағы ўақыт сол ноқат пенен байланысқан саатлардың жәрдеминде өлшенетуғын болсын. Бир бирине салыстырғанда қозғалыста болатуғын есаплаў системаларындағы координаталар менен ўақыт қалайынша байланысқан деген сораў келип туўады. **Қойылған сораўға жуўаптың тек геометриялық көз-қарастың жәрдеминде берилиўи мүмкин емес. Бул физикалық мәселе**. Бул мәселе ҳәр қыйлы системалар арасындағы салыстырмалы тезлик нолге тең болғанда ҳәм сол есаплаў системалары арасындағы физикалық айырма жоғалғанда (яғный бир неше системалар бир системаға айланғанда) ғана геометриялық мәселеге айланады.

Инерциал есаплаў системалары ҳәм салыстырмалық принципи. Қатты денениң ең әпиўайы болған қозғалысы оның илгерилемели тең өлшеўли туўры сызықлы қозғалысы болып табылады. Усы жағдайға сәйкес есаплаў системасының ең әпиўайы салыстырмалы қозғалысы илгерилемели, тең өлшеўли ҳәм туўры сызықлы қозғалысы болып табылады. Шәртли түрде сол системалардың биреўин қозғалмайтуғын, ал екиншисин қозғалыўшы система деп қабыл етемиз. Ҳәр бир системада декарт координаталар системасын жүргиземиз. К қозғалмайтуғын есаплаў системасындағы координаталарды (x,y,z) деп, ал қозғалыўшы K’ системасындағы координаталарды (x’,y’,z’) ҳәриплери жәрдеминде белгилеймиз. Қозғалыўшы системадағы шамаларды қозғалмайтуғын системадағы шамалар белгиленген ҳәриплердиң жәрдеминде штрих белгисин қосып белгилеймиз деп келисип аламыз. Енди бир бирине салыстырғанда қозғалыўшы ҳәр бир есаплаў системасында физикалық қубылыслар қалай жүреди деген әҳмийетли сораўға жуўап бериўимиз керек.

Бул сораўға жуўап бериўимиз ушын сол есаплаў системаларындағы физикалық қубылыслардың өтиўин үйрениийимиз керек. Көп ўақытлардан бери Жердиң бетине салыстырғанда тең өлшеўли туўры сызықлы қозғалатуғын координаталарға салыстырғандағы механикалық қубылыслардың өтиў избе-излиги бойынша сол қозғалыс ҳаққында ҳеш нәрсени айтыўға болмайтуғынлығы мәлим болды. Жағаға салыстырғанда тыныш қозғалатуғын кораблдиң кабиналары ишинде механикалық процесслер жағадағыдай болып өтеди. Ал, егер Жер бетинде анығырақ тәжирийбелер өткерилсе Жер бетиниң жулдызларға салыстырғандағы қозғалысының бар екенлиги жүзеге келеди (мысалы Фуко маятниги менен өткерилген тәжирийбе). Бирақ бул жағдайда Жер бетиниң жулдызларға салыстырғандағы тезлиги емес, ал тезлениўи анықланады. Ал **көп сандағы**

тәжирийбелер қозғалмайтуғын жулдызларға салыстырғанда, яғный бир бирине салыстырғанда тең өлшеўли туўры сызық бойынша қозғалатуғын барлық есаплаў системаларында барлық механикалық қубылыслар бирдей болып өтеди. Усының менен бирге тартылыс майданы есапқа алмас дәрежеде киши деп есапланады. Ньютонның инерция нызамы орынланатуғын болғанлықтан бундай есаплаў системаларын инерциялық есаплаў системалары деп аталады.

Галилей тәрепинен биринши рет усынылған барлық инерциялық есаплаў системаларында механикалық қубылыслар бирдей болып өтеди (барлық механикалық нызамлар бирдей түрге ийе болады) деген тастыйықлаў **Галилейдиң салыстырмалық принципи** деп аталады.

Ертерек ўақытлары көпшилик авторлар усы мәселени түсиндиргенде «Галилейдиң салыстырмалық принципи» түсинигиниң орнына «Ньютон механикасындағы салыстырмалық принципи» деген түсиниктен пайдаланды (мысалы О.Д.Хвольсон).

Кейинирек басқа да көпшилик, соның ишинде электромагнитлик қубылыслар үйренилгеннен кейин бул принциптиң қәлеген қубылыс ушын орын алатуғынлығы мойынлана баслады. Сонлықтан барлық инерциал есаплаў системаларында барлық физикалық қубылыслар бирдей болып өтеди (барлық физикалық нызамлар бирдей түрге ийе болады) деп тастыйықлайтуғын салыстырмалық принципи арнаўлы салыстырмалық теориясының салыстырмалық принципи ямаса эпиўайы түрде салыстырмалық принципи деп аталады. Ҳәзирги ўақытлары бул принциптиң механикалық ҳәм электромагнит қубылыслары ушын дәл орынланатуғынлығы көп экспериментлер жәрдеминде дәлилленди. Соған қарамастан **салыстырмалық принципи постулат болып табылады**. Себеби еле ашылмаған физикалық нызамлар, қубылыслар көп. Соның менен бирге физика илими қаншама раўажланған сайын еле ашылмаған жаңа машқалалардың пайда бола бериўи сөзсиз. Сонлықтан салыстырмалық принципи барқулла постулат түринде қала береди.

Салыстырмалық принципи шексиз көп санлы геометриясы Евклидлик болған, бирден-бир ўақытқа ийе есаплаўлар системалары бар деген болжаўға тийкарланған. Кеңислик-ўақыт бойынша қатнаслар ҳәр бир есаплаў системасында бирдей, бул белгиси бойынша координаталар системаларының бир биринен парқы жоқ. Усындай болжаўдың дурыслығы көп санлы экспериментлерде тастыйықланған. Тәжирийбе бундай системаларда Ньютонның биринши нызамының орынланатуғынлығын көрсетеди. Сонлықтан бундай системалар инерциаллық системалар деп аталады. Бундай системалар бир бирине салыстырғанда тең өлшеўли туўры сызық бойынша қозғалады.

Биз ҳәзир анықлық ушын арнаўлы салыстырмалық теориясының салыстырмалық принципи ҳаққында оның авторы А.Эйнштейнниң 1905-жылы жарық көрген «Қозғалыўшы денелер электродинамикасына» атлы мақаласынан үзинди келтиремиз:

«Усыған усаған мысаллар ҳәм Жердиң «жақтылық орталығына» салыстырғандағы тезлигин анықлаўға қаратылған сәтсиз тырысыўлар тек механикада емес, ал электродинамикада да қубылыслардың ҳеш бир қәсийети абсолют тынышлық түсинигине сәйкес келмейди деп болжаўға алып келеди. Қала берсе (биринши дәрежели шамалар ушын дәлилленгенлигиндей) механиканың теңлемелери дурыс болатуғын барлық координаталар системалары ушын электродинамикалық ҳәм оптикалық нызамлар да дурыс болады. Бул болжаўды (оның мазмунын биз буннан былай «салыстырмалық принципи» деп атаймыз) биз тийкарға айландырмақшымыз ҳәм буннан басқа усыған қосымша биринши қарағанда қарама-қарсылыққа ийе болып көринетуғын және бир болжаў, атап айтқанда жақтылық бослықта оны нурландыратуғын дененин қозғалыс ҳалынан ғәрезсиз барлық ўақытта да белгили бир V тезлиги менен тарқалады деп болжаймыз».

Галилей түрлендириўлери. Қозғалыўшы координаталар системасы қозғалмайтуғын координаталар системасына салыстырғанда ҳәр бир ўақыт моментинде белгили бир аўҳалда болады[5]. Егер координаталар системаларының баслары t = 0 ўақыт моментинде бир ноқатта жайласатуғын болса, t ўақыттан кейин қозғалыўшы системаның басы x = vt ноқатында жайласады. Сонлықтан да, егер қозғалыс тек x көшериниң бағытында болғанда

$$x' = x - vt, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = t. \qquad (10.4)$$

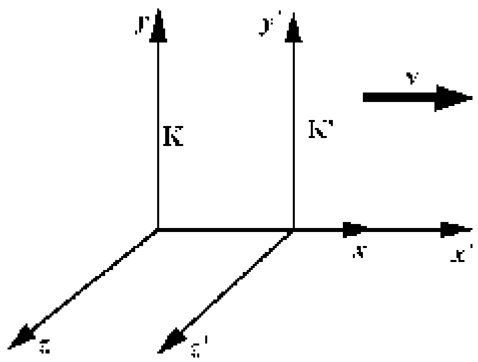
Бул формулалар Галилей түрлендириўлери деп аталады.

Егер штрихлары бар координаталар системасынан штрихлары жоқ системаға өтетуғын болсақ тезликтиң белгисин өзгеритўимиз керек. Яғный v = - v. Сонда

$$x = x' + vt, \quad y = y', \quad z = z', \quad t = t'. \qquad (10.5)$$

формулаларын аламыз.

(10.5) (10.4) тен теңлемелерди шешиў жолы менен емес, ал (10.4) ке салыстырмалық принципин қолланыў арқалы алынғанлығына итибар бериў керек.



10-1 сүўрет. Штрихланған ҳәм штрихланбаған координаталар системаларының бир бирине салыстырғандағы қозғалысы. X ҳәм X' көшерлерин өз-ара параллел етип алыў ең әпиўайы жағдай болып табылады.

Координаталар системасын бурыў ямаса есаплаў басын өзгертиў арқалы координаталар системасының жүдә әпиўайы түрдеги өз-ара жайғасыўларын пайда етиўге болады.

11-§. Түрлендириў инвариантлары

[5] Биринщиден аўҳалда болады деп айтылғанда қозғалыўшы координаталар системасының кеңисликтеги белгили бир орынды ийелейтуғынлығы инабатқа алынады. Екинщиден «координаталар системасы» ҳәм «есаплаў системасы» түсиниклери бир мәнисте қолланылып атыр.

Координаталарды түрлендиргенде көпшилик физикалық шамалар өзлериниң сан мәнислерин өзгертиўи керек. Мәселен ноқаттың кеңисликтеги аўҳалы (x, y, z) үш санының жәрдеминде анықланады. Әлбетте екинши системаға өткенде бул санлардың мәнислери өзгереди.

Егер физикалық шама координаталарды түрлендиргенде өз мәнисин өзгертпесе, ондай шамалар сайлап алынған координаталар системаларына ғәрезсиз болған объектив әҳмийетке ийе болады. Бундай шамалар түрлендириў инвариантлары деп аталады.

Инвариант шамалар төмендегилер болып табылады:

Узынлық

$$l = \sqrt{(x_2^{'} - x_1^{'})^2 + (y_2^{'} - y_1^{'})^2 + (z_2^{'} - z_1^{'})^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \qquad (11.1)$$

Галилей түрлендириўине қарата инвариант.

Бир ўақытлылық түсинигиниң абсолютлиги. (11.1) менен (11.2) деги кейинги теңликке итибар берсек $(t = t')$ еки координаталар системасында да саатлар бирдей тезликлерде жүретуғынлығына ийе боламыз. Демек бир системада белгили бир ўақыт моментинде жүз беретуғын ўақыялар екинши системада да тап сол ўақыт моментлеринде жүз береди. Сонлықтан сайлап алынған системадан ғәрезсиз еки ўақыяның бир ўақытта жүз бергенлигин тастыйықлаў абсолют характерге ийе болады.

Ўақыт интервалының инвариантлылығы. $t = t'$ ўақытты түрлендиў формуласының жәрдеминде ўақыт интервалын түрлендириў мүмкин. Мейли қозғалыўшы системада t_1' ҳәм t_2' ўақыт моментлеринде еки ўақыя жүз берсин. Усы еки ўақыя арасындағы интервал

$$\Delta t = t_2 - t_1. \qquad (11.2)$$

Қозғалмайтуғын есаплаў системасында бул ўақыялар $t_1 = t_1'$ ҳәм $t_2 = t_2'$. ўақыт моментлеринде болып өтти. Сонлықтан

$$\Delta t = t_1 - t_1' = t_2 - t_2' = \Delta t'. \qquad (11.3)$$

Демек ўақыт интервалы Галилей түрлендириўлериниң инварианты болып табылады.

Ньютон теңлемелериниң Галилей түрлендириўлерине қарата инвариантлылығы. **Тезликлерди қосыў ҳәм тезлениўдиң инвариантлылығы**. Штрихлары бар есаплаў системасында материаллық ноқат қозғалатуғын, ал координаталар ўақытқа ғәрезлилиги

$$x' = x'(t'), \quad y' = y'(t'), \quad z' = z'(t') \qquad (11.4)$$

формулалары менен берилген болсын. Бундай жағдайда тезликтиң қураўшылары

$$u_x' = \frac{dx'}{dt'}, \quad u_y' = \frac{dy'}{dt'}, \quad u_z' = \frac{dz'}{dt'}. \qquad (11.5)$$

Қозғалмайтуғын есаплаў системасына келсек

$$x(t) = x'(t') + vt', \quad z(t) = z'(t'),$$
$$y(t) = y'(t'), \qquad t = t', \tag{11.6}$$

ал тезликтиң қураўшылары мына теңликлер менен бериледи:

$$u_x = \frac{dx}{dt} = \frac{dx'}{dt} + v\frac{dt'}{dt} = \frac{dx'}{dt} + v\frac{dt'}{dt'} = u_x' + v,$$
$$u_y = \frac{dy}{dt} = \frac{dy'}{dt} = \frac{dy'}{dt'} = u_y', \tag{11.7}$$
$$u_y = \frac{dz}{dt} = \frac{dz'}{dt} = \frac{dz'}{dt'} = u_z'$$

формулалары менен анықланады.

Бул формулалар классикалық релятивистлик емес механиканың тезликлерди қосыў формулалары болып табылады.

Кейинги формулалар жәрдеминде биз тезлениў ушын аңлатпалар алыўымыз мүмкин. Оларды дифференциаллаў арқалы ҳәм $dt = dt'$ деп есапласақ

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2x'}{dt'^2}, \qquad \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{d^2y'}{dt'^2}, \qquad \frac{d^2z}{dt^2} = \frac{d^2z'}{dt'^2}. \tag{11.8}$$

екенлигине ийе боламыз. Бул формулалар тезлениўдиң Галилей түрлендириўлерине қарата инвариант екенлиги көрсетеди.

Демек Ньютон нызамлары Галилей түрлендириўлерине қарата инвариант екен.

Түрлендириў инвариантлары координаталар системаларын сайлап алыўға байланыслы емес, ал үйренилип атырған объектлердеги ең әҳмийетли ҳақыйқый қәсиетлерин тәриплейди.

12-§. Жақтылық тезлигиниң шеклилиги

Жақтылық ҳаққындағы көз-қараслардың раўажланыўы. Жақтылықтың тезлигин Рёмер тәрепинен өлшеў. Дүньялық эфир түсиниги. Майкельсон-Морли тәжирийбеси. Физо тәжирийбеси. Галилей түрлендириўлериниң шекленгенлиги.

Галилей түрлендириўлериниң дурыс-надурыслығы экспериментте тексерилип көрилиўи мүмкин. Галилей түрлендириўлери бойынша алынған тезликлерди қосыў формуласының жуўық екенлиги көрсетилди. Қәтеликтиң тезлик жоқары болған жағдайларда көп болатуғынлығы мәлим болды. Бул жағдайлардың барлығы да жақтылықтың тезлигин өлшеў барысында анықланды.

Жақтылықтың тезлиги ҳаққындағы көз-қараслардың раўажланыўы:

Әйемги дәўирлердеги ойшыллардың пикирлери бойынша:

Платон (б.э.ш. 427-347) - көриў нурлары теориясын қоллады. Бул теория бойынша көзден нурлар шығып, предметлерди барып «барластырып көрип» көзге қайтып келеди ҳәм усының нәтийжесинде биз көремиз.

Демокрит (б.э.ш. 460-370) - атомистлик теория тәрепинде болып, оның тәлиматы бойынша көзге бөлекшелерден туратуғын жақтылық нурлары келип түседи ҳәм соның салдарынан көриў сезимлери пайда болады.

Аристотель (б.э.ш. 384-322) Демокритке сәйкес пикирде болды.

Бул еки түрли көз қараслар Евклид (б.э.ш. 300-жыллар) тәрепинен бири бирине эквивалент етилди. Ол жақтылықтың туўры сызықлы тарқалыў ҳәм шағылысыў нызамларын ашты. Евклид геометриясы деп аталатуғын геометрияның тийкарын қурайтуғын оның постулатлары 2-параграфта берилди.

Жаңа физиканың тийкарын салыўшы Галилей (1564-1642) жақтылықтың тезлиги шекли деп есаплады. Тезликти өлшеў бойынша ол қолланған әпиўайы усыллар дурыс нәтийже бере алмады. Р.Декарт (1596-1650) болса пүткиллей басқаша көз-қараста болды. Оның пикиринше жақтылық шексиз үлкен тезлик пенен таралатуғын басым.

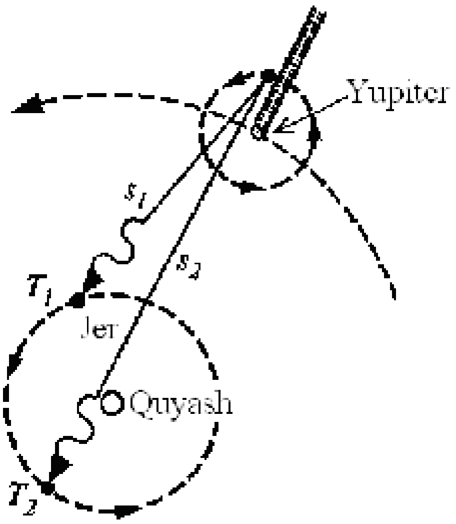
Гримальди (1618-1660) ҳәм Гук (1625-1695) жақтылыққа толқынлық көз-қараста қарады. Олардың пикиринше жақтылық бир текли орталықтағы толқынлық қозғалыс.

Жақтылықтың толқынлық теориясының тийкарын салыўшы Христиан Гюйгенс (1629-1695) болып табылады.

И.Ньютон (1643-1727) «әйтеўир ойлардан гипотеза пайда етпеў» мақсетинде жақтылықтың тәбияты ҳаққында шын кеўли менен пикир айтпады. Бирақ ол жақтылықтың корпускулалық теориясын ашық түрде қабыл етти.

Жақтылықтың тезлигин Рёмер тәрепинен өлшеў. Жақтылықтыы тезлиги биринши рет 1676-жылы Рёмер тәрепинен өлшенди. Сол ўақытларға шекем Юпитер планетасының жолдасларының айланыў дәўириниң Жер Юпитерге жақынласқанда киширейетуғынын, ал Жер Юпитерден алыслағанда үлкейетуғынлығын тәжирийбелер анық көрсетти. 12-1 сүўретте Юпитердиң бир жолдасының тутылыўдын кейинги моменти көрсетилген. Юпитердиң Қуяш дөгерегин айланып шығыў дәўири Жердиң Қуяш дөгерегин айланып шығыў дәўиринен әдеўир үлкен болғанлығына байланыслы Юпитерди қозғалмайды деп есаплаймыз. Мейли базы бир t_1 моментинде Юпитердиң жолдасы саядан шықсын ҳәм Жердеги бағлаўшы тәрепинен $T_1 = t_1 + \frac{s_1}{c}$ ўақыт моментинде белгиленсин. Бул жерде s_1 бақлаў ўақтындағы Жер менен жолдастың саядан шққан жерине шекемги аралық. Юпитердиң жолдасы екинши рет саядан шыққан ўақытты Жердеги бақлаўшы $T_2 = t_2 + \frac{s_2}{c}$ ўақыт моментинде бақладым деп белгилеп қояды. Сонлықтан Жердеги бақлаўшы Юпитердиң жолдасы ушын айланыў дәўирине

$$T_{baql} = T_2 - T_1 = T_{haqiyqiy} + \frac{s_2 - s_1}{c}$$



12-1 сүўрет. Жақтылық тезлигин Рёмер бойынша анықлаўдың схемасы.

шамасын алады. Бул жерде $T_{haqiyqiy} = t_2 - t_1$. Демек ҳәр қандай $s_2 - s_1$ лердиң болыўының нәтийжесинде жолдастың Юпитерди айланыў дәўири ҳәр қыйлы болады. Бирақ көп санлы өлшеўлердиң нәтийжесинде (Жер Юпитерге жақынлап киятырғанда алынған мәнислер «-» белгиси менен алынады ҳәм барлық s лер бир бирин жоқ етеди) усы ҳәр қыйлылықты жоқ етиў мүмкин.

$T_{haqiyqiy}$ шамасын биле отырып кейинги формула жәрдеминде жақтылықтың тезлигин анықлаў мүмкин:

$$c = \frac{s_2 - s_1}{T_{baql} - T_{haqiyqiy}}. \qquad (12.1)$$

s_2 ҳәм s_1 шамалары астрономиялық бақлаўлардан белгили.

Нәтийжеде Рёмер с = 214 300 км/с нәтийжесин алды.

1727-жылы Брадлей жақтылықтың аберрациясы қубылысын пайдаланыў жолы менен алынған нәтийжениң дәллигин жоқарылатты.

Ньютонның жеке абырайы жақтылықтың корпускулалардың ағымы деген пикирди күшейтти. Гюйгенстиң жақтылықтың толқын екенлиги ҳаққындағы көз-қарасы тәрепдарларының бар болыўына қарамастан жүз жыллар даўамында жақтылықтың толқын екенлиги дыққаттан сыртта қалды. 1801-жылы Юнг интерференция принципин келтирип шығарды. Ал 1818-жылы Френел корпускулалық теорияға күшли соққы берди. Ол жақтылықтың толқынлық қәсийети ҳаққындағы көз-қарастан дифракция мәселесин шешти. Корпускулалық теория көз-қарасынан бул мәселелерди шешиў мүмкин емес болып шықты. Сонлықтан 1819-жылдан кейин жақтылық белгили бир орталықта тарқалатуғын толқын сыпатында қарала баслады. Корпускулалық теория физикадан ўақытша толық қысып шығарылды.

Бәршеге мәлим, толқынның пайда болыўы ҳәм тарқалыўы ушын белгили бир тутас серпимли орталық керек. Мысалы сес толқынларының тарқалыўы ушын ҳаўа ямаса тутас қатты дене, суўдың бетинде пайда болған толқынлардың тарқалыўы ушын суўдың өзи керек. Сонлықтан жақтылықтың кеңисликте тарқалыўы ушын сәйкес орталық талап етиледи. Сол дәўирлерде дүньяны толық қамтып туратығын сондай орталық бар деп болжанды ҳәм оны «Дүньялық эфир» деп атады. Усының нәтийжесинде дерлик жүз жыл даўамында сол эфирди табыў, усы эфирге салытырғанда басқа денелердиң тезлигин анықлаў (дүньяны толтырып тынышлықта турған эфирге салыстырғандағы тезликти абсолют тезлик деп атады) физика илиминде баслы мәселелердиң бири деп есапланды. Ал усындай эфир теориясын дөретиўге, эфир ҳәм оның физикалық қәсийетлери ҳаққында гипотезалар усыныўда XIX әсирдиң көп сандағы белгили илимпазлары қатнасты.

Мысаллар келтиремиз.

1. Герц гипотезасы: эфир өзинде қозғалыўшы денелер тәрепинен толығы менен алып жүриледи, соңлықтан қозғалыўшы дене ишиндеги эфирдиң тезлиги усы денениң тезлигине тең.

2. Лоренц (H.A.Lorentz) гипотезасы: эфир қозғалмайды, қозғалыўшы денениң ишки бөлиминдеги эфир бул қозғалысқа қатнаспайды.

3. Френель ҳәм Физо гипотезасы: эфирдиң бир бөлими қозғалыўшы материя тәрепинен алып жүриледи.

4. Эйнштейн гипотезасы (О.Д.Хвольсон бойынша Эйнштейн ҳәм Планк гипотезасы) бойынша ҳеш қандай эфир жоқ.

Эйнштейн гипотезасы кейинирек пайда болғанлықтан (19-әсирдиң басы) дәслепки ўақытлары турған эфирге салыстырғандағы жақтылықтың тезлигин анықлаў машқаласы писип жетти. Тыныш турған «Дүньялық эфир» ге салыстырғандағы қозғалыс абсолют қозғалыс болып табылады. Сонлықтан өткен әсирдиң (19-әсир) 70-80 жылларына келе «Абсолют қозғалысты», «Абсолют тезликлерди» анықлаў физика илиминдеги ең әҳмийетли машқалаларға айланды.

Пайда болған пикирлер төмендегидей:

1. Жер, басқа планеталар қозғалмай турған дүньялық эфирге салыстырғанда қозғалады. Бул қозғалысларға эфир тәсир жасамайды (Лоренцтиң пикирин қоллаўшылар).

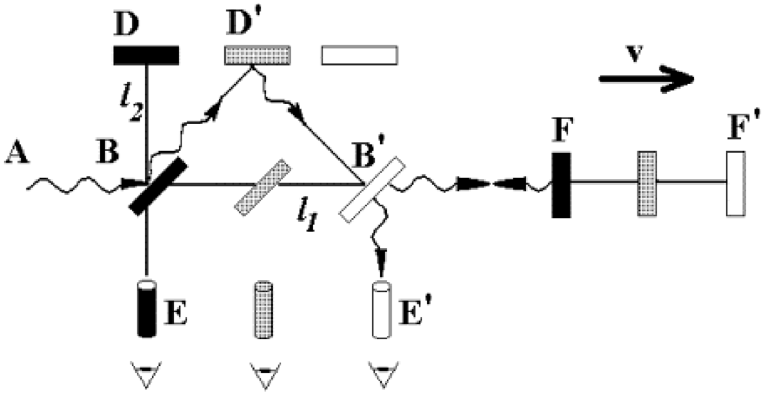
2. Қозғалыўшы денениң әтирапындағы эфир усы дене менен бирге алып жүриледи. (Френель тәлиматын қоллаўшылар).

Бул мәселелерди шешиў ушын 1881-жылы Майкельсон (Miche1son’a), 1887-жылы Майкельсон Морли (Mor1ey) менен бирликте, 1904-жылы Морли ҳәм Миллер (Mi11er) интерференция қубылысын бақлаўға тийкарланған Жердиң абсолют тезлигин анықлаў бойынша тарийхый тәжирийбелер жүргизди. Майкельсон, Морли ҳәм Миллерлер Лоренц гипотезасы (эфирдиң қозғалмаслығы) тийкарында Жердиң абсолют тезлигин анықлаўды мәселе етип қойды. Бул тәжирийбени әмелге асырыўдың идеясы интерферометр жәрдеминде бири қозғалыс бағытындағы, екиншиси қозғалыс бағытына перпендикуляр бағыттағы еки жолды салыстырыў болып табылады. Интерферометрдиң ислеў принципи, соның ишинде Майкельсон-Морли интерферометри улыўма физика курсының «Оптика» бөлиминде толық талқыланады (12-2 сүўрет).

Бирақ бул тарийхый тәжирийбелер күтилген нәтийжелерди бермеди: Орынланған экспериментten Жердиң абсолют тезлиги ҳаққында ҳеш қандай нәтийжелер алынбады. Жылдың барлық мәўсиминде де (барлық бағытларда да) Жердиң «эфирге» салыстырғандағы тезлиги бирдей болып шықты.

Тәжирийбелер басқа да изертлеўшилер тәрепинен жақын ўақытларға шекем қайталанып өткерилип келди. Лазерлардиң пайда болыўы менен тәжирийбелердиң дәллиги жоқарылатылды. Ҳәзирги ўақытлары «эфир самалы» ның тезлигиниң (егер ол бар болса) 10 м/ с тан кем екенлиги дәлилленди.

Майкельсон-Морли ҳәм «эфир самалы» ның тезлигин анықлаў мақсетинде өткерилген кейинги тәжирийбелерден төмендегидей нәтийжелерди шығарыў мүмкин:



12-2 сүўрет. Эфирге байланыслы болған координаталар системасындағы Майкельскон-Морли тәжирийбесиниң схемасы. Сүўретте интерферометрдиң эфирге салыстырғандағы аўҳалларының избе-излиги көрсетилген.

1. Үлкен массаға ийе денелер өз әтирапындағы эфирди толығы менен бирге қосып алып жүреди (демек Герц гипотезасы дурыс деген сөз). Сонлықтан усындай денелер әтирапында «эфир самалы» ның бақланбаўы тәбийий нәрсе.

2. Эфирде қозғалыўшы денелердиң өлшемлери турақлы болып қалмайды. Бул жағдайда Герц гипотезасын дурыс деп есаплай алмаймыз.

Ал эфирдиң бир бөлими (бир бөлими, ал толығы менен емес) Жер менен бирге алып жүриле ме? деген сораўға жуўап бериў ушын 1860-жылы Физо тәрепинен тәжирийбелер жүргизилди.

Физо тәжирийбесиниң идеясы қозғалыўшы материаллық денедеги (мысалы суўдағы) жақтылықтың тезлигин өлшеўден ибарат (12-3 сүўрет). Мейли усы орталықтағы жақтылықтың тезлиги $u'=\frac{c}{n}$ (n орталықтың сыныў көрсеткиши) болсын. Егер жақтылық тарқалатуғын орталықтың өзи v тезлиги менен қозғалатуғын болса қозғалмайтуғын бақлаўшыға салыстырғандағы жақтылықтың тезлиги $u'\pm v$ ға тең болыўы тийис. Бул аңлатпада + белгиси орталық пенен жақтылық бир бағытта қозғалатуғын жағдайға тийисли. Өзиниң тәжирийбесинде Физо орталықтың қозғалыў бағытындағы ҳәм бул бағытқа қарама-қарсы болған бағыттағы жақтылықтың тезликлерин салыстырды.

Орталықтың қозғалыў бағытындағы $\left(u^{(+)}\right)$ ҳәм бул бағытқа қарама-қарсы бағыттағы (u’) жақтылықтың тезликлери былай есапланады:

$$u^{(+)} = u'+kv, \qquad u^{(-)} = u'-kv.$$

Бул аңлатпалардағы k экспериментте анықланыўы керек болған коэффициент. Егер $k = 1$ болса тезликлерди қосыўдың классикалық формуласы орынлы болады. Егер $k \neq 1$ болып шықса бул классикалық формула дурыс нәтийже бермейди.

l арқалы суйықлықтағы жақтылық жүрип өтетуғын узынлықты белгилейик. t_0 арқалы суйықлық арқалы өткен ўақытты есапламағанда жақтылықтың эксперименталлық дүзилис арқалы өтетуғын ўақтын белгилеймиз. Бундай жағдайда еки нурдың (биреўи суйықлықтың қозғалыў бағытында, екиншиси оған қарама-қарсы) эксперименталлық дүзилис арқалы өтиў ўақты төмендегидей аңлатпалар жәрдеминде есапланады:

$$t_1 = t_0 + \frac{l}{u'+kv}, \qquad t_2 = t_0 + \frac{l}{u'-kv}.$$

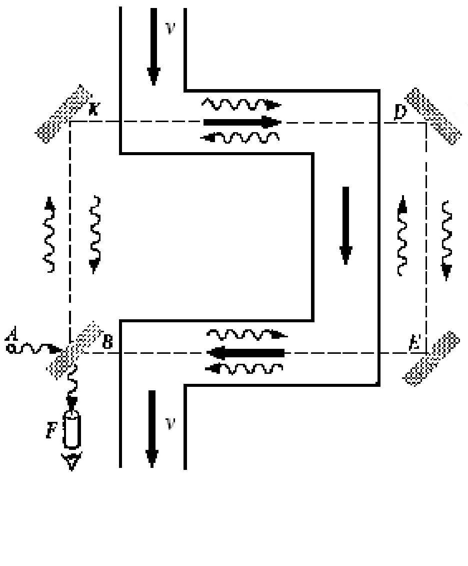
Бул аңлатпалардан еки нурдың жүрислери арасындағы айырма ўақыт бойынша төмендеги формулалар бойынша есапланатуғынлығы келип шығады:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{2\,l\,kv}{u'^2 - k^2 v^2}.$$

Интерференциялық жолақлар бойынша жүрислер айырмасын өлшеп, l, v, u' лардың мәнислерин қойып кейинги формуладан k ны анықлаў мүмкин. Физо тәжирийбесинде

$$k = \frac{1}{n^2}$$

екенлиги мәлим болған. Суў ушын n = 1,3. Демек k = 0,4 екенлиги келип шығады. Сонлықтан $u^{(+)} = u'+kv$, $u^{(-)} = u'-kv$ формулаларынан $u = u' \pm 0{,}4v$ аңлатпасы келип шығады (классикалық физика бойынша $u = u' \pm v$ болып шығыўы керек еди). Нәтийжеде Физо тәжирийбесинде тезликлерди қосыў ушын тезликлерди қосыўдың классикалық формуласынан пайдаланыўға болмайтуғынлығы дәлилленеди. Соның менен бирге бул тәжирийбеден қозғалыўшы дене тәрепинен эфир жарым-жарты алып жүриледи деген жуўмақ шығарыўға болады ҳәм денелер тәрепинен әтирапындағы эфир толық алып жүриледи деген гипотеза (Герц гипотезасы) толығы менен бийкарланады.



12-3 сүўрет. Физо тәжирийбесиниң схемасы.

Физо тәжирийбесиниң жуўмақлары баспадан шыққаннан кейин еки түрли пикир қалды:

1. Эфир қозғалмайды, яғный ол материя қозғалысына пүткиллей қатнаспайды.

2. Эфир қозғалыўшы материя тәрепинен алып жүриледи, бирақ оның тезлиги қозғалыўшы материяның тезлигинен өзгеше болады.

Әлбетте, екинши гипотезаны раўажландырыў ушын эфир менен қозғалыўшы материяны байланыстыратуғын қандай да бир жағдайды қәлиплестириў керек болады.

Физо жасаған дәўирде бундай нәтийже таңланыў пайда етпеди. Себеби жоқарыда гәп етилгениндей Физо тәжирийбеси өткерилместен әдеўир бурын Френель қозғалыўшы материя тәрепинен эфир толық алып жүрилмейтуғынлығы ҳаққында болжаў айтқан еди. Әлбетте Френель қозғалыўшы материя эфирди қаншама алып жүреди деген сораўға жуўап берген жоқ. Усының нәтийжесинде жоқарыда айтып өтилген Френель ҳәм Физо гипотезасы пайда болды.

Альберт Эйнштейн өзиниң 1920-жылы жарық көрген «Эфир ҳәм салыстырмалық теориясы» мақаласында былай деп жазады:

«Жақтылықтық қәсийетлери менен материаллық денелерде тарқалатуғын серпимли толқынлар қәсийетлери арасындағы уқсаслықтың бар екенлиги анық көрингенликтен XIX әсирдиң биринши ярымында эфир гипотезасы қайтадан күшли түрде қоллап-қуўатлана баслады. Жақтылықты инерт массаға ийе ҳәм Әлемди толығы менен толтырып туратуғын серпимли орталықтағы тербелмели процесс деп қараўдың дурыслығы гүман пайда етпеди. Оған қосымша жақтылықтың поляризациясы усы орталықтың қатты денелердиң қәсийетлерине уқсаслығын келтирип шығарды. Себеби суйықлықта емес, ал қатты денелерде ғана көлденең толқынлар тарқала алады. Солай етип бөлекшелери жақтылық толқынларына сәйкес киши деформациялық қозғалыс пенен қозғала алатуғын «квазисерпимли» жақтылық эфири ҳаққындағы теорияға келип жетти.

Қозғалмайтуғын эфир теориясы деп те аталған бул теория кейинирек Физо тәжирийбесинде тирек тапты. Бул тәжирийбеден эфирдиң қозғалысқа қатнаспайды деп жуўмақ шығарыўға болады. Физо тәжирийбеси арнаўлы салыстырмалық теориясы ушын да фундаменталлық әҳмийетке ийе. Жақтылықтың аберрациясы қубылысы да тап сондай болып квазиқатты эфир теориясының пайдасы ушын хызмет етти».

А.Эйнштейн 1910-жылы жарық көрген «Салыстырмалық принципи ҳәм оның салдарлары» мийнетинде Физо тәжирийбесиниң жылдың ҳәр қыйлы мәўсимлеринде қайталанғанлығын, бирақ барлық ўақытлары да бирдей нәтийжелерге алып келгенлигин атап өтеди. Соның менен бирге Физо тәжирийбесинен қозғалыўшы материя тәрепинен Герц гипотезасы жарым-жарты алып жүрилетуғыны келип шығатуғынлығы, ал басқа барлық тәжирийбелердиң бул гипотезаны бийкарлайтуғынлығы айтылған.

Тек салыстырмалық теориясы пайда болғаннан кейин ғана ***Физо тәжирийбесиниң тезликлерди қосыўдың классикалық формуласының ҳәм Галилей түрлендириўлериниң дурыс емес екенлигиниң дәлиллейтуғын тәжирийбе екенлиги анықланды***.

Солай етип жақтылықтың тезлиги ҳаққындағы көз-қараслар 200-300 жыллар даўамында үлкен өзгерислерге ушырады ҳәм өткен әсирдиң ақырында оның турақлылығы ҳаққында пикирлер пайда бола баслады.

Жақтылықтың вакуумдеги тезлигиниң турақлылығы (жақтылық тезлигиниң деректиң ямаса жақтылықты қабыл етиўшиниң тезлигине байланыссызлығы) көп санлы эксперименталлық жумыслардың тәбийий жуўмағы болып табылады. Майкельсон-Морли ҳәм Физо тәжирийбелери тарийхый жақтан биринши тәжирийбелер болды. Кейин ала бул тәжирийбелер басқа да тәжирийбелер менен толықтырылды. Бирақ соған қарамастан жақтылық тезлигин турақлы деп тастыйықлаў туўрыдан-туўры эксперименталлық тексериўлер мүмкиншиликлери шеклеринен шығып кететуғын постулат болып табылатуғынлығын умытпаўымыз керек.

Егер жүрип баратырған поездда ҳәр бир секундта бир реттен мылтық атылып турса (поездтағы мылтық атыўдың жийилиги 1 атыў/с), поезд жақынлап киятырған платформада турған бақлаўшыға мылтық даўысларының жийилиги көбирек болып қабыл етиледи ($w>1$ атыў/с). Ал поезд алыслап баратырған жағдайда платформада турған бақлаўшыға мылтық даўыслары сийрексийди ($w<1$ атыў/с).

Майкельсон-Морли тәжирийбесинде бирдей узынлықтағы «ийинлерди» алыў мүмкиншилиги болған жоқ. Себеби «ийинлерди» бирдей етип алыў узынлықты метрдиң миллионнан бир үлесиндей дәлликте өлшеўди талап етеди. Бундай дәллик Майкельсон-Морли заманында болған жоқ.

Жақтылықтың тезлиги оның дереги менен жақтылықты қабыллаўшының тезлигинен ғәрезли емес.

Барлық эксперименталлық мағлыўматлар тийкарында биз мынадай жуўмаққа келемиз: Егер қандай да бир инерциаллық есаплаў системасында ноқатлық деректен шыққан жақтылық толқынының фронты сфералық болса, онда сол толқын фронты қәлеген инерциал есаплаў системасында турған бақлаўшы ушын да сфералық болады.

13-§. Лоренц түрлендириўлери

Тийкарғы принциплер. Координаталарды түрлендириўдиң сызықлылығы. y ҳәм z ушын түрлендириўлер. x пенен t ушын түрлендириў. Бир ўақытлылықтың салыстырмалылығы. Интервалдың инвариантлылығы. Кеңисликке мегзес ҳәм ўақытқа мегзес интерваллар. Қозғалыстағы саатлардың жүриў темпи. Меншикли ўақыт. Тезликлерди қосыў. Тезлениўди түрлендириў.

Тийкарғы принциплер. Галилей түрлендириўлери үлкен тезликлерде дурыс нәтийжелерди бермейди. Бул түрлендириўлерден жақтылық тезлигиниң турақлылығы келип шықпайды, инерциал координаталар системасындағы координаталар менен ўақыт арасындағы байланысларды дурыс сәўлелендирмейди. Сонлықтан экспериментаттық фактлерди дурыс сәўлелендиретуғын, жақтылықтың тезлилгиниң турақлылығына алып келетуғын түрлендириўлерди табыў керек. Бул түрлендириўлер Лоренц түрлендириўлери деп аталады. Бул түрлендириўлерди ***салыстырмалық принципи*** ҳәм ***жақтылықтың тезлигиниң турақлылық принципи*** тийкарында келтирилип шығыў мүмкин.

Координаталарды түрлендириўдиң сызықлылығы. Кеңисликтеги бурыўлар ҳәм координаталар басын жылыстырыў жоллары менен жүргизилетуғын геометриялық түрлендириўлер жәрдеминде козғалыўшы координаталар системасының бағытларын 10-1 сүўретте көрсетилгендей жағдайға алып келиў мүмкин. Тезликлер классикалық (11.7) формула бойынша қосылмайтуғын болғанлықтан бир координаталар системасындағы ўақыт тек екинши координата системасындағы ўақыт пенен анықланбастан, координаталардан да ғәрезли болады. Сонлықтан улыўмалық жағдайларда түрлендириўлер төмендегидей көриниске ийе болады:

$$x' = \Phi_1(x, y, z, t), \quad y' = \Phi_2(x, y, z, t), \quad z' = \Phi_3(x, y, z, t), \quad t' = \Phi_4(x, y, z, t). \tag{13.1}$$

Бул аңлатпалардың оң тәрепинде түрин анықлаў зәрүр болған гейпара Φ_i функциялары тур.

Бул функциялардың улыўма түри кеңислик пенен ўақыттың қәсийетлери менен анықланады. Биз сайлап алған есаплаў системасындағы ноқатлар бир биринен айырылмайды деп есаплаймыз. Демек координата басын кеңисликтиң қәлеген ноқатына көшириўге болады. Усындай жағдайда қәлеген геометриялық объектлер арасындағы барық геометриялық қатнаслар өзгериссиз қалыўы керек. Бул қәсийет ***кеңисликтиң бир теклилиги*** деп аталады (кеңисликтиң қәсиетиниң бир ноқаттан екинши ноқатқа өткенде өзгермей қалыўы). Соның менен бирге ҳәр бир ноқатта координата көшерлерин ықтыярлы түрде бағытлаў мүмкин. Бул жағдайда да қәлеген геометриялық объектлер арасындағы барық геометриялық қатнаслар өзгериссиз қалады. ***Бул кеңисликтиң қәсийетиниң барлық бағытлар бойынша бирдей екенлиги билдиреди. Бундай қәсийетти кеңисликтиң изотроплылығы деп атаймыз***.

Инерциал есаплаў системаларындағы бир теклилиги менен изотроплылығы кеңисликтиң ең баслы қәсийетлериниң бири болып табылады.

Ўақыт та бир теклилик қәсийетке ийе. Физикалық жақтан ол төмендегидей мәниске ийе:

Мейли белгили бир физикалық ситуация базы бир ўақыт моментинде пайда болсын. Ўақыттың буннан кейинги моментлеринде ситуация раўажлана баслайды. Мейли усындай ситуация басқа бир ўақыт моментинде пайда болсын. Бул жағдайда да тап биринши жағдайдағыдай болып ситуация раўажланатуғын болса ўақыт бир текли деп есапланады. Солай етип ***ўақыттың бир теклилиги деп физикалық ситуацияның қайсы ўақыт моментинде пайда болғанлығына ғәрезсиз бирдей болып раўажланыўына ҳәм өзгериўине айтамыз***.

Кеңислик пенен ўақыттың бир теклилигинен (13.1) аңлатпасының сызықлы болыўының керек екенлиги келип шығады. Дәлиллеў ушын x' тың шексиз киши өсими dx' ты қараймыз. Бул өзгериске штрихы жоқ системада шексиз киши dx, dy, dz ҳәм dt өсимлери сәйкес келеди. Математикада кеңнен белгили болған толық дифференциал формуласы жәрдеминде x, y, z, t шамаларының өзгериўлерине байланыслы болған dx' ты есаплаймыз:

$$dx' = \frac{\partial \Phi_1}{\partial x}dx + \frac{\partial \Phi_1}{\partial y}dy + \frac{\partial \Phi_1}{\partial z}dz + \frac{\partial \Phi_1}{\partial x}dt \qquad (13.2)$$

аңлатпасын аламыз. Кеңислик пенен ўақыттың бир теклилигинен бул математикалық қатнаслар кеңисликтиң барлық ноқатларында ҳәм барлық ўақыт моментлеринде бирдей болыўы керек. Сонлықтан $\frac{\partial \Phi_1}{\partial x}, \frac{\partial \Phi_2}{\partial y}, \frac{\partial \Phi_3}{\partial z}, \frac{\partial \Phi_4}{\partial t}$ шамалары ўақыттан да, координаталардан да ғәрезсиз, яғный турақлы санлар болыўы шәрт. Сонлықтан Φ_1 функциясы

$$\Phi_1(x, y, z, t) = A_1x + A_2y + A_3z + A_4t + A_5 \qquad (13.3)$$

түринде болыўы керек. Бул формуладағы A_1, A_2, A_3 ҳәм A_4 шамалары турақлылар. Солай етип $\Phi_1(x, y, z, t)$ функциясы өзиниң аргументлериниң сызықлы функциясы болып табылады. Тап усындай жоллар менен кеңислик пенен ўақыттың бир теклилигинен Φ_2, Φ_3 ҳәм Φ_4 шамаларының да (13.1) түрлендириўлеринде x, y, z, t лердиң сызықлы функциялары болатуғынлығын дәлиллеўге болады.

y ҳәм z ушын түрлендириўлер. Ҳәр бир координаталар системасында ноқатлар $x = y = z = 0$, $x' = y' = z' = 0$ теңликлери менен берилген болсын. $t = 0$ ўақыт моментинде координаталар баслары бир ноқатта турады деп есаплайық. Бундай жағдайда (13.3) түриндеги сызықлы түрлендириўлерде $A_5 = 0$ болыўы керек ҳәм y және z көшерлери ушын түрлендириўлер төмендегише жазылады:

$$\begin{aligned} y' &= a_1x + a_2y + a_3z + a_4t, \\ z' &= b_1x + b_2y + b_3z + b_4t. \end{aligned} \qquad (13.4)$$

(11.7) сүўретте көрсетилгендей y ҳәм y', z ҳәм z' көшерлери өз-ара параллель болсын. x' көшери барлық ўақытта x көшери менен бетлесетуғын болғанлықтан $y = 0$ теңлигинен $y' = 0$ теңлиги, $z = 0$ теңлигинен $z' = 0$ теңлиги келип шығады. Яғный қәлеген x, y, z ҳәм t ушын мына теңликлер орынланады:

$$\begin{aligned} 0 &= a_1x + a_3z + a_4t, \\ 0 &= b_1x + b_2y + b_4t. \end{aligned} \qquad (13.5)$$

Бул тек

$$a_1 = a_3 = a_4 = 0 \text{ ҳәм } b_1 = b_2 = b_4 = 0 \qquad (13.6)$$

теңликлери орынланғанда ғана қанаатландырылады. Сонлықтан y ҳәм z ушын түрлендириўлер мына түрге енеди:

$$y' = ay, \qquad z' = az. \qquad (13.7)$$

Бул аңлатпаларда қозғалысқа қатнасы бойынша y ҳәм z көшерлери теңдей ҳуқыққа ийе болғанлықтан түрлендириўдеги коэффициентлердиң де бирдей болатуғынлығы, яғный $y_3 = b_3 = a$ теңликлериниң орынланатуғынлығыны есапқа алынған. (13.7) деги a коэффициенти базы бир масштабтың узынлығының штрихланбаған системадағыға қарағанда штрихланған системада неше есе үлкен екенлигинен дерек береди. (13.7) ни мына түрде көширип жазамыз

$$y = \frac{1}{a} y', \qquad z = \frac{1}{a} z'. \tag{13.8}$$

$\frac{1}{a}$ шамасы базы бир масштабтың штрихланған системадағыға қарағанда штрихланбаған системада неше есе үлкен екенлигинен көрсетеди. Салыстырмалық принципи бойынша еки есаплаў системасы да теңдей ҳуқықлы. Сонлықтан биринshiсинен екиншисине өткенде де, кери өткенде де масштаб узынлығы бирдей болып өзгериўи керек. Сонлықтан (13.7) ҳәм (13.8) формулаларында $\frac{1}{a} = a$ теңлигиниң сақланыўы шәрт ($a = -1$ болған математикалық шешим бул жерде қолланылмайды, себеби y, z ҳәм y', z көшерлериниң оң бағытлары бир бири менен сәйкес келеди. Демек y, z координаталары ушын түрлендириўлер мына түрге ийе:

$$y' = y, \quad z' = z. \tag{13.9}$$

x пенен t **ушын түрлендириў**. y ҳәм z өзгериўшилери өз алдына түрленетуғын болғанлықтан x ҳәм t лар сызықлы түрлендириўлерде тек бир бири менен байланысқан болыўы керек. Ондай жағдайда қозғалмайтуғы системаға қарағанда қозғалыўшы системанық координата басы $x = v\,t$ координатасына, ал қозғалыўшы системада $x' = 0$ координатасына ийе болыўы керек. Түрлендириўдиң сызықлылығына байланыслы

$$x' = \alpha(x - v\,t). \tag{13.10}$$

Бул аңлатпадағы α арқалы анықланыўы керек болған пропорционаллық коэффициент белгиленген.

Қозғалыўшы есаплаў системысында турып ҳәм бул системаны қозғалмайды деп есаплап жоқарыдағыдай талқылаўды даўам еттириўимиз мүмкин. Бундай жағдайда штрихланбаған координата системасының координата басы $x' = -vt$ аңлатпасы жәрдеминде анықланады. Себеби штрихланған системада штрихланбаған система x көшериниң терис мәнислери бағытында қозғалады. Штрихланбаған системада штрихланбаған системаның координата басы $x = 0$ теңлиги жәрдеминде тәрипленеди. Демек штрихланған системадан бул системаны қозғалмайды деп есаплап (13.10) ның орнына

$$x = \alpha'(x' + vt') \tag{13.11}$$

түрлендириўине келемиз. Бул аңлатпада да α' арқалы пропорционаллық коэффициенти белгиленген. Салыстырмалық принципи бойынша $\alpha = \alpha'$ екенлигин дәлиллеймиз.

Мейли узынлығы l болған стержень штрихланган координата системасында тынышлықта турған болсын. Демек стерженниң басы менен ақырының координаталары l шамасына айырмаға ийе болады деген сөз:

$$x_2'-x_1'=l. \tag{13.12}$$

Штрихланбаған системада бул стержень v тезлиги менен қозғалады. Стерженниң узынлығы деп қозғалмайтуғын системадағы еки ноқат арасындағы қашықлық есапланады. Усы еки ноқатқа бир ўақыт моментинде қозғалыўшы стерженниң басы менен ақыры сәйкес келеди. t_0 ўақыт моментиндеги стерженниң басы менен ақырын (ушын) белгилеп аламыз. (13.10) ның тийкарында сол x_1' ҳәм x_2' ноқатлары ушын мына аңлатпаларды аламыз:

$$x_1'=\alpha(x_1-vt_0), \quad x_2'=\alpha(x_2-vt_0) \tag{13.13}$$

Демек қозғалыўшы стерженниң узынлығы қозғалмайтуғын штрихланбаған системада мынаған тең:

$$x_2-x_1=\frac{x'_2-x'_1}{\alpha}=\frac{l}{\alpha}. \tag{13.14}$$

Енди мейли сол стержень штрихланбаған системада тынышлықта турған болсын ҳәм бул системада l узынлығына ийе болсын. Демек стерженниң басы менен ушы арасындағы координаталар l шамасына парық қылады деген сөз, яғный

$$x_2-x_1=l. \tag{13.15}$$

Қозғалмайтуғын штрихланбаған системада стержень $-v$ тезлиги менен қозғалады. Штрихланған системада турып (яғный усы системаға салыстырғандағы) стерженниң узынлығын өлшеў ушын усы системадағы қандай да бир t_1' ўақыт моментинде стерженниң басы менен ушын белгилеп алыў керек. (13.11) формуласы тийкарында мынаған ийе боламыз:

$$x_1=\alpha'(x_1'-vt_0'), \quad x_2=\alpha'(x_2'-vt_0'). \tag{13.16}$$

Демек қозғалмайды деп қабыл етилген штрихланган координаталар системасындағы стерженниң узынлығы мынаған тең:

$$x_2'-x_1'=\frac{x_2-x_1}{\alpha'}=\frac{l}{\alpha'}. \tag{13.17}$$

Салыстырмалық принципи бойынша еки система да тең ҳуқықлы ҳәм бул системалардың екеўинде де бирдей тезлик пенен қозғалатуғын бир стерженниң узынлығы бирдей болады. Сонлықтан (13.14) ҳәм (13.17) формулаларда $\frac{l}{\alpha}=\frac{l}{\alpha'}$, яғный $\alpha=\alpha'$ болыўы керек. Биз усы жағдайды дәлиллеўимиз керек еди.

Енди жақтылықтың тезлигиниң турақлылығы постулатына келемиз. Мейли координата баслары бир ноқатта турған жағдайда ҳәм саатлар t = t’ = 0 ўақтын көрсеткен моментте сол координата басларынан жақтылық сигналы жиберилген болсын. Еки координаталар системасында да (штрихланған ҳәм штрихланбаған) жақтылықтың таралыўы

$$x' = ct', \qquad x = ct \tag{13.18}$$

теңликлери менен бериледи. Бул жерде еки системада да жақтылықтың бирдей тезликке ийе болатуғынлығы есапқа алынған. Бул аңлатпадағы мәнислерди (13.8) ҳәм (13.9) ларға қойсақ ҳәм $\alpha = \alpha'$ екенлигин есапқа алсақ

$$ct' = \alpha t(c - v), \qquad ct = \alpha t'(c + v) \tag{13.19}$$

аңлатпаларын аламыз. Бул аңлатпалардың шет тәрепин шеп тәрепи менен, оң тәрепин оң тәрепи менен көбейтип $t't$ шамасына қысқартсақ

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} \tag{13.20}$$

формуласын аламыз. (13.11) ден (13.10) аңлатпасын пайдаланыў арқалы мынаған ийе боламыз

$$v\,t' = \frac{x}{a} - x' = \frac{x}{a} - \alpha\,(x - vt) = \alpha\,v\,t + x\left(\frac{1}{\alpha} - \alpha\right). \tag{13.21}$$

Буннан (13.20) аңлатпасын есапқа алып

$$t' = \alpha\left\{t + \frac{x}{v}\left(\frac{1}{\alpha^2} - 1\right)\right\} = \frac{t - (x / v)\,x}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}. \tag{13.22}$$

екенлигине ийе боламыз.

Енди Лоренц түрлендириўлерин аңсат келтирип шығарамыз. (13.9), (13.10) ҳәм (13.22) түрлендириўлери бир бирине салыстырғанда v тезлиги менен қозғалатуғын системалардың координаталарын байланыстырады. Олар Лоренц түрлендириўлери деп аталады. Түрлендириў формулаларын және бир рет көширип жазамыз:

$$x' = \frac{x - v\,t}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}, \qquad y' = y, \qquad z' = z, \qquad t' = \frac{t - \dfrac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}. \tag{13.23}$$

Салыстырмалылық принципи бойынша кери өтиў де тап усындай түрге ийе болады, тек ғана тезликтиң белгиси өзгереди:

$$x = \frac{x' + v\,t'}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}, \qquad y = y', \qquad z = z', \qquad t = \frac{t' + \dfrac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}. \tag{13.24}$$

Галилей түрлендириўлери Лоренц түрлендириўлериниң дара жағдайы болып табылады. Ҳақыйқатында да $\frac{v}{c} << 1$ болғанда (киши тезликлерде) Лоренц түрлендириўлери толығы менен Галилей түрлендириўлерине өтеди. Киши тезликлерде Галилей түрлендириўлери менен Лоренц түрлендириўлери арасындағы айырма сезилерликтей болмайды. Сонлықтан Галилей түрлендириўлериниң дәл емес екенлиги көп ўақытларга шакем физиклердиң итибарынан сыртта қалып кетти.

Кеңисликтиң бир теклилиги менен изотроплығы оның инерциал координаталар системасындағы ең баслы қәсийети болып табылады.

Ўақыттың бир теклилиги берилген физикалық ўақыяның ўақыттың қайсы моментинен басланғанынан ғәрезсиз бирдей болып раўажланыўы ҳәм өзгериси болып табылады. Мысалы қандай да бир бийиклиroutine тас ўақыттың кайсы моментинен тасланғанлығынан ғәрезсиз Жердиң бетине бирдей ўақыт ишинде бирдей тезлик пенен қулап түседи.

14-§. Лоренц түрлендириўлеринен келип шығатуғын нәтийжелер ҳәм интервал

Бир ўақытлылықтың салыстырмалылығы ҳәм себеплилик. Интервалдың инвариантлылығы. Кеңисликке мегзес ҳәм ўақытқа мегзес интерваллар. Қозғалыўшы денениң узынлығы. Қозғалыстағы саатлардың жүриў темпи. Меншикли ўақыт. Тезликлерди қосыў. Аберрация. Тезлениўди түрлендириў.

Бир ўақытлылықтың салыстырмалылығы. Координата системасының ***ҳәр қандай*** x_1 ***ҳәм*** x_2 ***ноқатларында ўақыялар усы системаның сааты бойынша бир ўақыт моментинде жүз берсе бир ўақытта болатуғын ўақыялар деп аталады***. Ҳәр бир ноқатта жүз беретуғын ўақыя сол ноқатта турған саат жәрдеминде белгиленеди. Еки ўақыя қозғалмайтуғын координаталар системасында бир t_0 ўақыт моментинде басланды деп есаплаймыз.

Қозғалыўшы координаталар системасында бул ўақыялар x_1' ҳәм x_2' ноқатларында t_1' ҳәм t_2' ўақыт моментлеринде басланады деп қабыл етейик. t_1' ҳәм t_2' ўақытлары қозғалыўшы системадағы x_1' ҳәм x_2' ноқатларында турған саатлардың көрсетиўи болады. Штрихланған ҳәм штрихланбаған координаталар арасындағы байланыс (13.23) Лоренц түрлендириўлери жәрдеминде бериледи:

$$x_1' = \frac{x_1 - vt_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad x_2' = \frac{x_2 - vt_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$
$$t_1' = \frac{t_0 - (v/c^2)x_1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad t_2' = \frac{t_0 - (v/c^2)x_2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \tag{14.1}$$

Ўақыялар x көшериниң бойында жайласқан ноқатларда жүз бергенликтен y ҳәм z координаталары еки координата системаларында да бирдей болады. (14.1) аңлатпалар қозғалыўшы системада бул ўақыялардың бир ўақыт моментинде болмайтуғынлығын көрсетип тур $(t_2' \neq t_1')$. Ҳақыйқатында да олар

$$\Delta t' = t_2' - t_1' = \frac{(v/c^2)(x_1 - x_2)}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (14.2)$$

ўақыт интервалына айрылған. Демек бир координаталар системасында бир ўақытта жүз беретуғын ўақыялар екинши системада бир ўақытта жүз бермейди екен.

Бир ўақытлылық түсиниги координаталар системасынан ғәрезсиз абсолют мәниске ийе болмайды. Қандай да бир ўақыялардың бир ўақытта болғанлығын айтыў ушын усы ўақыялардың қайсы координаталар системасында болып өткенлигин айтыў шәрт.

Бир ўақытлылықтың салыстырмалылығы ҳәм себеплилик. (14.2)-формуладан егер $x_1 > x_2$ болса, онда x тың оң бағытына карай қозғалатуғын координаталар системасында $t_2' > t_1'$ теңсизлигиниң орын алатуғынлығы көринип тур. Ал қарама-карсы бағытта қозғалатуғын координаталар системасында болса $(v < 0)$ $t_2' < t_1'$ теңсизлиги орны алады. Солай етип еки ўақыяның жүзеге келиў избе-излиги ҳәр қыйлы координаталар системасында ҳәр қыйлы болады екен. Усыған байланыслы мынадай тәбийий сораў туўылады: бир координаталар системасында себептиң нәтийжеден бурын жүзеге келиўи, ал екинши бир координаталар системасында нәтийжениң себептен кейин жүзеге келиўи мүмкин бе? Әлбетте бундай жағдай ўақыялар себеп-нәтийжелик бойынша байланысқан (ўақыяның болып өтиўи ушын белгили бир себептиң орын алыўы керек) болыўы керек деп есаплайтуғын теорияларда болмайды: ўакыяға көз-караслар өзгергенде де себеп пенен нәтийже арасындағы орын алмасыўдың болыўы мүмкин емес.

Себеп-нәтийжелик арасындағы байланыстың объектив характерге ийе болыўы ҳәм бул байланыс карап атырылған координаталар системасынан ғәрезсиз болыўы ушын ҳәр қыйлы ноқатларда жүз беретуғын ўақыялар арасындағы физикалық байланысты тәмийинлейтуғын материаллық тәсирлесиўлердиң ҳәммеси де жақтылықтың тезлигинен үлкен тезлик пенен тарқала алмайды. Басқа сөз бенен айтқанда бир ноқаттан екинши ноқатқа физикалық тәсир жақтылықтың тезлигинен үлкен тезликлерде жеткерилип бериле алмайды. Усының салдарынан ўақыялардың себеплилик пенен байланыслы екенлиги объектив характерге ийе болады: себеп пенен нәтийже орын алмасатуғын координататар системасы болмайды.

Интервалдың инвариантлылығы. Мейли ўақыялар t_1 ўақыт моментинде x_1, y_1, z_1 ноқатында, ал t_2 ўақыт моментинде x_2, y_2, z_2 ноқатнда жүз берсин. Усы ўақыялар арасындағы интервал деп (x_1, y_1, z_1, t_1 ҳәм x_2, y_2, z_2, t_2 ноқатлары арасындағы интервал деп те аталады)

$$s^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 - c^2(t_2 - t_1)^2 \quad (14.3)$$

шамасына айтамыз. Барлық координаталар системасында бул шама бирдей мәниске ийе болады ҳәм сонлықтан оны Лоренц түрлендириўиниң инварианты деп атаймыз. Усы жағдайды дәлиллеймиз ҳәм формуланы штрихланған система ушын жазамыз.

$$x_2 - x_1 = \frac{(x_2' - x_1') + v(t_2' - t_1')}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

$$y_2 - y_1 = y_2' - y_1',$$

$$z_2 - z_1 = z_2' - z_1',$$

$$t_2 - t_1 = \frac{t_2' - t_1' + \frac{v}{c^2}(x_2' - x_2')}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Бул аңлатпалардан

$$\begin{aligned} s^2 &= (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 - c^2(t_2 - t_1)^2 = \\ &= (x_2' - x_1')^2 + (y_2' - y_1')^2 + (z_2' - z_2')^2 - c^2(t_2' - t_1')^2 = s'^2 \end{aligned} \qquad (14.4)$$

Бул аңлатпалар интервалдың инвариант екенлиги көрсетеди, яғный $s^2 = s'^2 = inv$.

(14.4) тең қызықлы нәтийже шығарамыз. Сырттан қарағанда бул формула төрт өлшемли кеңисликтеги координаталары x_1, y_1, z_1, t_1 ҳәм x_2, y_2, z_2, t_2 болған еки ўақыя (еки ноқат) арасындағы қашықлыққа усайды. Егер $c^2(t_2 - t_1)^2$ ямаса $c^2(t_2' - t_1')^2$ шамалары алдындағы белги «+» белгиси болғанда (14.4) ҳақыйқатында да төрт өлшемли Евклид геометриясындағы ўақыя (еки ноқат) арасындағы қашықлық болған болар еди. Усы жағдайға байланыслы төртинши координата алдындағы белги минус болған төрт өлшемли кеңислик бар деп есаплаймыз ҳәм бул кеңисликти көпшилик физиклер псевдоевклид кеңислиги деп атайтуғынлығын атап өтемиз.

Егер қарап атырылған ўақыялар бир бирине шексиз жақын жайласса, онда (14.4) теңлиги интервалдың дифференциалының квадратының инвариантлылығын дәлиллейди:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2dt^2 \qquad (14.5)$$

Кеңисликке мегзес ҳәм ўақытқа мегзес интерваллар. Ўақыялар арасындағы кеңисликлик қашықлықты l арқалы, ал олар арасындағы ўақыт аралығын t арқалы белгилеймиз. Усы еки ўақыя арасындағы интервалдың квадраты $s^2 = l^2 - c^2t^2$ инвариант болып табылады.

Мейли базы бир координаталар системасында ўақыялар себеп пенен байланыспаған болсын. Бундай жағдайда сол ўақыялар ушын $l > ct$ ҳәм сәйкес $s^2 > 0$. Интервалдың инвариантлылығынан басқа барлық координаталар системаларында да бул ўақыялардың себеплилик байланысы менен байланыспағанлығы келип шығады. Әлбетте қарама-қарсы мәниске ийе тастыйықлаў да ҳақыйқатлыққа сәйкес келеди: егер базы бир координаталар системасында ўақыялар бир бири менен себеплилик пенен байланысқан болса ($l < ct, s^2 < 0$), онда ол ўақыялар принципинде басқа барлық координаталар системаларында да белгили бир себеплер менен байланысқан болады.

Квадраты нолден үлкен, яғный

$$s^2 > 0 \tag{14.6}$$

болған интервал кеңисликке мегзес интервал деп аталады.

Квадраты нолден киши, яғный

$$s^2 < 0 \tag{14.7}$$

болған интервал ўақытқа мегзес интервал деп аталады.

Егер интервал кеңисликке мегзес болса, онда еки ўақыя бир ўақыт моментинде кеңесликтиң еки ноқатында жүз беретуғын координаталар системасын сайлап алыўға болады $\left(s^2 = l^2 > 0, \quad t = 0\right)$***. Соның менен бирге усы шәрт орынланғанда еки ўақыя бир ноқатта жүз беретуғын координаталар системасын сайлап алыў мүмкин емес (***Бундай жағдайда $l = 0$, яғный $s^2 = -c^2t^2$ орын алған болар еди, бул $s^2 > 0$ шәртине қайшы келеди***)***.

Егер интервал ўақытқа мегзес болса, онда еки ўақыя кеңисликтиң бир ноқатында, бирақ ҳәр қыйлы ўақыт моментлеринде жүз беретуғын координаталар системасын сайлап алыў мүмкин ($l = 0, \quad s^2 = -c^2t^2 < 0$), Бирақ бул жағдайда усы еки ўақыя бир ўақытта жүзеге келетғуын координаталар системасын сайлап алыў мүмкин емес (бундай жағдайда $t = 0$, яғный $s^2 = l^2 > 0$ орынланып, $s^2 < 0$ шәртине қайшы келген болар еди. Солай етип принципинде себеплилик байланыста тура алатуғын еки ўақыя ушын усы еки ўақыя кеңисликтиң бир ноқатында ўақыт бойынша биринен соң бири жүзеге келетуғын координаталар системасын сайлап алыў мүмкин.

Еки ўақыя жақтылық сигналы менен байланысатуғын дара жағдайдың да орын алыўы мүмкин. Бундай жағдайда мынаны аламыз:

$$s^2 = 0.$$

Бундай интервал жақтылыққа мегзес интервал деп аталады.

Ўақыялар арасындағы интервалдың ўақытқа мегзеслиги ямаса кеңисликке мегзеслиги сайлап алынған координаталар системасына байланыслы емес. Бул ўақыялардың өзлериниң инвариантлық қәсийети болып табылады.

Интерваллар бойынша енди мынадай кесте келтиремиз:

Еки ўақыя ушын координаталар ҳәм ўақыт арасындағы байланыс	Интервалдың типи	Ўақыялар арасындағы байланыстың характери
$c\lvert\Delta t\rvert < \lvert\Delta x\rvert; \quad \Delta s^2 < 0$	Кеңисликке мегзес.	Себеп пенен байланыс жоқ (себеплилик жоқ).
$c\lvert\Delta t\rvert > \lvert\Delta x\rvert; \quad \Delta s^2 > 0$	Ўақытқа мегзес.	Себеп пенен байланыстың орын алыўы мүмкин.
$c\lvert\Delta t\rvert = \lvert\Delta x\rvert; \quad \Delta s^2 = 0$	Жақтылыққа мегзес.	Ўақыялардың жақтылық сигналы менен байланысқан болыўы мүмкин.

Қозғалыўшы дененің узынлығы. ***Қозғалыстағы стерженниң узынлығы деп усы стерженниң еки ушына сәйкес келиўши қозғалмайтуғын системадағы усы системаның сааты бойынша бир ўақыт моментинде алынған еки ноқат арасындағы қашықлықты айтамыз***. Солай етип қозғалыўшы стерженниң ушлары қозғалмайтуғын системада усы системаның саатларының жәрдеминде ўақыттың бир моментинде белгиленип алынады екен. Ал қозғалыўшы системаның саатлары бойынша белгиленип алыў моментлери басқаша болады. Қозғалмайтугын системада бир ўақыт моментинде белгиленип алынған еки ноқат арасындағы қашықлық басқа мәниске ийе болады. Демек, стерженниң узынлығы Лоренц түрлендириўиниң инварианты болып табылмайды ҳәм ҳәр қыйлы есаплаў системаларында ҳәр қыйлы мәниске ийе болады.

Мейли узынлығы l ге тең болған стержень штрихланған координаталар системасында тынышлықта турған болсын ҳәм оның бойы x' бағытына параллел болсын. Биз бул жерде дененің узынлығы ҳаққында айтканда усы дененің тынышлықта турған координаталар системасындағы узынлығын айтатуғынымызды сеземиз. Стерженниң ушларының координаталарын x_1' ҳәм x_2' деп белгилеймиз, қала берсе $x_2'-x_1'=l$. Бул жерде l штрихсыз жазылған. Себеби l стерженниң усы стержень қозғалмай турған координаталар системасындағы, басқа сөз бенен айтқанда тыныш турған стерженниң узынлығы болып табылады.

t_0 ўақыт моментинде v тезлиги менен қозғалатуғын стерженниң ушларындағы ноқатларды штрихланбаған координаталар системасында белгилеп аламыз. Лоренц түрлендириўлери формулалары тийкарында

$$x_1'=\frac{x_1-vt_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}},\quad x_2'=\frac{x_2-vt_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \tag{14.8}$$

аңлатпаларын жаза адламыз. Буннан

$$l=x_2'-x_1'=\frac{x_2-x_1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}=\frac{l'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \tag{14.9}$$

Бул формулада $l'=x_2-x_1$ арқалы қозғалыўшы стерженниң узынлығы белгиленген. Демек (14.9) ды

$$l'=\frac{l}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \tag{14.10}$$

деп көширип жазып қозғалыўшы стерженниң узынлығының қозғалыс бағытындағы узынлығының қозғалмай турған стерженниң узынлығынан киши екенлигин сеземиз. Әлбетте, егер биз усы талқылаўларды тынышлықта тур деп қабыл етилген штрихланган координаталар системасы көз-қарасында турып ислесекте қозғалыўшы стерженниң узынлығының (14.10) формуласы менен анықланатуғынлығына келемиз. Буның орын алўы салыстырмалық принципи тәрепинен талап етиледи.

Егер стерженди қозғалыс бағытына перпендикуляр етип y' яки z' көшерлери бағытында орналастырсақ, онда (14.1) формуласынан стерженниң узынлығының өзгериссиз калатуғынлығын көриўге болады. Солай етип дененің өлшемлери салыстырмалы тезликтиң бағытына перпендикуляр бағытларды өзгериссиз калады.

Мысал ретинде Жер шарының қозғалыс бағытындағы диаметрин алып қараймыз. Оның узынлығы 12 мың километрдей, орбита бойынша тезлиги 30 км/с. Бундай тезликте Жер шарының диаметри 6 см ге қасқарады.

Қозғалыўшы денениң өлшемлериниң қозғалыс бағытында өзгеретуғынлығы ҳаққындағы батыл усыныс биринши рет бир биринен ғәрезсиз Фитжеральд (Fitzgera1d) ҳәм Лорентц (1orentz) тәрепинен берилди. Олар қәлеген денениң қозғалыс бағытындағы сызықлы өлшемлери тек усы қозғалысқа байланыслы өзгереди деп болжады. Бул болжаў дурыс болып шықты ҳәм Майкельсон тәжирийбесиниң күтилген нәтийжелерди бермеўиниң себебин толық түсиндирди.

Қозғалыстағы саатлардың жүриў темпи. Мейли қозғалыўшы координаталар системасының x_0' ноқатында t_1' ҳәм t_2' ўақыт моментлеринде еки ўақыя жүз берген болсын. Усы еки ўақыялар арасындағы ўақыт интерваллары қозғалыўшы системада $\Delta t' = t_2' - t_1'$, ал тынышлықта турған системада $\Delta t = t_2 - t_1$ болсын. Лоренц түрлендириўлери тийкарында

$$t_1 = \frac{t_1' + (v/c^2)x_0'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \qquad t_2 = \frac{t_2' + (v/c^2)x_0'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \tag{14.11}$$

теңликлерине ийе боламыз. Буннан төмендеги келип шығады:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{t_2' - t_1'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \tag{14.12}$$

Солай етип қозғалыўшы саатлар менен өлшенген ўақыялар арасындағы ўақыт интервалы

$$\Delta t' = \Delta t \cdot \sqrt{1 - v^2/c^2} \tag{14.13}$$

тынышлықта турған саатлар менен өлшенген ўақытқа қарағанда кем болып шығады. Демек ***тынышлықта турған саатлардың жүриўине қарағанда қозғалыстағы саатлардың жүриў темпи кем болады***.

Меншикли ўақыт. Қозғалыўшы ноқат пенен байланыслы саат пенен (ноқат пенен бирге қозғалатуғын) өлшенген ўақыт бул ноқаттың меншикли ўақыты деп аталады. (14.13) те шексиз киши ўақыт интервалына өтиў ҳәм оны былайынша жазыў мүмкин:

$$d\tau = dt\sqrt{1 - v^2/c^2} \ . \tag{14.14}$$

Бул аңлатпада $d\tau$ арқалы козғалыўшы ноқаттың меншикли ўақытының дифференциалы, dt арқалы қарап атырылған ноқат берилген ўақыт моментинде v тезлигине ийе болатуғын инерциаллық координаталар системасындағы ўақыттың дифференциалы белгиленген. $d\tau$ дың қозғалыўшы ноқат пенен байланысқан ҳәр қыйлы саатлардың көрсетиўлериниң өзгериси, ал dt болса қоңысылас кеңисликлик ноқатта жайласқан қозғалмайтуғын координаталар системасының ҳәр қыйлы саатларының көрсетиўлери екенлигин сеземиз.

Биз жоқарыда интервалдың квадратының, интервалдың дифференциалының инвариант екенлигин көрдик [(14.5)-формула]. Усыған байланыслы $dx^2 + dy^2 + dz^2 = d\mathbf{r}^2$ шамасының да қоңысылас еки ноқат арасындағы кеңисликлик қашықлықтың дифференциалының да инвариант екенлигин сеземиз. Сонлықтан ҳәзир ғана еске алынған инфарианттың дифференциалы ушын жазылған (14.5)-формуланың төмендегидей етип түрлендирилиўи мүмкин:

$$\frac{ds}{i} = c\,dt\sqrt{1 - \frac{1}{c^2}\left(\frac{d\mathbf{r}}{dt}\right)^2} = c\,dt\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \qquad (14.15)$$

Бул формулада интервалы есапланып атырған ўақыялар сыпатында қозғалыўшы ноқаттың биринен соң бири избе-из келетуғын еки аўҳалы алынған ҳәм оның тезлигиниң квадратының

$$v^2 = \left(\frac{d\mathbf{r}}{dt}\right)^2$$

екенлиги есапқа алынған.

$$d\,s^2 = d\,\mathbf{r}^2 - c^2\,t^2 = (-1)\left(c^2\,t^2 - d\,\mathbf{r}^2\right)$$

екенлигин инабатқа алатуғын болсақ, онда жормал сан $i = \sqrt{-1}$ диң қалай пайда болғанлығын аңғарыў мүмкин.

(14.15) пенен (14.14) ти салыстырыў меншикли ўақыттың дифференциалы $d\tau$ дың интервалдың дифференциалы арқалы былайынша аңлатылатуғынлығын көрсетеди:

$$d\tau = ds / ic\,. \qquad (14.16)$$

(14.5) тен көринип турғанындай, интервалдың дифференциалы инвариант болып табылады. Жақтылықтың тезлиги турақлы шама болғанлықтан (14.16) дан ***меншикли ўақыт Лоренц түрлендириўлерине қарата инвариант*** деп жуўмақ шығарыўға болады.

Бул пүткиллей тәбийий нәрсе. Себеби меншикли ўақыт қозғалыўшы ноқат пенен байланысқан координаталар системасында анықланады ҳәм қайсы координаталар системасында меншикли ўақыттың анықланғанлығы әҳмийетке ийе болмайды.

Тезликлерди қосыў. Мейли қозғалыўшы координаталар системасында материаллық ноқаттың қозғалысы

$$x' = x'(t'), \quad y' = y'(t'), \quad z' = z'(t'), \qquad (14.17)$$

ал тынышлықта турған системада болса

$$x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t) \qquad (14.18)$$

функциялары менен берилген болсын. Қозғалыўшы ҳәм қозғалмайтуғын системалардағы материаллық ноқаттың тезлигиниң төменде келтирилген қураўшылары арасында байланысты табыўымыз керек:

$$u_x' = \frac{dx'}{dt'}, \quad u_y' = \frac{dy'}{dt'}, \quad u_z' = \frac{dz'}{dt'}. \tag{14.19}$$

$$u_x = \frac{dx}{dt}, \quad u_y = \frac{dy}{dt}, \quad u_z = \frac{dz}{dt}. \tag{14.20}$$

(13.24) формуласынан мынаған ийе боламыз:

$$dx = \frac{dx' + vdt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad dy = dy' \quad dz = dz',$$
$$dt = \frac{dt' + \frac{v}{c^2}dx'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{dt'(1 + \frac{vu_x'}{c^2})}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \tag{14.21}$$

Дифференциаллардың бул мәнислерин (13.21) ден (14.20) ға қойсақ ҳәм (14.19) ды есапқа алсақ төмендегилерди табамыз:

$$u_x = \frac{u_x' + v}{1 + vu_x'/c^2},$$
$$u_y = \frac{u_y'\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + vu_x'/c^2}, \tag{14.22}$$
$$u_z = \frac{u_z'\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + vu_x'/c^2}.$$

Бул салыстырмалық теориясының тезликлерди қосыў формулалары болып табылады. Штрихланған система координаталарынан штрихланбаған система координаталарына да өтиў мүмкин. Бундай жағдайда v тезлиги $-v$ менен, штрихланған шамалар штрихланбаған шамалар, штрихланғанлары штрихланбағанлары менен алмастырылады. Бул формулалардан, мысалы, жақтылық тезлигиниң турақлылығы келип шығады. Усы жағдайды дәлиллеймиз. Мейли (14.22) де $u_y' = u_z' = 0$, $u_x' = c$ болсын. Онда

$$u_x = \frac{u_x' + v}{1 + u_x'v/c^2} = \frac{c + v}{1 + cv/c^2} = c, \quad u_y = 0, \quad u_z = 0. \tag{14.23}$$

Аберрация. Мейли штрихланған координаталар системасында y' көшери бағытында жақтылық нуры тарқалатуғын болсын. Бундай жағдайда

$$u_x' = 0, \; u_y' = c, \quad u_z' = 0.$$

Қозғалмайтуғын есаплаў системасы ушын төмендегини аламыз:

$$u_x = v, \quad u_y = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\, c, \quad u_z = 0$$

шамаларын аламыз. Демек қозғалмайтуғын координаталар системасында жақтылық нуры ның бағыты менен y көшери бағыты өз-ара параллел болмай, олар бир бирине салыстырганда қандай да бир β мүйешине бурылған болып шығады. Бул мүйештиң мәниси

$$\mathrm{tg}\beta = \frac{u_x}{u_y} = \frac{v}{c \cdot \sqrt{1 - v^2 / c^2}}. \qquad (14.24)$$

Егер $\frac{v}{c} << 1$ болса, онда (14.24) классикалық физика беретуғын $\mathrm{tg}\,\beta = \frac{v_\perp}{c}$ формуласы менен бетлеседи. Бирақ (14.24) тиң мәниси пүткиллей басқаша. Классикалық физикада мына жағдайларды бир биринен айырыў керек: қозғалыўшы дерек – қозғалмайтуғын бақлаўшы, қозғалмайтуғын дерек – қозғалыўшы бақлаўшы. Ал салыстырмалық теориясында болса тек дерек пенен бақлаўшының бир бирине салыстырғандағы қозғалысы ғана әҳмийетке ийе болады.

Тезлениўди түрлендириў. Мейли штрихланған системада материаллық ноқат, қураўшылары ω_x', ω_y', ω_z' болған тезлениў менен қозғалысын. Тезлиги усы ўақыт моментинде нолге тең болсын. Сонлықтан штрихланған координаталар системасында ноқаттың қозғалысы төмендегидей формулалар жәрдеминде тәрипленеди:

$$\frac{du_x'}{dt'} = \omega_x', \quad \frac{du_y'}{dt'} = \omega_y', \quad \frac{du_z'}{dt'} = \omega_z', \quad , u_x' = u_y' = u_z' = 0. \qquad (14.25)$$

Штрихланбаған коордиииталар системасындағы ноқаттың қозғалысын изертлеймиз. Тезликти (14.22) ден табамыз:

$$u_x = v, \quad u_y = 0, \quad u_z = 0. \qquad (14.26)$$

Штрихланбаған координаталар системасындағы тезлениў:

$$\omega_x = \frac{du_x}{dt}, \quad \omega_y = \frac{du_y}{dt}, \quad \omega_z = \frac{du_z}{dt}. \qquad (14.27)$$

dt, du_x, du_y, du_z шамалары (14.21)-(14.22) формулалар жәрдеминде анықланады. Дифференциалларды есаплап болғаннан кейин ғана тезликлер $u_x' = u_y' = u_z' = 0$ деп есаплаў мүмкин. Мысалы du_x ушын

$$du_x = \frac{d\,u_x'}{1 + v\,u_x'/c^2} - \frac{(u_x' + v)(v/c^2)\,d\,u_x'}{(1 + v\,u_x'/c^2)^2} = \frac{d\,u_x'}{(1 + v\,u_x'/c^2)^2}\left(1 + \frac{v\,u_x'}{c^2} - \frac{v\,u_x'}{c^2} - \frac{v^2}{c^2}\right) =$$
$$= \frac{1 - v^2/c^2}{(1 + v\,u_x'/c^2)^2}\,d\,u_x'. \qquad (14.28)$$

Буннан (14.21) ди есапқа алыў менен

$$\omega_x = \frac{du_x}{dt} = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2} \frac{du_x'}{dt'} = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2} \omega_x'. \qquad (14.29)$$

Бул формулада (14.25) ке сәйкес $u_x' = 0$ деп есапланған.

Усындай жоллар менен du_y ҳәм du_z дифференциаллары есапланады. Солай етип төмендегидей тезлениўди түрлендириў формулаларын аламыз:

$$\omega_x = \sqrt[3]{1 - v^2/c^2} \cdot \omega_x',$$
$$\omega_y = \sqrt{1 - v^2/c^2} \cdot \omega_y', \qquad (14.30)$$
$$\omega_z = \sqrt{1 - v^2/c^2} \cdot \omega_z'.$$

Штрихланбаған системада ноқат **v** тезлиги менен қозғалады. Сонлықтан кейинги формулалар төмендеги мәнисти аңғартады:

Қозғалыўшы материаллық ноқат пенен усы ноқат тынышлықта туратуғын инерциал координаталар системасын байланыстырыў мүмкин. Усындай координаталар системасы алып жүриўши координаталар системасы деп аталады. Егер усы координаталар системасында ноқат тезлениў менен қозғалса, онда бул ноқат басқа да қәлеген координаталар системасында тезлениў менен қозғалады. Бирақ тезлениўдиң мәниси басқа системада басқа мәниске, бирақ барлық ўақытта да киши мәниске ийе болады. Қозғалыс бағытында тезлениў қураўшысы $\sqrt[3]{1 - v^2/c^2}$ көбейтиўшисине пропорционал киширейеди (v тезлениў қарап атырылған системадағы тезлик). Тезликке перпендикуляр бағыттағы тезлениўдиң көлденең қураўшысы $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ көбейтиўшисине пропорционал болған кемирек өзгериске ушырайды. Бул хаққында басқа параграфларда да гәп етиледи.

Салыстырмалық теориясы себеплилик принципин дәлиллемейди. Бул теория себеплилик принципи барлық координаталар системасында орын алады деп есаплайды. Усы жағдай тийкарында физикалық тәсирлердиң тарқалыў тезлигине шек қойылады.

Лоренц түрлендириўлери тек инерциал есаплаў системаларында дурыс нәтийже береди. Сонлықтан Жер шарын батыстан шығысқа ҳәм шығыстан батысқа қарап қозғалған жағдайлардағы саатлардың жүриў темпин салыстырғанда Жердиң бети менен байланысқан қоординаталар системасын пайдаланыўға болмайды.

Сораўлар:	1. Қозғалыўшы денелердиң узынлығын анықлаў классикалық механикада ҳәм салыстырмалық теориясында айырмаға ийе ме? 2. Қозғалыўшы денелердиң узынлығының қысқаратуғынлығын тастыйықлаўдың физикалық мәниси нелерден ибарат? 3. Жер шарын батыстан шығысқа ҳәм шығыстан батысқа қарап қозғалған жағдайлардағы саатлардың жүриў темпин салыстырғанда Жердиң бети менен байланысқан қоординаталар системасын пайдаланыўға

болмайтуғынлығын қалай дәлиллеўге болады?

4. Егизеклер парадоксының мәниси неден ибарат ҳәм бул парадокс қалай шешиледи?

15-§. Сақланыў нызамлары

Инвариантлылық ҳәм сақланыў нызамлары. Нётер теоремасы. Сақланыў нызамларының орын алыўына алып келетуғын себеплер. Қозғалыс теңлемелери ҳәм сақланыў нызамлары. Сақланыў нызамларының математикалық мәниси. Импульстиң сақланыў нызамы. Импульс моментиниң сақланыў нызамы. Энергияның сақланыў нызамы. Күштиң жумысы. Потенциал күшлер.

Егер физикалық нызамлар базы бир түрлендириўлерде өзлериниң формаларын өзгертпейтуғын болса, онда бундай нызамлар сол түрлендириўлерге қарата инвариант деп аталады.

Мысалы классикалық механиканың нызамлары Галилей түрлендириўлерине қарата инвариант: $t'=t$, $\mathbf{r}'=\mathbf{r}+\mathbf{v}_0 t$.

Қәлеген инерциал есаплаў системасына өткенде Ньютон нызамлары, лагранжиан 1 ҳәм тәсир S өзгермей калады.

1918-жылы немис математиги Эмми Нётер кейинирек Нётер теоремасы деп атала баслаған физиканың фундаменталлық теоремасының бар екенлигин тапты ҳәм оның мазмуны мыналардан ибарат[6]:

Теорияның ямаса тәсир S тиң ҳәр бир инвариантлығына базы бир сақланатуғын физикалық шама сәйкес келеди (ҳәм керисинше, егер базы бир физикалық шама сақланатуғын болса, онда физикалық нызамлар қандай да бир түрлендириўлерде өзгермей қалады). Өзгериссиз сақланатуғын шамалардың саны түрлендириў параметрлериниң санына тең.

Нётер теоремасын базы бир мысалларда көрсетемиз.

1. Кеңисликтиң бир теклилиги – ***координата басы кеңисликте өзгертилип қойылғанда физиканың нызамлары өзгермейди***. Физикалық шаманы өлшейтуғын әсбапты кеңисликтиң бир ноқатынан екинши ноқатына көширип қойғанда өлшеўдиң нәтийжелери өзериссиз қалады (егер барлық физикалық шараятлар усы ноқатларда бирдей болатуғын болса).

Барлық ноқатлардың радиус-векторларын бирдей қылып шексиз киши турақлы $\delta\mathbf{r}=\delta\boldsymbol{\varepsilon}$ шамасына жылыстырсақ, онда $\mathbf{r}_i'=\mathbf{r}_i+\delta\boldsymbol{\varepsilon}$ болады (15-1 сүўрет). Бул координата басын О ноқатын О' ноқатына көширгенге тең. Бундай өзгерислерде бөлекшелердиң тезликлериниң өзгермей қалатуғынлығы өз-өзинен түсиникли.

[6] Эмми Нётер ашқан теоремасы менен өзиниң атын тарийхта қалдырған ең уллы ҳаял-қызлар қатарына кирди.

Тәсир S тиң инвариантлылығынан лагранжиан 1 диң де өзгериссиз қалыўы керек. Бул жағдайда $q_i = x_i, \quad y_i, \quad z_i$ болғанлықтан

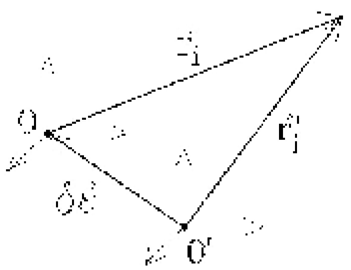
$$\delta L = \sum_i \left(\frac{\partial L}{\partial x_i} \delta x_i + \frac{\partial L}{\partial y_i} \delta y_i + \frac{\partial L}{\partial z_i} \delta z_i \right) \equiv \sum_i \frac{\partial L}{\partial \mathbf{r}_i} \delta \mathbf{r}_i = 0 .$$

Бул аңлатпада $\mathbf{r}_i$ векторы бойынша алынған дара туўынды арқалы мына градиент белгиленген:

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{r}} = \frac{\partial L}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial L}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial L}{\partial z} \mathbf{k} .$$

Тап сол сыяқлы

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}} = \frac{\partial L}{\partial v_x} \mathbf{i} + \frac{\partial L}{\partial v_y} \mathbf{j} + \frac{\partial L}{\partial v_z} \mathbf{k} .$$



15-1 сүўрет. Есаплаў системасын $\delta \mathbf{r} = \delta \boldsymbol{\varepsilon}$ шамасына жылыстырыў.

15-2 сүўрет. Есаплаў системасын $\delta\varphi$ мүйешине бурыў.

Лагранж-Эйлер теңлемесин

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{r}_i} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}_i} = 0 \tag{15.1}$$

түринде жазып (бул жерде $i = 1, 2, \ldots, N$)

$$\delta L = \sum_i \left(\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}_i} \right) \delta \boldsymbol{\varepsilon} = 0$$

екенлигине ийе боламыз. $\delta \boldsymbol{\varepsilon}$ шамасы ықтыярлы болғанлықтан

$$\frac{d}{dt} \left(\sum_i \frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}_i} \right) = 0 .$$

Сонлықтан $\sum_i \frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}_i} = \mathrm{const}$. Бирақ

$$L = \sum_i \frac{m\,\mathbf{v}_i^2}{2} - U(\mathbf{r}_i)$$

аңлатпасынан

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}_i} = m_i \mathbf{v}_i$$

екенлиги келип шығады ҳәм соған байланыслы

$$\sum_i m_i \mathbf{v}_i = \mathrm{const}\,.$$

Жуўмақ: ***кеңисликтиң бир теклилигинен импульстиң сақланыў нызамы бар болады***. Бирақ бир әҳмийетли ескертиўди естен шығармаў керек. Жоқарыда пайдаланылган түрлендириўлер бир биринен ғәрезсиз үш $\delta\varepsilon_x, \delta\varepsilon_y, \delta\varepsilon_z$ параметрлерин өз ишине қамтыйды. Усыған сәйкес импульстиң сақланатуғын p_x, p_y, p_z үш проекциясы бар болады.

2. **Кеңисликтиң изотроплығы**: ***физиканың нызамлары есаплаў системасын турақлы мүйеш δφ ге бурғанда өзгериссиз калады*** (өлшейтуғын әсбапты өлшеў нәтийжелерин өзгертпей бурыўға болады, усы жағдайда басқа физикалық шараятлардың өзгермей қалыўы керек, 15-2 сүўрет).

Есаплаў системасын $\delta\varphi$ шамасына бурып қойсақ i-бөлекшениң радиус-векторы $\delta\mathbf{r}_i = [\delta\varphi, \mathbf{r}_i]$ шамасына, ал оның тезлиги $\delta\mathbf{v}_i = [\delta\varphi, \mathbf{v}_i] = \frac{d}{dt}\delta\mathbf{r}_i$ шамасына өзгереди. Сонлықтан (15.1)-формуладан мынаны аламыз:

$$\delta L = \sum_i \left(\frac{\partial L}{\partial \mathbf{r}_i}\delta\mathbf{r}_i + \frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}_i}\delta\mathbf{v}_i \right) = \sum_i \left(\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}_i}\delta\mathbf{r}_i + \frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}_i}\frac{d}{dt}\delta\mathbf{r}_i \right) = \sum_i \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}_i}\delta\mathbf{r}_i \right) =$$

$$= \frac{d}{dt}\sum_i \left(\frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}_i}[\delta\varphi, \mathbf{r}_i] \right) = 0$$

ҳәм усыған сәйкес

$$\sum_i \left(\frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}_i}[\delta\varphi, \mathbf{r}_i] \right) = \mathrm{const}.$$

Бул аңлатпаға $\frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}_i} = m_i \mathbf{v}_i$ теңлигин қойып ҳәм векторларды цикллик қайта қойыў арқалы $\sum_i \delta\varphi\,[\,\mathbf{r}_i, \mathbf{v}_i\,] = \mathrm{const}$ екенлигин табамыз. Буннан ақырында мынаны аламыз:

$$\sum_i [\mathbf{r}_i, m_i \mathbf{v}_i] = \text{const} .$$

Жуўмақ: ***кеңисликтиң изотроплығынан импульс моментиниң сақланыў нызамы келип шығады***.

Және бир ескертиўди қолланамыз: усы жағдайда пайдаланылған түрлендириў де $\delta\varphi_x, \delta\varphi_y, \delta\varphi_z$ ғәрезсиз үш параметрине ийе болады. Усыған үш сақланатуғын проекциялар L_x, L_y, L_z сәйкес келеди.

3. ***Ўақыттың бир теклилиги – егер ўақыттың басланғыш моментин өзгертсе физиканың нызамлары өзгермейди*** (бирдей басқа шараятлар өзгермей қалатуғын болса кеште өткерилген өлшеўлер қандай шамаларды берген болса, азанда өткерилген өлшеўлер де сондай шамаларды береди).

Сәйкес түрлендириў $t' = t + \delta t$ түринде жазылады. Кинетикалық энергия E_{kin} ге де, потенциал энергия U ға да ўақыт анық түрде кирмейди. Сонлықтан усы инвариантлыққа сәйкес келетуғын сақланыў нызамын табыў ушын тағы да (15.1) теңлемесин пайдаланып лагранжианнан толық туўынды аламыз:

$$\frac{dL}{dt} = \sum_i \frac{\partial L}{\partial \mathbf{r}_i}\frac{d\mathbf{r}_i}{dt} + \sum_i \frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}_i}\frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = \sum_i \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}_i}\mathbf{v}_i + \sum_i \frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}_i}\frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = \sum_i \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}_i}\mathbf{v}_i\right).$$

$\frac{dL}{dt}$ ны кейинги теңликтиң оң тәрепине өткеремиз. Нәтийжеде

$$\frac{d}{dt}\left(\sum_i \frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}_i}\mathbf{v}_i - L\right) = 0$$

теңлигин аламыз. Яғный

$$\sum_i m_i \mathbf{v}_i \cdot \mathbf{v}_i - L \equiv \sum_i m_i \mathbf{v}_i^2 - E_{kin} + U = \text{const}$$

ямаса

$$E_{kin} + U = \text{const}.$$

Жуўмақ: ўақыттың бир теклилигинен толық механикалық энергияның сақланыў нызамы келип шығады.

Келеси ескертиў: пайдаланылған түрлендириў тек бир t параметрине ийе, сонлықтан оған тек бир сақланатуғын шама – системаның энергиясы сәйкес келеди.

Солай етип сақланыў нызамлары ҳәм биз жасап атырған дүньяның динамикасы кеңислик пенен ўақыттың қәсийетлери менен анықланады екен.

Төменде сақланыў нызамлары ҳаққында айқын мысалларда гәп етиледи.

Сақланыў нызамларының мазмуны. Жоқарыда үйренилген қозғлыс нызамлары принципинде материаллық бөлекшелер менен денелердиң қозғалысы бойынша қойылған барлық сораўларға жуўап бере алады. Қозғалыс теңлемелерин шешиў арқалы материаллық бөлекшениң қәлеген ўақыт моментинде кеңисликтиң қайсы ноқатында болатуғынлығын, усы ноқаттағы оның импульсын дәл анықлаў мүмкин (қозғалыс теңлемелерин шешиўдиң көп жағдайларда қыйын екенлигин ҳәм саўат пенен тақатты талап ететуғынлығын еске алып өтемиз). Электрон-есаплаў машиналарының раўажланыўы менен бундай мәселелерди шешиўдиң мүмкиншиликлери жоқарылады.

Бирақ барлық жағдайларда қозғалыс теңлемелерин шешиў арқалы қойылған мәселелерди шешиў мүмкиншилигине ийе болмаймыз. Мейли бизге шешиў мүмкиншилиги жоқ қозғалыс теңлемеси берилген болсын. Мәселен қозғалыс барысында берилген дене Жерде қала ма ямаса космос кеңислигине жерди таслап кете алама? деген сораў қойылсын. Егер усындай жағдайда биз қозғалыс теңлемесин шешпей-ақ денениң Жер бетинен (мысалы) 10 км ден жоқары бийикликке көтериле алмайтуғынлығын анықлай алсақ, бул әдеўир алға илгерилегенлик болып табылады. Ал егер 10 км бийикликте денениң тезлигиниң нолге тең болатуғынлығы анықланса, соның менен бирге денениң 10 км бийикликке көтерилиўи ушын қандай басланғыш тезликке ийе болғанлығы да белгили болса онда белгили бир мақсетлер ушын бул қозғалыс ҳаққында толық мәлим болады ҳәм қозғалыс теңлемесин шешиўдиң зәрүрлиги қалмайды.

Сақланыў нызамлары қозғалыс теңлемелерин шешиўсиз, процесслердиң ўақыт бойынша дәл раўажланыўын талап етпей қозғалыстың улыўмалық қәсийетлерин қарап шығыўға мүмкиншилик береди. Қозғалыстың улыўмалық қәсийетлерин изертлеў қозғалыс теңлемелерин шешиў шеклеринде жүргизиледи ҳәм қозғалыс теңлемесине киргизилген информациялардан артық информацияларды бермейди. Сонлықтан сақланыў нызамларында қозғалыс теңлемелерине қарағанда көп информация болмайды. Бирақ сақланыў нызамларында бирден көринбейтуғын жасырын түрдеги керекли болған информациялардың болыўы мүмкин. Соның менен бирге бирқанша жағдайларда сақланыў нызамларының жәрдеминде бундай информациялар пайдаланыў ушын аңсат түрде көринеди. Усы информацияның әҳмийетли тәрепи төмендегилерден турады: ол айқын айырмашылықларынан ғәрезсиз қәлеген айқын қозғалыс ушын қолланылады.

Сақланыў нызамларының улыўмалық характери бул нызамларды қозғалыс теңлемелери бар болған жағдайда да, жоқ болған жағдайда да қолланыўға мүмкиншилик береди. Сақланыў нызамларын қолланыў ушын көпшилик жағдайларда тек ғана күшлердиң тәсир етиў симметриясын билиў жеткиликли, ал сол күшлердиң тәсир етиў нызамларын билиў шәрт емес. Усының салдарынан қозғалыстың жүдә әҳмийетли болған өзгешеликлерин күшлердиң тәсир етиў нызамларын билмей-ақ анықлаўға болады.

Ҳәр бир физикалық шаманың сақланыўы кеңислик пенен ўақыттың қәсийетлериниң тиккелей нәтийжеси болып табылатуғынлығын биз жоқарыда көрдик. Анықлық ушын төмендеги кестени келтиремиз:

Сақланыў нызамы	Нызамның орын алыўына алып келетуғын себеп
Энергияның сақланыў нызамы	Ўақыттың бир теклилиги
Импульстиң сақланыў нызамы	Кеңисликтиң бир теклилиги
Импульс моментиниң сақланыў нызамы	Кеңисликтиң изотроплылығы

Бирақ, мысалы, кеңисликтиң бир теклилигинен энергияның сақланыў нызамы, ал кеңисликтиң изотроплылығынан импульс моментиниң сақланыў нызамы келип шықпайды. Келтирилген еки нызам да тәсир етиўши күшлер ҳаққында қосымшалар киритилгендеги Ньютонның екинши нызамының нәтийжеси болып табылады. Импульс пенен импульс моментиниң сақланыў нызамларын келтирип шығарғанда ***күшлер тәсир менен қарсы тәсирдиң теңлиги нызамын*** **пайдаланыў жеткиликли. Демек *Ньютонның екинши нызамына кеңислик пенен ўақыттың симметриясы қәсийетин қоссақ (атап айтқанда кеңислик пенен ўақыттың бир теклилиги, кеңисликтиң изотроплылығы) жоқарыда келтирилген сақланыў нызамларын келтирип шығарыўға болады.***

Ўақыттың бир теклилиги ҳаққында айтқанымызда барлық ўақыт моментлериниң бирдей ҳуқыққа ийе екенлиги нәзерде тутылады. Кеңисликтиң бир теклилиги кеңисликте айрықша аўҳаллардың жоқлығын билдиреди, кеңисликтиң барлық ноқатлары теңдей ҳуқыққа ийе. Ал кеңисликтиң изотроплылығы кеңисликте өзгеше қәсийетке ийе бағытлардың жоқлығын билдиреди. Кеңисликтеги барлық бағытлар да бирдей ҳуқыққа ийе.

Солай етип сақланыў нызамлары теңлемелер шешиў арқалы емес, соның менен бирге процесслердиң ўақыт бойынша раўажланыўын терең таллаўсыз қозғалыслардаң улыўмалық қәсийетлерин қарап шығыўға мүмкиншилик береди. Қозғалыс теңлемелери физикалық шамалардың ўақыт бойынша ҳәм кеңисликтеги өзгериўин бериўши теңлемелер болып табылады. Бизиң ойымызда шексиз көп сандағы физикалық ситуациялар өтеди. Соның менен бирге бизди айқын ўақыт моментинде жүз беретуғын ситуациялардың биреўи емес, ал сол қозғалыстың жүриўине алып келетуғын ситуациялардың избе-излиги көбирек қызықтырады. Ситуациялардың избе-излигин қарағанымызда бизди сол ситуациялар бир биринен неси менен айрылатуғынлығы ғана емес, ал қандай физикалық шамалардың сақланатуғынлығы қызықтырады. ***Сақланыў нызамлары болса қозғалыў теңлемелери менен тәрипленетуғын физикалық ситуациялардың барысында нелердиң өзгермей турақлы болып қалатуғынлығына*** жуўап береди.

Қозғалыс теңлемелери ҳәм сақланыў нызамлары. Қозғалыс теңлемелери физикалық шамалардың ўақыт бойынша ҳәм кеңисликтеги өзгериўиниң теңлемелери болып табылады. Бизиң көз алдымызда физикалық ситуациялардың шексиз избе-излиги өтеди. Шын мәнисинде қандай да бир ўақыт моментиндеги қозғалысты өз ишине алмайтуғын айқын физикалық ситуация бизди қызықтырмайды. Бизди (физиклерди) сол қозғалысқа алып келетуғын ситуациялардың избе-излиги қызықтырады. Ал ситуациялар избе-изликлерин қарағанда олардың не менен бир биринен айрылатуғынлығын билиў менен қатар, олар арасындағы улыўмалықты, оларда нелердиң сақланатуғынлығын билиў әҳмийетке ийе. **Сақланыў нызамлары қозғалыс теңлемелери тәрепинен тәрипленетуғын физикалық ситуациялардың жүзеге келиў избе-излигинде нелердиң өзгериссиз, турақлы болып қалатуғынлығы ҳаққындағы сораўға жуўап береди.**

Сақланыў нызамларының математикалық мәниси. Ньютонның төмендеги бир өлшемли теңлемелерин мысал ретинде көремиз:

а) $$m\frac{dv_x}{dt} = F_x,$$

б) $$\frac{dx}{dt} = v_x.$$

Материаллық ноқаттың кеңисликте ийелеген орны қәлеген ўақыт моментинде белгили болса мәселе шешиледи деп есапланады. Ал мәселени шешиў ушын а) теңлемени интеграллап v_x ты табыў керек, ал оннан кейин v_x тың сол мәнисин б) ға қойып x(t) ны анықлаймыз.

Көпшилик жағдайларда биринши интеграллаў улыўма түрде исленеди ҳәм физикалық шамалардың белгили бир комбинацияларының санлық мәнисиниң турақлы болып қалатуғынлығы түринде бериледи. Сонлықтан да ***механикада математикалық мәнисте сақланыў нызамлары қозғалыс теңлемелериниң биринши интегралына алып келинеди***.

Әдетте турақлы болып сақланатуғын бир қанша физикалық шамалар механикадан сыртқа шығып кетеди; олар механиканың сыртында да әҳмийетли орын ийелейди. сақланатуғын физикалық шамалар фундаменталлық физикалық шамалар, ал сақланыў нызамлары физиканың фундаменталлық нызамлары болып есапланады.

Импульстиң сақланыў нызамы. Изоляцияланған система. Сырттан күшлер тәсир етпесе материаллық ноқат ямаса материаллық ноқатлар системасы изоляцияланған деп аталады.

Сырттан күшлер тәсир етпегенликтен $\mathbf{F} = 0$, $\frac{d\mathbf{p}}{dt} = 0$. Бул теңлемени интеграллап

$$\mathbf{p} = const, \quad p_x = const, \quad p_y = const, \quad p_z = const$$

екенлигине ийе боламыз. Бул теңликлер импульстиң сақланыў нызамын аңғартады: ***изоляцияланған системаның импульсы усы системаның ишинде жүретуғын қәлеген процессте өзгермей қалады.*** Материаллық ноқат ушын бул нызам ***сырттан күшлер тәсир етпегенде материаллық ноқаттың туўры сызықлы, тең өлшеўли қозғалатуғынлығын*** билдиреди. Релятивистлик емес жағдайларда материаллық ноқатлар системасы ушын бул нызам системаның масса орайының туўры сызықлы тең өлшеўли қозғалатуғынлығын аңлатады.

Импульстиң сақланыў нызамы релятивистлик емес ҳәм релятивистлик жағдайлар ушын да орынланады.

Импульс қураўшылары ушын да сақланыў нызамы бар.

Импульс моментиниң сақланыў нызамы. Изоляцияланған системаны қараўды даўам етемиз. Бундай система ушын сыртқы күшлердиң моменти **M** нолге тең ҳәм моментлер теңлемеси $\frac{d\mathbf{N}}{dt} = 0$.

Бул теңлемени интегралласақ

$$\mathbf{L} = const, \quad L_x = const, \quad L_y = const, \quad L_z = const \tag{15.2}$$

теңлемелер системасын аламыз.

Бул теңликлер импульс моментиниң сақланыў нызамын аңлатады: ***Изоляцияланған система ишиндеги қәлеген процессте системаның импульс моменти өзгериссиз қалады***.

Импульс моментиниң айырым қураўшылары ушын да сақланыў нызамы орын алады.

Энергияның сақланыў нызамы. Күштиң жумысы. Егер күштиң тәсиринде тезликтиң абсолют шамасы өзгерсе күш жумыс иследи деп есаплайды. Егер тезлик артса күштиң жумысы оң, ал тезлик кемейсе күштиң жумысы терис деп қабыл етилген.

Жумыс пенен тезликтиң өзгериўи арасындағы байланысты анықлаймыз. Бир өлшемли қозғалысты қараймыз. Ноқаттың қозғалыс теңлемеси

$$m\frac{dv_x}{dt} = F_x. \tag{15.3}$$

Теңлемениң еки жағын да v_x қа көбейтип,

$$v\frac{dv}{dt} = \frac{1}{2}\frac{d(v^2)}{dt}$$

екенлигин есапқа алып

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{m\,v_x^2}{2}\right) = F_x v_x \tag{15.4}$$

теңлигине ийе боламыз. Бул теңликтиң оң жағының $v_x = \frac{dx}{dt}$ екенлигин есапқа аламыз ҳәм теңликтиң еки тәрепине де dt ға көбейтемиз

$$d\left(\frac{m\,v_x^2}{2}\right) = F_x dx. \tag{15.5}$$

(15.5)-теңлемеде анық мәнис бар. Ноқат dx аралығына көширилгенде күш $F_x dx$ жумысын ислейди. Нәтийжеде қозғалысты тәриплейтуғын кинетикалық энергия $\frac{m\,v_x^2}{2}$ ҳәм соған сәйкес тезликтиң абсолют мәниси өзгереди. $\frac{m\,v_x^2}{2}$ шамасы жоқарыда гәп етилгендей ***дениниң кинетикалық энергиясы*** деп аталатуғынлығын еске түсиремиз. Дене x_1 ноқатынан x_2 ноқатына көшеди, нәтийжеде оның тезлиги v_{x1} шамасынан v_{x2} шамасына шекем өзгереди.

Жоқарыда алынған теңлемени интеграллаў арқалы

$$\int_{v_x=v_{x1}}^{v_x=v_{x2}} d\left(\frac{m\,v_x^2}{2}\right) = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx \qquad (15.6$$

теңлемесин аламыз.

$$\int_{v_x=v_{x1}}^{v_x=v_{x2}} d\left(\frac{m\,v_x^2}{2}\right)=\frac{m\,v_{x2}^2}{2}-\frac{m\,v_{x1}^2}{2} \tag{15.7}$$

екенлигин есапқа алып

$$\frac{m\,v_{x2}^2}{2}-\frac{m\,v_{x1}^2}{2}=\int_{x_1}^{x_2} F_x dx \tag{15.8}$$

аңлатпасына ийе боламыз. Демек материаллық ноқат бир аўҳалдан екинши аўҳалға өткенде кинетикалық энергиясының өсими күштиң ислеген жумысына тең.

Күш бар ўақытта кинетикалық энергияның мәниси өзгереди. Кинетикалық энергия $F_x = 0$ болғанда сақланады. Ҳақыйқатында да жоқарыда келтирилген кейинги теңлемеден

$$\frac{m\,x_{x2}^2}{2}=\frac{m\,x_{x1}^2}{2}=\mathrm{const.} \tag{15.9}$$

Бул кинетикалық энергияның сақланыў нызамының математикалық аңлатпасы болып табылады.

Егер материаллық ноқаттың қозғалыў бағыты менен күш өз-ара параллел болмаса исленген жумыс

$$dA = F\cdot dl\cdot\cos\alpha. \tag{15.10}$$

α арқалы **F** пенен d**l** векторлары арасындағы мүйеш белгиленген. Исленген толық жумыс

$$A=\lim_{\Delta l_i\to 0}\sum_i\left(\mathbf{F}_i, d\mathbf{l}_i\right)=\int_{(x_1)}^{(x_2)}(\mathbf{F}, d\mathbf{l}). \tag{15.11}$$

Улыўмалық жағдайды қарағанымызда $m\frac{dv_x}{dt}=F_x$ теңлемесиниң орнына

$$m\frac{d\mathbf{v}}{dt}=\mathbf{F} \tag{15.12}$$

теңлемесинен пайдаланыўымыз керек. Бундай жағдайда

$$d\left(\frac{m\,v_0^2}{2}\right)=\left(\mathbf{F}, d\mathbf{r}\right) \tag{15.13}$$

деп жаза аламыз.

Тезлик күштиң тәсиринде v_1 ден v_2 шамасына шекем өзгеретуғын болса

$$\frac{m\,v_2^2}{2} - \frac{m\,v_1^2}{2} = \int_{(1)}^{(2)} (\mathbf{F}\,d\mathbf{l}) \tag{15.14}$$

формуласын аламыз.

Бул теңлеме энергияның сақланыў нызамын аңлатады.

Потенциал күшлер. Ислеген жумысы тек ғана траекторияның басланғыш ҳәм ақырғы ноқатларына байланыслы болған күшлер потенциал күшлер деп аталады. Бундай күшлерге, мысалы, тартылыс күшлери киреди. «Потенциал майдан» ҳәм «потенциал күшлер» түсиниклери бир мәнисте қолланылады.

Математикалық жақтан майдан $\int_{(1)}^{(2)} (\mathbf{F}, d\mathbf{l})$ интегралы тек ғана 1- ҳәм 2 ноқатларға байланыслы болған майданға айтылады.

Улыўма жағдайда потенциал майдан ушын

$$\oint (\mathbf{F}, d\mathbf{l}) = 0.$$

шәрти орынланады.

Усы теңлемеден келип шығатуғын тастыйықлаў төмендегидей анықлама түринде берилиўи мүмкин: ***қәлеген туйық контур бойынша майдан күши жумысы нолге тең болатуғын майдан потенциал майдан деп аталады***. Майданның потенциаллығы критерийи былайынша бериледи:

2) ***майданның потенциаллық болыўы ушын туйық контур бойынша усы майдан күшиниң жумысының нолге тең болыўы зәрүр ҳәм жеткиликли***.

Потенциал майданда исленген жумыс

$$\int_{(1)}^{(2)} (F, dl) = -(U_2 - U_1).$$

ямаса

$$\frac{m\,v_2^2}{2} - \frac{m\,v_1^2}{2} = -(U_2 - U_1).$$

Бул теңлемени былайынша қайтадан көширип жазыў мүмкин:

$$\frac{m\,v_2^2}{2} + U_2 = \frac{m\,v_1^2}{2} + U_1.$$

Демек улыўма жағдай ушын

$$\frac{m v^2}{2} + U = const$$

екенлиги келип шығады. Бул теңлик энергияның сақланыў нызамы деп аталады. U потенциал энергия болып табылады. Соның менен бирге бул теңлеме энергияның бир түрден екинши түрге өтиў нызамын да береди.

16-§. Релятивистлик бөлекшелер динамикасы

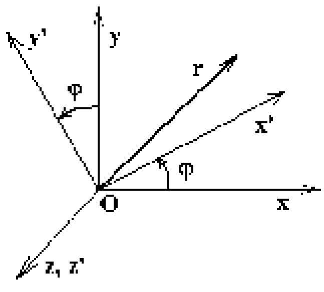
Минковскийдиң төрт өлшемли кеңислиги. Төрт өлшемли векторлар. Энергия-импульстиң төрт өлшемли векторы. Релятивистлик бөлекшениң қозғалыс теңлемеси.

Минковскийдиң төрт өлшемли кеңислиги. Классикалық үш өлшемли кеңисликтиң координаталары усы координаталардың өзлери арқалы түрленеди. Мысалы Декарт көшерлерин xy тегислигинде φ мүйешине бурғанда [(16.1) сүўрет] координаталарды түрлендириў нызамы

$$\begin{aligned} x &= x'\cos\varphi - y'\sin\varphi, \\ y &= x'\sin\varphi + y'\cos\varphi, \\ z &= z'. \end{aligned} \tag{16.1}$$

түрине ийе болады.

(16.1) формулаларға ўақыт кирмейди ҳәм $t = t'$ сыяқлы болып түрленеди. Ал (13.23) – (13.24) Лоренц түрлендириўлери болса (16.1) түрлендириўлерине уқсас, бирақ бул түрлендириўлер кеңисликтиң координаталары менен ўақыт моментиниң координатасын байланыстырады.

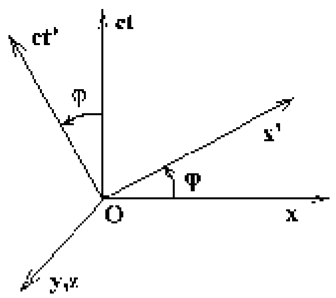


16-1 сүўрет. Декарт көшерлерин xy тегислигинде φ мүйешине бурыўдағы координаталарды түрлендириў.

Анри Пуанкаре (1854-1912) ҳәм сәл кейинирек Герман Минковский (1864-1909) мынаны көрсетти:

Лоренц түрлендириўлерин төрт өлшемли кеңисликтеги координата көшерлериниң бурылыўлары түринде қабыл етиў керек. Бул түрлендириўлерде үш x, y, z кеңисликлик координаталарға ўақытлық ct координатасы қосылады (барлық координаталардың өлшемлери бирдей).

Бунлай кеңислик ***төрт өлшемли кеңислик-ўақыт*** ямаса ***Минковскийдиң 4 өлшемли кеңислиги*** деп аталады.



16-2 сүўрет. Лоренц түрлендириўлери төрт өлшемли кеңисликтеги координаталар көшерлерин бурыў болып табылады.

Ҳақыйқатында да

$$\mathrm{ch}\,\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 - v_0^2/c^2}}, \quad \mathrm{sh}\,\varphi = \frac{v_0/c}{\sqrt{1 - v_0^2/c^2}}$$

деп белгилесек ҳәм $\mathrm{ch}^2\,\varphi + \mathrm{sh}^2\,\varphi = 1$ екенлигин есапқа алсақ, онда (13.23) – (13.24) Лоренц түрлендириўлерин

$$\begin{aligned} ct &= ct'\,\mathrm{ch}\varphi + x'\,\mathrm{sh}\varphi, \\ x &= ct'\,\mathrm{sh}\varphi + x'\,\mathrm{ch}\varphi, \\ y &= y', \quad z = z'. \end{aligned} \tag{16.2}$$

деп жаза аламыз. (16.2) формулалары (16.1) формулаларына жүдә уқсас ҳәм ct тегислигинде x көшерин базы бир φ мүйешине бурыў сыпатында қараўға болады. Бул жердеги көзге тасланатуғын айырма соннан ибират, (16.1) деги тригонометриялық функциялар (16.2) де гиперболалық функциялар менен алмастырылған. Бул жағдай

***4 өлшемги Минковский кеңислигиниң қәсийетлериниң 3 өлшемли Евклид кеңислигиниң қәсийетлеринен өзгеше екенлигин билдиреди*.**

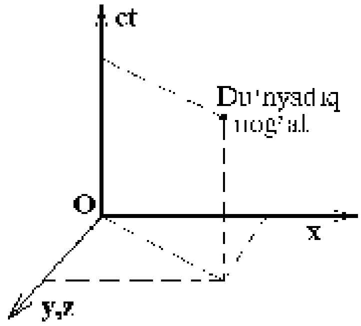
Бундай өзгешеликтиң мәнисин түсиниў ушын координата көшерлерин бурғанда қәлеген векторлдың қураўшыларының өзгеретуғынлыгын, ал бир скаляр шама болған усы вектордың узынлығының өзгермей қалатуғынлығын еске түсиремиз. Усыған сәйкес (16.1) түрлендириўлериниң жәрдеминде Декарт көшерлерин бурғанда радиус-вектордың узынлығы $|r| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2}$ шамасының өзгермей қалатуғынлығына исениўге болады.

Бирақ Лоренц түрлендириўлери бул шаманы өзгертеди (жоқарыда гәп етилгениндей басқа инерциал есаплаў системасында узынлықтың релятивистлик қысқарыўы орын алады). Сонлықтан әдеттеги 3 өлшемли векторлар (тезлик, тезлениў, күш, импульс, импульс моменти ҳәм басқалар) Минковский кеңислигиниң векторлары бола алмайды.

Биз интервалды еске түсиремиз ҳәм мына формуланы жазамыз:

$$s^2 = c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2 = c^2t'^2 - x'^2 - y'^2 - z'^2. \tag{16.3}$$

Бул шама Минковский кеңислигиндеги 4 өлшемли радиус-вектордың квадраты болып табылады. Бул вектордың проекциялары болған ct, x, y, z шамалары базы бир ўақыяның кеңисликлик координаталары менен сол ўақыя болып өткен ўақыт моментиниң координатасы болып табылады. Демек Минковский кеңислигинде ҳәр бир ўақыя ***дүньялық ноқат*** жәрдеминде белгиленеди. Бул жағдай 16-3 сүўретте келтирилген.



16-3 сүўрет.

Дүньялық ноқат.

Енди қәлеген шекли өлшемли кеңисликтеги вектордың квадратының қалайынша жазылатуғынлығын еске түсирип өтемиз. Буның ушын ***кеңисликтиң мектрикасы*** деп аталатуғын базы бир симметриялы $\|g\|$ матрицасы қолланылып, бул шама сол кеңисликтиң барлық геометриялық қәсийетлерин анықлайды. Оны былайынша жазамыз:

$$s^2 = (ct, x, y, z)\begin{pmatrix} g_{ct\,ct} & g_{ct\,x} & g_{ct\,y} & g_{ct\,cz} \\ g_{x\,ct} & g_{x\,x} & g_{x\,y} & g_{x\,z} \\ g_{y\,ct} & g_{y\,x} & g_{y\,y} & g_{y\,z} \\ g_{z\,ct} & g_{y\,x} & g_{y\,y} & g_{y\,z} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}. \qquad (16.4)$$

$\|g\|$ матрицасын координаталар көшерлерин сәйкес түрде сайлап алыў арқалы диагоналластырыў мүмкин. δ_{ik} арқалы Кронекер символын белгилейик. Егер диагоналластырыўдан кейин ол матрица $g_{ik} = \delta_{ik}$ түрине енсе, онда ***кеңисликти тегис ямаса Евклид кеңислиги деп атаймыз***. Ньютонның үш өлшемли кеңислиги тегис ямаса Евклид кеңислик болып табылады[7].

Әлбетте Евклид кеңислиги ушын

$$\|g\| = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Бул матрица менен қураўшылары ct, x, y, z болған векторға тәсир еткен менен ҳеш қандай өзгерис болмайды. Ҳақыйқатында да

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

[7] Биз кейинирек тегис кеңисликте гравитация майданының болмайтуғынлығына көз жеткеремиз.

Егер диагоналластырыўдан кейин диагоналда жайласқан матрицаның қураўшылары хәр қыйлы мәниске ийе болатуғын болса, онда сәйкес кеңислик ***майысқан кеңислик*** болып табылады. (16.3) хәм (16.4) аңлатпаларын салыстырып көриўден

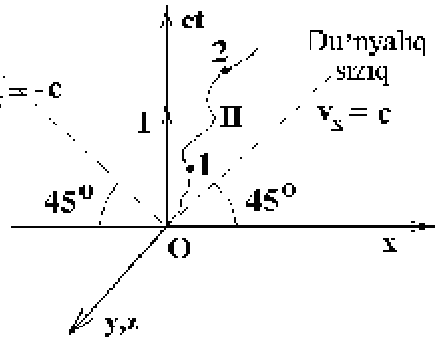
$$\|g\| = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \tag{16.5}$$

екенлигине көз жеткеремиз. Усындай метрикаға ийе кеңислик (Минковский кеңислигиниң усындай метрикаға ийе кенлигин умытпаймыз) ***псевдоевклид кеңислик*** деп аталады. Демек Минковский кеңислиги (кеңислик-ўақыты) псевдоевклид кеңислик болып табылады.

Егер (16.5) ти қураўшылары ct, x, y, z болған векторға көбейтсек қураўшылары ct, -x, -y, -z болған вектор аламыз.

Солай етип арнаўлы салыстырмалық теориясында өз хеш нәрседен ғәрезсиз болған ўақыт хәм оның менен байланысқа ийе емес үш өлшемли кеңислик хаққында гәп етиўге болмайды, ал ўақыт пенен кенисликлик координаталар метрикасы (16.5) болған бирден бир төрт өлшемли Минковский кеңислик-ўақытын пайда етеди.

Бөлекшениң қозғалыў процессин ўақыялардың избе-излиги (дүньялық ноқатлардың избе-излиги) сыпатында сүўретлеп Минковский кеңислигиндеги қозғалыс траекториясын аламыз[8]. Бул 16-4 сүўретте сәўлелендирилген. Бул траектория ***дүньялық сызық*** деп аталады хәм бөлекшениң қәлеген ўақыт моментиндеги кеңисликлик координаталарын көрсетеди. Усындай көз-қараста дүньялық сызық бөлекше бар болған дәўирдеги барлық тарийхты сәўлелендиреди. 16-4 сүўреттеги I сызық тынышлықта турған бөлекшениң дүньялық сызығын сәўлелендиреди[9]. Ал II сызыққа басланғыш моментте координата басында жайласқан қозғалыўшы бөлекшениң дүньялық сызығы сәйкес келеди.



16-4 сүўрет.

Дүньялық сызық бөлекшениң туўылғанынан берги дәўириндеги барлық тарийхты сәўлелендиреди

$\Delta x / \Delta t = v_x < c$ екенлигин нәзерде тутсақ, онда дүньялық сызықтықтың Ox, Oy, Oz көшерлерине қыялығының тангенси 1 ден үлкен болмайтуғынлығын көриўимиз керек. Егер қыялық мүйешиниң тангенси 1 ден үлкен болғанда бөлекше жақтылықтың тезлигинен үлкен тезликлер менен қозғалған болар еди.

[8] «Минковский кеңислиги» түсиниги «Минковский кеңислик-ўақыты» түсиниги менен бир мәнисте қолланылады.

[9] Демек тынышлықта турған бөлекшеге төрт өлшемли Минковский кеңислигинде ct көшерине параллел туўры сызық сәйкес келеди екен.

Төрт өлшемли векторлар. Минковский кеңислигиндеги қәлеген вектор 4 қураўшыға ийе болады. Оларды биз $A_\mu(A_{ct}, A_x, A_y, A_z)$ ҳәриплери жәрдеминде белгилеймиз. Бундай векторлар ***төрт өлшемли векторлар*** ямаса ***4 векторлар*** деп аталады.

Қозғалмайтуғын K инерциал есаплаў системасынан оған салыстырғанда Ox көшери бойы менен $\mathbf{v}_0$ тезлиги менен қозғалыўшы K' системасына өткенде A_μ төрт өлшемли векторының қураўшылары былайынша түрлендириледи:

Туўры түрлендириўлер:

$$
\begin{aligned}
&A_x = \frac{A'_x + \frac{v_0}{c} A'_{ct}}{\sqrt{1 - v_0^2/c^2}}, \\
&A_y = A'_y, \quad A_z = A'_z, \\
&A_{ct} = \frac{A'_{ct} + \frac{v_0}{c} A'_x}{\sqrt{1 - v_0^2/c^2}}.
\end{aligned}
\tag{16.6}
$$

Кери түрлендириўлер:

$$
\begin{aligned}
&A'_x = \frac{A_x - \frac{v_0}{c} A_{ct}}{\sqrt{1 - v_0^2/c^2}}, \\
&A'_y = A_y, \quad A'_z = A_z, \\
&A'_{ct} = \frac{A_{ct} - \frac{v_0}{c} A_x}{\sqrt{1 - v_0^2/c^2}}.
\end{aligned}
\tag{16.7}
$$

Бул түрлендириўлер Лоренц түрлендириўлерине толығы менен сәйкес келеди.

Минковский кеңислигиниң көшерлерин бурғанымызда 4 векторлардың проекциялары өзгереди. Бундай бурыўлар басқа инерциал есаплаў системасына өтиўге эквивалент. Бирақ 4 векторлардың квадратлары өзгермей калады, яғный олар ***релятивистлик инвариантлар*** болып табылады. Бундай инвариантқа мысал ретинде интервалдың квадратын көрсетиўге болады.

4 вектордың квадраты (16.4) қағыйдасы тийкарында анықланады. Оны ықшамлы түрде былайынша жаза аламыз:

$$A^2 = \sum_{\mu,\nu} A_\mu g_{\mu\nu} A_\nu \ .$$

Буннан кейин сумма белгисин жазбаймыз ҳәм А.Эйнштейн тәрепинен усынылған мынадай суммалаў қағыйдасынан пайдаланамыз***: егер бир формулада бирдей еки индекс ушырасатугын болса, онда бул индекслер бойынша суммалаў жүргизиледи***.

Минковский кеңислигиниң метрикасы болған (16.5) ти қойыў арқалы релятивистлик инвариант болған барлық инерциал есаплаў системаларында бирдей мәниске ийе мынадай скаляр алынады:

$$A^2 = A_{ct}^2 + A_x^2 + A_y^2 + A_z^2 = A'^2_{ct} + A'^2_x + A'^2_y + A'^2_z\,. \qquad (16.8)$$

Тап (16.8) сыяқлы еки 4 вектордың скаляр көбеймеси анықланады:

$$A \cdot B = A_\mu g_{\mu\nu} B_\nu = A_{ct}B_{ct} - A_x B_x - A_y B_y - A_z B_z\,. \qquad (16.9)$$

***Солай етип классикалық физиканың 3 өлшемли векторлары 4 векторлар болып табылмайды екен ҳәм олар ҳәтте 4 векторлардың кеңисликлик қураўшылары да бола алмайды*.**

Энергия-импульстиң төрт өлшемли векторы. Ньютон механикасының теңлемелери ҳәм тийкарғы шамалары жақтылықтың тезлигине шамалас үлкен тезликлерде үлкен өзгерислерге ушырайды. Мысалы биз импульс ушын берген анықлама (масса менен тезликтиң көбеймеси ҳәм импульс векторы менен тезлик векторының өз-ара параллеллиги) $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ үлкен тезликлерде орынланбайды. Ҳақыйқатында да жабық системадағы тезликлер $\mathbf{v}_i$ лердиң өзгериўи мүмкин, бирақ бундай системаның толық импульси $\mathbf{p} = \sum m_i \mathbf{v}_i$ өзгермей қалады. (14.22) тезликлерди түрлендириў формулалары жәрдеминде тезликлерди түрлендириўде басқа инерциал системаларда классикалық импульс $\mathbf{p}' = \sum m_i \mathbf{v}_i'$ тың турақлы болып қалмай, басқа мәниске ийе болатуғынлығы келип шығады. Бул жағдай барлық инерциал есаплаў системаларының эквивалентлилиги постулатына қайшы келеди.

Соның менен бирге (16.6) ямаса (16.7) ге сәйкес үш қураўшыға ийе (үш өлшемли) классикалық импульс $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ Минковский кеңислигиниң қандай да бир векторының қураўшылары да бола алмайды.

Релятивистлик бөлекше деп тезлиги жақтылықтың тезлиги с ға салыстырғанда көп шамаға киши емес болған бөлекшеге айтамыз. Солай етип релятивистлик бөлекше жағдайында $v^2/c^2 \to 0$ деп есаплаўға болмайды. Қәлеген релятивистлик бөлекше ушын импульстиң 4 векторын аңсат анықлаўға болады. Буның ушын тезликтиң 4 векторы болған u_μ ды турақлы көбейтиўшиге көбейтемиз:

$$p_\mu = m\,c\,u_\mu\,. \qquad (16.10)$$

Бул аңлатпада m арқалы бөлекшениң массасы белгиленген. (16.10) дағы жақтылықтың тезлиги с дурыс өлшем алыў ушын жазылған. (14.22) формуладағы 4 тезликтиң кеңисликлик қураўшыларын қойғаннан кейин

$$\mathbf{p} = \mathbf{i}p_x + \mathbf{j}p_y + \mathbf{k}p_z = \frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad (16.11)$$

екенлигине ийе боламыз $\left[\dfrac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \dfrac{m}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\left(\mathbf{i}v_x + \mathbf{j}v_y + \mathbf{k}v_k\right)\right]$. Бул релятивистлик бөлекшениң кеңисликлик координаталарда жазылған импульс векторы болып табылады.

Ўақытлық координатаға байланыслылықты кейинирек көремиз. (16.11) ден $v^2/c^2 \to 0$ шегинде импульстиң классикалық импульс $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ ға өтетуғынлығы көринип тур.

Импульстен ўақыт бойынша алынған туўынды бөлекшеге тасир ететуғын күш болып табылады. Мейли бөлекшениң тезлиги тек бағыты бойынша өзгеретуғын болсын, яғный бөлекшеге тәсир ететуғын күш оның тезлигине перпендикуляр болсын. Онда

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \frac{m}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\frac{d\mathbf{v}}{dt}.$$

Егер тезлик тек шамасы бойынша өзгеретуғын болса, онда

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \frac{m}{\left(1-v^2/c^2\right)^{3/2}}\frac{d\mathbf{v}}{dt}$$

аңлатпасын аламыз. Биз бул жерде қарап өтилген еки жағдайда күш $\frac{d\mathbf{p}}{dt}$ ның тезлениў $\frac{d\mathbf{v}}{dt}$ ға қатнасының ҳәр қыйлы болатуғынлығын көремиз.

Енди ўақытлық қураўшы p_{ct} ның мәнисин анықлаў қалды. Бунның ушын классикалық механикадағы кинетикалық энергияның $E_{kin} = \frac{mv^2}{2}$ ҳәм бөлекшеге тәсир ететуғын күшлердиң барлығының усы бөлекшениң кинетикалық энергиясын өзгертиў ушын жумсалатуғынлығын еске аламыз, яғный

$$dE_{kin} = dA$$

ямаса

$$\left(E_{kin}\right)_2 - \left(E_{kin}\right)_1 = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \int_1^2 \sum F\, d\mathbf{r}.$$

Соның менен бирге қозғалыс теңлемеси болған $\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}$ аңлатпасын пайдаланамыз. Нәтийжеде релятивистлик емес бөлекше ушын

$$dE_{kin} = \mathbf{F}\, d\mathbf{r} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}\mathbf{v}\, dt = \mathbf{v}\, d\mathbf{p}$$

аңлатпасына ийе боламыз (әлбетте $d\mathbf{r} = \mathbf{v}\, dt$). Релятивистлик бөлекшениң кинетикалық энергиясының өзгериси ушын да бул аңлатпаны пайдаланыўға болады. (16.11) аңлатпасынан $d\mathbf{p}$ дифференциалын есапласақ

$$dp = \frac{m\, dv}{\sqrt{1-v^2/c^2}} + \frac{mv^2\, dv}{c^2\left(1-v^2/c^2\right)^{3/2}}$$

ге ийе боламыз. $2\mathbf{v}\, d\mathbf{v} = d\left(v^2\right)$ екенлигин есапқа аламыз. Буннан кейин

$$dE_{kin} = \mathbf{v}\, d\mathbf{p} = \frac{m\, \mathbf{v}\, d\mathbf{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} + \frac{mv^2\, d\left(v^2\right)}{2\, c^2\left(1-v^2/c^2\right)^{3/2}} = \frac{m\, d\left(v^2\right)}{2\left(1-v^2/c^2\right)^{3/2}} = d\left(\frac{m\, c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right).$$

аңлатпасына ийе боламыз. Тынышлықтағы бөлекше кинетикалық энергияға ийе емес ҳәм сонлықтан

$$E_{kin} = \int_0^v d\left(\frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right) \tag{16.12}$$

$$\text{ямаса } E_{kin} = \frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - mc^2 .$$

Бул релятивистлик бөлекшениң кинетикалық энергиясы болып табылады.

(16.12) ден массасы нолге тең емес ҳеш бир бөлекшениң жақтылықтың тезлигинен үлкен тезлик пенен қозғала алмайтуғынлығы бирден келип шығады. Бундай бөлекшени жақтылықтың тезлигине теңдей тезликке шекем тезлетиў ушын шексиз үлкен жумыс ислеў керек. Соның менен бирге массаға ийе емес (мысалы фотонлар), ал қандай да шекли энергияға ийе бөлекшелер тек жақтылықтың тезлиги c ға ийе тезлик пенен қозғалыў менен ғана жасай алады.

Киши тезликлерде $(v << c)$

$$\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \approx 1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}$$

ҳәм

$$E_{kin} = mc^2\left(1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} - 1\right) = \frac{mv^2}{2},$$

яғный (16.12) формуласы бөлекшениң кинетикалық энергиясы ушын жазылған классикалық аңлатпаға өтеди.

Кинетикалық энергия қозғалыўшы ҳәм қозғалмай турған бөлекшениң энергияларының айырмасына тең. Усындай энергия еркин бөлекшениң толық энергиясы деп аталады ҳәм

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \tag{16.13}$$

формуласы менен анықланады. Буннан тынышлықта турған массасы нолге тең емес қәлеген бөлекшениң $(v = 0)$ энергияға ийе болатуғынлығы келип шығады. Бундай энергияны А.Эйнштейн ***тынышлықтағы энергия*** деп атады:

$$E_t = mc^2 . \tag{16.14}$$

Биз кейинирек тынышлықтағы энергияның ҳақыйқатында да бар екенлигин ҳәм оның энергияның басқа түрлерине өте алатуғынлығын көремиз.

Еркин бөлекшениң толық энергиясы тынышлықтағы энергия менен кинетикалық энергияның қосындысынан турады:

$$E = mc^2 + E_{kin}.$$

(16.10) ның «ўақытлық» қураўшысы толық энергия менен былайынша байланысқан:

$$p_{ct} = m\,c\,u_{ct} = \frac{mc}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{E}{c}.$$

Басқа сөз бенен айтқанда релятивистлик бөлекшениң динамикалық характеристикаларын бөлекшениң энергиясы менен импульсын байланыстыратуғын төрт өлшемли p_μ векторын анықлап, оны былайынша жазамыз:

$$p_\mu = \left(\frac{E}{c}, p_x, p_y, p_z\right). \qquad (16.15)$$

Бул векторды энергия-импульстиң 4 векторы деп атаймыз.

4 векторды түрлендириў қағыйдасынан [(16.7) формуланы қараңыз] бир инерциал есаплаў системасынан екиншисине өткенде бөлекшениң толық энергиясы менен импульсин түрлендириў формулалары келип шығады:

$$E' = \frac{E - v_0 p_x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad p'_x = \frac{p_x - E v_0/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad p'_y = p_y, \quad p'_z = p_z,$$

яғный энергия менен импульс бир бири менен байланысқан ҳәм бири арқалы екиншиси түрленеди екен. Бул вектордың квадраты инвариант болып табылады ҳәм түрлендириўде ол өзгермей калады:

$$\frac{E^2}{c^2} - p_x^2 - p_y^2 - p_z^2 = \frac{E'^2}{c^2} - p'^2_x - p'^2_y - p'^2_z = \mathrm{inv}.$$

(16.11) ҳәм (16.13) формулаларын тиккелей қойыў арқалы

$$\frac{1}{c^2}\left(\frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\right)^2 - \left(\frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\right)^2 = m^2c^2$$

екенлигине ийе боламыз. Буннан

$$E^2 - p^2\,c^2 = m^2\,c^4.$$

Бул релятивистлик бөлекшениң энергиясы менен импульси арасындағы байланыс формуласы болып табылады.

Сол (16.11) ҳәм (16.13) формулаларынан еркин релятивистлик бөлекшениң толық энергиясы менен импульсының

$$\mathbf{p} = \frac{E\mathbf{v}}{c^2} \tag{16.16}$$

формуласы менен байланысқа ийе екенлигин аңлаў қыйын емес. Ал массаға ийе емес бөлекшелер ушын (мысалы фотонлар ушын)

$$E_{foton} = p_{foton} c$$

түрине ийе болады.

Релятивистлик бөлекшениң қозғалыс теңлемеси. Ньютон механикасындағы денениң қозғалыс теңлемесиниң мына түрге ийе болатуғынлығын еске түсиремиз:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F} = \sum_i \mathbf{F}_i \tag{16.17}$$

Бул формулада $\mathbf{F}$ арқалы денеге тәсир ететуғын күшлердиң векторлық қосындысы белгиленген. Бул аңлатпаға сәйкес қозғалыстың релятивистлик нызамын былайынша жазамыз:

$$\frac{dp_\mu}{ds} = \Im_\mu$$

ямаса (16.18)

$$mc\frac{du_\mu}{ds} = mcw_\mu = \Im_\mu .$$

Бул Ньютон тәрепинен усынылған (16.17) теңлемени алмастыратуғын ***Минковский теңлемеси*** болып табылады.

Күштиң 4 векторы $\Im_\mu$ Минковский күши деп аталады ҳәм әдеттеги күшке сәйкес келмейди. Оның қураўшыларын анықлаў ушын (16.5) энергия-импульс 4 векторын ҳәм интервал ушын жазылған $ds = c\,d\tau = c\sqrt{1 - v^2/c^2}\,dt$ аңлатпасын пайдаланамыз. Ньютон нызамы болған $\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F}$ формуласын және (16.18) деги $\frac{dp_\mu}{ds} = \Im_\mu$ ти есапқа аламыз. Сонлықтан биз dp_μ ди тек ds ке бөлиў ҳәм оны күштиң сәйкес кураўшысы арқалы белгилеў ғана қалады ҳәм

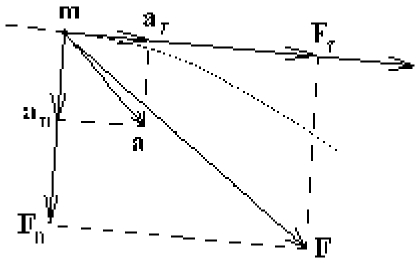
$$\begin{gathered}\frac{dp_x}{ds} = \Im_x = \frac{1}{c\sqrt{1 - v^2/c^2}}\frac{dp_x}{dt} = \frac{F_x}{c\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \\ \frac{dp_y}{ds} = \Im_y = \frac{F_y}{c\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \qquad \frac{dp_z}{ds} = \Im_z = \frac{F_x}{c\sqrt{1 - v^2/c^2}}.\end{gathered} \tag{16.19}$$

аңлатпаларына ийе боламыз.

Минковский теңлемесиниң кеңисликлик қураўшылары белгили қозғалыс теңлемесине сәйкес келеди:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right) \tag{16.20}$$

$v^2/c^2 \to 0$ де бул теңлеме (16.7) классикалық қозғалыс теңлемесине сәйкес келеди. Бирақ релятивистлик бөлекше ушын бул теңлеме қызықлы өзгешеликлерге алып келеди.



16-5 сүўрет.

Тезлениўлердиң ҳәм күшлердиң проекцияларын табыўға арналған схема.

Мына туўындыны есаплаў арқалы бөлекшениң траекториясына түсирилген урынбаның проекциясында [(16.5) сүўрет]:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right)=\frac{m}{\left(1-v^2/c^2\right)^{3/2}}\frac{dv}{dt}=\frac{m}{\left(1-v^2/c^2\right)^{3/2}}a_\tau=F_\tau .$$

екенлигин табамыз. Екинши тәрептен траекторияға нормал бағытланған күштиң қураўшысы жумыс ислемейди ҳәм соның салдарынан бөлекшениң тезлигиниң шамасын өзгертпейди ҳәм $v^2=\text{const}$ болып қалады. Сонлықтан

$$\frac{m}{\sqrt{1-v^2/c^2}}a_n=F_n .$$

Буннан мынадай жуўмақ шығарамыз: Релятивистлик бөлекшениң тезлениўиниң бағыты бөлекшеге тәсир ететуғын күштиң бағыты менен сәйкес келмейди [(16.5) сүўрет)]. Күштиң шамасының тезлениўдиң шамасына қатнасы бөлекшениң инертлилигин анықлайтуғын болғанлықтан ***релятивистлик бөлекшениң инертлилиги траекторяға урынба бағыттағы күш тәсир еткенде үлкен, ал траекторияға перпендикуляр бағыттағы күш тәсир еткенде екиши мәниске ийе болады***.

Енди күштиң «ўақытлық» қураўшысы $\Im_{ct}$ ны анықлаймыз. (16.18) теңлемеге сәйкес күштиң 4 векторы тезлениўдиң 4 векторы болған ω_μ ге пропорционал. Сонлықтан тезлениўдиң 4 векторының тезликтиң 4 векторына скаляр көбеймеси нолге тең болады $[(\Im\cdot u)=0]$. Талқылаўлардың түсиникли болыўы ушын биз тезлик 4 векторы u_μ диң қураўшыларын төмендегише жазылатуғынлығын еске түсиремиз:

$$u_{ct}=\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}},\qquad u_x=\frac{dx/dt}{c\cdot\sqrt{1-v^2/c^2}}=\frac{v_x}{c\cdot\sqrt{1-v^2/c^2}},$$

$$u_y=\frac{v_y}{c\cdot\sqrt{1-v^2/c^2}},\qquad u_z=\frac{v_z}{c\cdot\sqrt{1-v^2/c^2}}.$$

Енди усы формулаларды пайдаланып, (16.9) ҳәм (16.19) дан мынаны аламыз:

$$\Im_{ct} = \frac{\Im_x u_x + \Im_y u_y + \Im_z u_z}{u_{ct}} = \frac{\mathbf{F}\,\mathbf{v}}{c^2\,\sqrt{1-v^2/c^2}}.$$

Ал әдеттеги скаляр көбейме $\mathbf{F}\,\mathbf{v}$ күштиң қуўатлылығы болғанлықтан Минковский теңлемесиниң «ўақытлық» қураўшысы (16.18) бөлекшениң биз тапқан толық энергиясының өзгериси менен байланыслы болып шығады:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right) = \mathbf{F}\cdot\mathbf{v}.$$

17-§. Инерциал емес есаплаў системалары

Инерциал емес есаплаў системаларының анықламасы. Инерциал емес есаплаў системаларындағы кеңислик пенен ўақыт. Инерция күшлери. Туўры сызықлы қозғалыўшы инерциал емес есаплаў системасы. Арба үстиндеги маятник. Любимов маятниги. Салмақсызлық.

Инерциал емес есаплаў системаларының анықламасы. ***Есаплаўдың инерциал емес системасы деп инерциал есаплаў системасына салыстырғанда тезлениўши қозғалатуғын есаплаў системасына*** **айтамыз**. Есаплаў системасы абсолют қатты деп қабыл етилген дене менен байланыстырылады. Қатты denениң тезлениўши қозғалысы илгерилемели ҳәм айланбалы қозғалысларды өз ишине қамтыйды. Сонлықтан ең әпиўайы инерциал емес есаплаў системалары болып туўры сызықлы тезлениўши ҳәм айланбалы қозғалыс жасайтуғын системалар болып табылады.

Инерциал емес есаплаў системаларындағы кеңислик пенен ўақыт. Инерциал есаплаў системасында ҳәмме бақлаўшы ушын улыўмалық болған ўақыт түсиниги жоқ. Сонлықтан да бир ноқатта басланып екинши ноқатта тамам болатуғын ўақыялардың қанша ўақыт даўам еткенлигин айтыў анық емес. Ҳәр қандай ноқатлардағы орнатылған саатлардың жүриў тезлиги ҳәр қыйлы болғанлықтан усындай процесслердиң өтиў ўақтының узынлығы да мәниске ийе болмай шығады. Соның менен бирге денелердиң узынлықларын өлшеў машқаласы да қурамаласады. Мысалы егер ҳәр қыйлы ноқатлардағы бир ўақытлық мәселеси еле толық шешилмеген болса, онда қозғалыўшы денениң узынлығын анықлаў огада қыйын болады.

Егер меншикли ўақыттың интервалының тезлениўдиң мәнисинен ғәрезсиз екенлигин басшылыққа алатуғын болсақ бул қыйыншылықты белгили бир дәрежеде айланып өтиўге болады. Бирақ бул ҳаққында биз бул жерде гәп етпеймиз. Себеби биз киши тезликлерди қараў менен шекленемиз ҳәм сонлықтан Галилей түрлендириўлерин пайдаланамыз. Бундай жағдайларда инерциал емес системалардағы кеңислик-ўақытлық қатнаслар инерциал есаплаў системасындағы кеңислик-ўақытлық қатнаслардай деп жуўық түрде есаплаўға болады.

Инерция күшлери. Инерциал есаплаў системасындағы денелерди тезлениў менен қозғалыўға алып келетуғын бирден бир себеп басқа денелер тәрепинен тәсир ететуғын күшлер болып табылады. Күш барлық ўақытта материаллық денелер тәрепинен өз-ара тәсир етисиўдиң нәтийжеси болып табылады.

Инерциал емес системаларда жағдай басқаша. Бул жағдайда есаплаў системасының қозғалыс ҳалын әпиўайы түрде өзгертиў арқалы денени тезлендириў мүмкин. Мысал ретинде тезлениўши автомобилге байланыслы болған инерциал емес есаплаў системасын алыўға болады. Автомобилдиң тезлиги Жердиң бетине салыстырғанда өзгергенде бул есаплаў системасында барлық аспан денелери сәйкес тезлениў алады. Әлбетте бул тезлениў барлық аспан денелерине басқа денелер тәрепинен қандай да бир күштиң тәсир етиўиниң ақыбети емес. Солай етип инерциал емес есаплаў системаларында инерциал есаплаў системаларындағы белгили болған күшлер менен байланыслы болмаған тезлениўлер орын алады. Нәтийжеде инерциал емес есаплаў системаларында Ньютонның бириншн нызамы ҳаққында гәп етиў мәниске ийе болмайды. Материаллық денелердиң бир бирине тәсири бойынша Ньютонның үшинши нызамы орынланады. Бирақ инерциал емес есаплаў системаларында денелердиң тезлениўлери материаллық денелердиң тәсирлесиўиниң «әдеттегидей» күшлердиң тәсиринде болмайтуғын болғанлықтан Ньютонның үшинши нызамы анық физикалық мәнисин жоғалтады.

Инерциал емес системалардағы қозғалыс теориясын дүзгенде инерциал есаплаў системалар ушын пайда болған көз-қарасларды пүткиллей өзгертиў жолы менен жумыс алып барыўға болар еди. Мысалы денелердиң тезлениўи тек күшлердиң тәсир етиўиниң нәтийжесинде пайда болады деп есапламай, ал күшлерге ҳеш қандай қатнасы жоқ басқа бир факторлардың нәтийжесинде пайда болады деп есаплаў мүмкин. Бирақ физиканың раўажланыў тарийхында басқа жол сайлап алынған: тезлениў менен әдеттеги күшлер арасындағы қатнас қандай болатуғын болса ҳәзир ғана айтылған басқа бир факторлардың өзи де тезлениў менен тап сондай қатнастағы күш сыпатында қабыл етилген. Усындай көз-қарастa ***инерциал емес есаплаў системаларында да инерциал есаплаў системаларындағыдай тезлениўлер тек күшлердиң тәсиринде жүзеге келеди деп есапланады. Бирақ бул көз-қарас бойынша тәсирлесиўдиң «әдеттеги» күшлери менен бир қатар инерция күшлери деп аталатуғын айрықша тәбиятқа ийе күшлер бар деп есапланады***. Бундай жағдайда Ньютонның екинши нызамы өзгериссиз қолланылып, тек тәсирлесиў күшлери менен бир қатарда инерция күшлерин есапқа алыў керек болады. Инерция күшлериниң бар болыўы инерциал емес есаплаў системаларының инерциал есаплаў системаларына салыстырғандағы тезлениў менен қозғалысының салдары болып табылады. Инерциал емес есаплаў системаларындағы бар ҳақыйқый тезлениўлерди әдеттеги тәсирлесиў күшлери менен толық түсиндириў мүмкин болмаған жағдйларда сол тезлениўлерди тәмийинлеў ушын инерция күшлери пайдаланылады. Сонлықтан инерциал емес системалар ушын Ньютонның екинши нызамы былайынша жазылады:

$$\mathrm{m}\,\mathbf{w}' = \mathbf{F} + \mathbf{F}_{in}$$

$\mathbf{w}'$ арқалы инерциал емес есаплаў системасындағы тезлениў, ал $\mathbf{F}$ арқалы «әдеттеги» күшлер, ал $\mathbf{F}_{in}$ арқалы инерция күши белгиленген.

Инерция күшлериниң ҳақыйқатында да бар екенлиги. Инерциал емес есаплаў системаларындағы тезлинеўлар қандай дәрежеде ҳақыйқый болса инерция күшлериниң бар екенлиги де тап сондай мәнисте ҳақыйқат. Бул күшлер тереңирек мәнисте де ҳақыйқат: инерциал емес есаплаў системаларындағы физикалық қубылысларды үйренгенде инерция күшлериниң айқын физикалық тәсирлерин көрсетиў мүмкин. Мысалы поездның вагонында инерция күшлери пассажирлердин жарақатланыўына алып келе алады. Бундай мысалларды көплеп келтириў мүмкин ҳәм бул ҳақыйқый нәтийже болып табылады.

Инерциал есаплаў системасына салыстырғандағы **w** тезлениўди ***абсолют тезлениў*** деп атайды. Ал инерциал емес есаплаў системаларына салыстырғандағы **w**' тезлениўди ***салыстырмалы тезлениў*** деп атаймыз.

Инерция күшлери тек инерциал емес есаплаў системаларында ғана бар болады. Инерциал емес есаплаў системалардағы бундай күшлерди қозғалыс теңлемелерине киргизиў, оларды физикалық қубылысларды түсиндириў ушын пайдаланыў дурыс ҳәм зәрүрли болып табылады. Бирақ инерциал есаплаў системаларындағы қозғалысларды таллаўда инерция күшлери түсинигин пайдаланыў қәтелик болып табылады. Себеби бундай системаларда инерция күшлери пүткиллей жоқ.

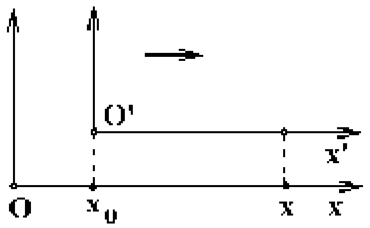
Туўры сызықлы қозғалыўшы инерциал емес есаплаў системалары. Мейли инерциал емес система инерциал системаның x көшери бағытында туўры сызықлы қозгалсын (17-1 сүўрет). Бул жағдайда координаталар арасындағы байланыстың

$$x = x_0 + x', \quad y = y', \quad z = z', \quad t = t'. \tag{17.1}$$

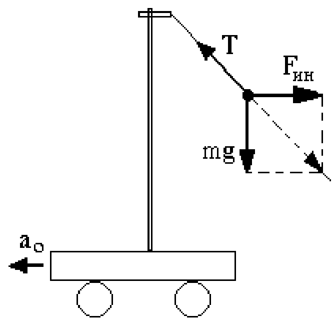
формулалары менен берилетугынлығы өз-өзинен түсиникли. Буннан

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx_0}{dt} + \frac{dx'}{dt}, \quad v = v_0 + v', \qquad \frac{dy}{dt} = \frac{dy'}{dt}, \quad \frac{dz}{dt} = \frac{dz'}{dt}. \tag{17.2}$$

Бул формулаларда $v = \frac{dx}{dt}$, $v_0 = \frac{dx_0}{dt}$, $v' = \frac{dx'}{dt}$. ***Бул тезликлер сәйкес абсолют, көширмели ҳәм салыстырмалы тезликлер деп аталады***.



17-1 сүўрет. Туўры сызықлы қозғалатуғын инерциал емес система.



17-2 сүўрет. Инерциал емес есаплаў системасындағы маятниктиң тең салмақлықта турыўы.

(17.2) де тезлениўлерге өтсек мыналарды табамыз:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv_0}{dt} + \frac{dv'}{dt}, \quad w = w_0 + w'. \tag{17.3}$$

Бул формулалардағы $w = \frac{dv}{dt}$, $w_0 = \frac{dv_0}{dt}$, $w' = \frac{dv'}{dt}$ тезлениўлери сәйкес ***абсолют, көширмели ҳәм салыстырмалы*** тезлениўлер деп аталады.

$$F_{in} = m\,(w' - w) = -m\,w_0 \tag{17.4}$$

ямаса векторлық түрде

$$\mathbf{F}_{in} = -m\,\mathbf{w}_0 \qquad (17.5)$$

Демек инерция күши инерциал емес системаның көширмели тезлениўине қарама-қарсы бағытланған.

Арба үстиндеги маятник. Горизонт бағытындағы илгерилемели тезлениўи $\mathbf{w}_0$ менен қозғалатуғын инерциал емес есаплаў системасындағы маятниктиң тең салмақлық ҳалын караймыз (горизонт бағытында тезлениўши қозғалатуғын арба үстиндеги маятник, 17-2 сүўрет). Маятникке тәсир ететуғын күшлер сүўретте келтирилген. Арба үстиндеги маятниктиң қозғалыс теңлемеси

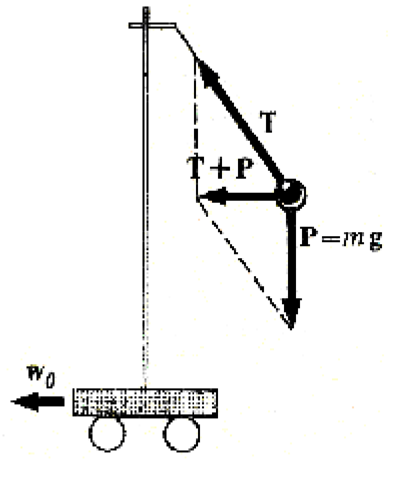
$$m\,\mathbf{w}' = \mathbf{T} + \mathbf{P} + \mathbf{F}_{in} = \mathbf{T} + \mathbf{P} - m\,\mathbf{w}_0 = 0, \qquad (17.6)$$

яғный $\mathbf{w}'$. Және $\mathrm{tg}\,\alpha = w_0 / g$ екенлиги сызылмадан түсиникли. Бул жерде α арқалы маятник илинип турған жип пенен вертикал арасындағы мүйеш белгиленген.

Инерциал координаталар системасында тәсир етиўши күшлер ҳәм қозғалыс теңлемеси өзгереди (17-3 сүўрет). Инерция күши бул жағдайда болмайды. Бул жағдайда кериў күши $\mathbf{T}$ менен салмақ күши $\mathbf{P} = m\,\mathbf{g}$ ғана бар болады. Тең салмақлық шәрти

$$m\,\mathbf{w} = \mathbf{T} + \mathbf{P} = m\,\mathbf{w}_0 \qquad (17.7)$$

теңлигиниң орынланыўын талап етеди. Тап сол сыяқлы (жоқарыда айтып өтилгениндей) $\mathrm{tg}\,\beta = w_0 / g$ екенлиги анық.



17-3 сүўрет. Инерциал есаплаў системасында $\mathbf{w}_0$ тезлениўи менен қозғалатуғын маятниктиң тең салмақлығы.

Любимов маятниги. Туўры сызықлы қозғалыўшы инерциал емес системалардағы қубылысларды Любимов маятниги жәрдеминде көргизбели түрде көрсетиў жүдә қолайлы. Маятник үлкен массалы рамкаға илдирилген. Ал бул рамка болса вертикал бағытлаўшы трос жәрдеминде еркин түседи. Рамка қозғалмай турғанда маятник өзиниң меншикли жийилиги менен тербеледи (17-4 а сүўрет). Рамка тербелистиң қәлеген фазасында еркин түсирилип жиберилиўи мүмкин. Маятниктиң қозғалысы тербелистиң қандай фазасында еркин түсиўдиң басланғанлығына байланыслы. Егер еркин түсиўдиң басланғыш моментинде маятник максимал аўысыў ноқатында жайласқан болса, ол түсиў барысында рамкаға салыстырғандағы өзиниң орын өзгертпейди. Ал түсиўдиң басланыў моментинде маятник өзиниң максимал аўысыў ноқатында жайласпаған болса, рамкаға салыстырғанда базы бир тезликке ийе болады. Рамканың түсиў барысында тезликтиң рамкаға салыстырғандағы абсолют мәниси өзгермей қалады да, оның рамкаға салыстырғандағы қозғалыс бағыты өзгерип барады. Нәтийжеде түсиў барысында маятник асыў ноқаты дөгерегинде тең өлшеўли айланбалы қозғалыс жасайды.

Любимов маятнигиниң қозғалысын инерциал емес ҳәм инерциал координаталар системасында таллаймыз.

Усы қубылысты рамкаға байланслы болған инерциал емес есаплаў системасында қараймыз (17-4 b сүўрет). Қозғалыс теңлемеси төмендегидей түрге ийе болады:

$$m\mathbf{w}' = \mathbf{T} + \mathbf{P} + \mathbf{F}_{in} = \mathbf{T} + mg - mg = \mathbf{T}. \qquad (17.8)$$

Солай етип бул материаллық ноқаттың жиптиң кериў күши тәсириндеги усы жип бекитилген ноқаттың әтирапындағы қозғалысы болып табылады. Қозғалыс шеңбер бойынша дәслепки сызықлы тезликтей тезлик пенен болады. Жиптиң кериў күши маятниктиң шеңбер бойынша қозғалысын тәмийинлеўши орайға умтылыўшы күш болып табылады. Бул күштиң шамасы $\frac{m\mathbf{v}'^2}{l}$ ге тең (l арқалы маятник илдирилген жиптиң узынлығы, $\mathbf{v}'$ арқалы рамкаға салыстырғандағы мятниктиң қозғалыс тезлиги белгиленген).

Инерциал координаталар системасында инерция күшлери болмайды. 17-4 c сүўретте көрсетилген маятникке тәсир етиўши күшлер жиптиң кериў күши менен салмақ күши болып табылады. Қозғалыс теңлемеси былай жазылады:

$$m\mathbf{w} = \mathbf{P} + \mathbf{T} = m\mathbf{g} + \mathbf{T} \qquad (17.9)$$

Бул теңлемениң шешимин табыў ушын маятниктиң толық тезлениўин еки тезлениўдиң қосындысы түринде көз алдыға келтиремиз: $\mathbf{w} = \mathbf{w}_1 + \mathbf{w}_2$. Бундай жағдайда (17.9) еки теңлемениң жыйнағы сыпатында былайынша жазылады:

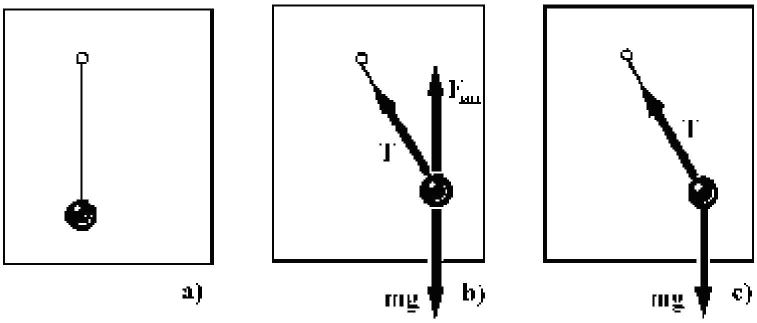
$$m\mathbf{w}_1 = \mathbf{T}, \quad m\mathbf{w}_1 = m\mathbf{g}. \qquad (17.10)$$

Бул теңлемелердиң екиншиси $\mathbf{w}_2 = \mathbf{g}$ шешимине ийе (яғный маятниктиң еркин түсиўин тәриплейди), ал биринshiси болса (17.8) теңлемесине толық сәйкес келеди ҳәм асыў ноқаты дөгерегиндеги айланыўды тәриплейди.

Келтирилген мысалларда қозғалысты таллаў инерциал емес координаталар системасында да, инерциал координаталар системасында да әпиўайы ҳәм көргизбели. Себеби мысаллар инерциал емес ҳәм инерциал координаталар системалары арасындағы байланысты көрсетиў ушын келтирилген еди. Бирақ көпшилик жағдайларда мәселелерди инерциал емес есаплаў системасында шешиў инерциал есаплаў системасында шешиўге қарағанда әдеўир жеңил болады.

Салмақсызлық. Любимов маятниги мысалында еркин түсиўши инерциал емес есаплаў системасында инерция күшлери салмақ күшин толығы менен компенсациялайтуғынлығы анық көринди. Сонлықтан қарап өтилген жағдайда қозғалыс инерция менен салмақ күшлери болмайтуғын жағдайлардағыдай болып жүреди. Нәтийжеде салмақсызлық ҳалы жүзеге келеди. Бул мысал Жер бетинде көплеп қолланылады (мысалы космонавтлардың тренировкасында).

Егер лифт кабинасы еркин түрде төменге қозғалса ишинде турған адам салмақсызлықта болады. Бундай жағдайды самолет ишиндеги адамлар ушын да орнатыўға болады.



17-4 сүўрет. Любимов маятнигине тәсир етиўши күшлер схемасы:a) тең салмақлық ҳалында турған маятник, b) маятник пенен байланысқан инерциал емес есаплаў системасындағы Любимов маятнигине тәсир ететуғын күшлер, c) инерциал есаплаў системасында, бул системада маятник еркин түсиў тезлениўи менен томенге қарай қулайды.

Келеси параграфта салмақсызлық қубылысының гравитациялық ҳәм инерт массалардың бирдей екенлигиниң (эквивалентлик принципиниң) нәтийжесинде келип шығатуғынлығы түсиндириледи.

Инерция күшлери тек инерциал емес есаплаў системаларында ғана орын алады. Инерциал есаплаў системаларында ҳеш қандай инерция күшлери болмайды.

18-§. Гравитациялық ҳәм инерт массалар

Гравитациялық ҳәм инерт массалар ҳаққында түсиник. Гравитациялық ҳәм инерт массалар арасындағы байланыс. Эквивалентлик принципи. Қызылға аўысыў.

Еркин түсиў барысындағы салмақсызлық ҳалының орнаўы әҳмийетли физикалық фактор болып табылады. Бул денениң инерт ҳәм гравитациялық массаларының бир екенлигинен дерек береди. Инерт масса денениң инертлилик қәсийетин сыпатлайды. Гравитациялық масса болса усы дененин Ньютонның нызамы бойынша басқа денелер менен тартысыў күшин тәриплейди. Гравитациялық масса электр заряды сыяқлы мәниске ийе. Улыўма айтқанда дененин инерт массасы менен гравитациялық массасы бир ямаса бир бирине пропорционал болады деген сөз ҳеш қайдан келип шықпайды (еки физикалық шама бир бирине пропорционал болған жағдайда өлшем бирликлерин пропорционаллық коэффициенттиң мәниси 1 ге тең болатуғындай етип сайлап алыў арқалы теңлестириўге болады). ***Инерт ҳәм гравитациялық массалардың бир бирине пропорционал екенлигин дәлиллеймиз***. Жердиң гравитациялық массасын M_g деп белгилейик. Бундай жағдайда Жер бетиндеги гравитациялық массасы m_g болған дене менен тәсирлесиў күши

$$F = G\frac{M_g m_g}{R^2}. \qquad (18.1)$$

R арқалы Жердиң радиусы белгиленген.

Инерт массасы m болған дене Жерге қарай g тезлениўи менен қозғалады

$$g = \frac{F}{m} = G\frac{M_g}{R^2}\frac{m_g}{m} = const\,\frac{m_g}{m}. \qquad (18\text{-}2)$$

Тезлениў g Жер бетиндеги барлық денелер ушын бирдей болғанлықтан $m_г/m$ қатнасы да барлық денелер ушын бирдей болады. Сонлықтан инерт ҳәм гравитациялық массалар бир бирине пропорционал деп жуўмақ шығарамыз. Ал пропорционаллық коэффициентин бирге тең деп алып еки массаны бир бирине теңлестириўимиз мүмкин.

Инерт ҳәм гравитациялық массалардың өз-ара теңлиги экспериментте терең изертленген. Ҳәзирги ўақытлардағы олар арасындағы теңлик 10^{-12} ге тең дәлликте дәлилленди (Москва мәмлекетлик университетиниң физика факультетинде профессор В.Брагинский басқарған топар алған нәтийже). Яғный

$$\frac{m_g - m}{m_g} \le 10^{-12}.$$

Инерт ҳәм гравитациялық массалардың теңлиги басқа нәтийжеге алып келеди: егер есаплаў системасы инерциал есаплаў системасына салыстырғанда туўры сызықлы тең өлшеўли тезлениўши қозғалатуғын болса бундай системадағы механикалық қубылыслар гравитация майданындағыдай болып өтеди. Бул тастыйықлаўды барлық физикалық қубылысларға улыўмаластырыў ***эквивалентлик принципи*** деп аталады.

Эквивалентлилик принципи деп базы бир есаплаў системасындағы тезлениўдиң болыўы сәйкес тартылыс майданы бар болыўы менен бирдей деп тастыйықлаўды айтамыз. Биз бул ҳаққында толығырақ гәп етемиз.

Тартылыс күшиниң усы күш тәсирететуғын бөлекшениң массасына пропорционаллығы $(\mathbf{F} = m\,\mathbf{g})$ оғада терең физикалық мәниске ийе.

Бөлекше тәрепинен алынатуғын тезлениў усы бөлекшеге тәсир етиўши күшти бөлекшениң массасына бөлгенге тең болғанлықтан гравитациялық майдандағы бөлекшениң тезлениўи w усы майданның кернеўлилиги менен сәйкес келеди:

$$\mathbf{w} = \mathbf{g},$$

яғный бөлекшениң массасынан ғәрезли емес. Басқа сөз бенен айтқанда гравитациялық майдан оғада әҳмийетли қәсийетке ийе болады: бундай майданда барлық денелер массаларынан ғәрезсиз бирдей тезлениў алады (бул қәсийет биринши рет Галилей тәрепинен Жердиң салмақ майданындағы денелердиң қулап түсиўин изертлеўдиң нәтийжесинде анықланды).

Денелердиң тап сол сыяқлы қәсийетин егер олардың қозғалысларын инерциал емес есаплаў системасы көз-қарасында қарағанда сыртқы күшлер тәсир етпейтуғын кеңисликте де бақлаған болар едик. Жулдызлар аралық кеңисликте еркин қозғалатуғын ракетаны көз алдымызға келтирейик. Бундай жағдайларда ракетаға тәсир ететуғын тартысыў күшлерин есапқа алмаўға болады. Усындай ракетаның ишиндеги барлық денелер ракетаның өзине салыстырғанда қозғалмай тынышлықта турған болар еди (ракетаның ортасында ҳеш нәрсеге тиймей-ақ тынышлықта турған болар еди). Егер ракета w тезлениўи менен қозғала басласа барлық денелер ракетаның артына қарай $-\mathrm{w}$ тезлениўи менен «қулап» түсер еди. Ракетаның ишиндеги денелер ракетаның тезлениўсиз-ақ, бирақ кернеўлилиги $-\mathrm{w}$ ға тең болған гравитациялық майданда қозғалғанда да $-\mathrm{w}$ тезлениўи менен тап жоқарыдағыдай тақлетте «қулаған» болар еди. Ҳеш бир эксперимент бизиң тезлениўши ракетада ямаса турақлы гравитациялық майданда турғанымызды айыра алмаған болар еди.

Денелердиң гравитациялық майдан менен инерциал емес есаплаў системасындағы қәсийетлери арасындағы уқсаслық ***эквивалентлик принципи*** деп аталатуғын принциптиң мазмунын қурайды (бул уқсаслықтың фундаменталлық мәниси салыстырмалық теориясына тийкарланған тартылыс теориясында түсиндириледи).

Жоқарыдағы баянлаўдың барысында тартылыс майданынан еркин болған кеңисликте қозғалатуғын ракета ҳаққында гәп еттик. Бул талқылаўларды, мысалы, Жердиң гравитациялық майданында қозғалыўшы ракетаны қараў арқалы даўам еттириўимиз мүмкин. Усындай майданда «еркин» (яғный двигателсиз) қозғалатуғын ракета майданның кернеўлилиги $\mathbf{g}$ ға тең болған тезлениў алады. Бундай жағдайда ракета инерциал емес есаплаў системасы болып табылады. Бул жағдайда ракетаға салыстырғандағы қозғалысқа инерциал емесликтиң тәсирин тартылыс майданының тәсири компенсациялайды. Нәтийжеде «салмақсызлық» ҳалы жүзеге келеди, яғный ракетадағы предметлер тартылыс майданы жоқ жағдайдағы инерциал есаплаў системасында қозғалғандай болып қозғалады. Солай етип сайлап алынған инерциал емес есаплаў системасын сайлап алыў арқалы (биз қараған жағдайда тезлениў менен қозғалыўшы ракетаға салыстырғанда) гравитациялық майданды «жоқ» қылыў мүмкин. Бул жағдай сол эквивалентлик принципиниң басқа аспекти болып табылады.

Тезлениўши қозғалыстағы ракетаның ишиндеги тартылыс майданы бир текли, яғный ракетаның ишиндеги барлық орынларда кернеўлилик $\mathbf{w}$ бирдей мәниске ийе. Бирақ усыған қарамастан ҳақыйқый гравитация майданы барлық ўақытта бир текли емес. Сонлықтан инерциал емес есаплаў системаларына өтиў арқалы гравитациялық майданды жоқ етиў майдан жүдә киши өзгериске ушырайтуғын кеңисликтиң үлкен емес бөлимлеринде әмелге асырылады. Бундай мәнисте гравитациялық майдан менен инерциал емес есаплаў системасының эквивалентлилиги «жергиликли» («локаллық») характерге ийе.

Қызылға аўысыў. ***Жақтылықтың жийилигиниң салмақ майданында өзгериўи эквивалентлилик принципинен келип шығады***. Мейли вертикал бағытта жийилиги ω болған жақтылық тарқалатуғын болсын. Оның жийилиги h бийиклигинде қандай болады деген сораў туўылады. Улыўма көз-қарас бойынша бул сораўға жуўап бериў мүмкин емес. Себеби тартылыс майданы менен жийилик арасындағы байланыс белгисиз. Бул сораўға эквивалентлилик принципи тийкарында жуўап бериўге болады.

Эйнштейн қатнасы (формуласы) бойынша фотон энергиясы массасы m болған бөлекше энергиясына тең, яғный[10]:

$$\mathrm{mc}^2 = \mathbf{h}\omega.$$

[10] Биз фотон массаға ийе деген гәпти айтып атырғанымыз жоқ. Фотон массаға ийе емес.

Егер жақтылық гравитациялық майданда тарқалатуғын болса, оның орын аўыстырыўы потенциал энергияның өзгериси менен (яғный жумыстың ислениўи менен) байланыслы болады. Энергияның сақланыў нызамын жазамыз. Егер E арқалы фотон энергиясын, ал φ_1 менен φ_2 арқалы дәслепки ҳәм ақырғы орынлардағы салмақ күшлериниң потенциаллары белгиленген болса, онда

$$E = m(\varphi_2 - \varphi_1).$$

$E = \mathbf{h}\omega$, $m = \dfrac{\mathbf{h}\omega}{c^2}$. Сонлықтан

$$\frac{d\omega}{\omega} = \frac{1}{c^2}(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Бул формула қызылға аўысыўдың белгили формуласы болып табылады ҳәм киши гравитациялық потенциалға ийе орынлардан үлкен гравитациялық потенциалға ийе орынларға өткенде (гравитациялық майданда φ диң мәнисиниң терис екенлигин есапқа аламыз) спектр сызықларының қызылға аўысатуғынлығын көрсетеди.

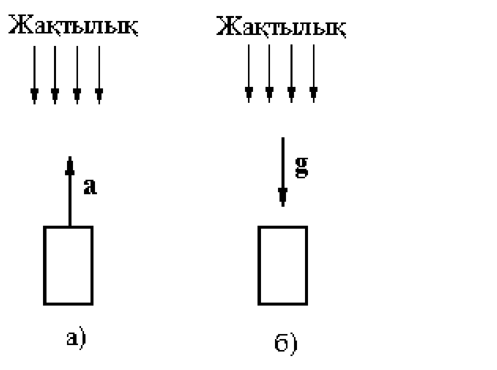
Енди мәселени бирқанша басқаша қарайық.

18-1 а сүўретти қараймыз. Бақлаўшы инерциал есаплаў системасында жайласқан жағдайда қабыл ететуғын жақтылығының жийилиги ν_0 болатуғын болсын. Ал егер бақлаўшы жақтылықтың тарқалыў бағытына қарама-қарсы бағытта **a** тезлениўи менен қозғалса, онда қабыл етилетуғын жақтылықтың жийилиги үлкейеди (Допплер эффекти).

Әпиўайы есаплаўлар бойынша жийиликтиң салыстырмалы өзгериси төмендеги формула бойынша есапланады:

$$\frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} = \frac{v}{c}.$$

Бул аңлатпадағы v бақлаўшының тезлиги. v менен a ның оң бағыты деп жақтылықтың тарқалыў бағытына қарама-қарсы бағытты қабыл етемиз. Егер бақлаўшы t ўақыты даўамында қозғалатуғын болса, онда $v = at$. Усы ўақыт аралығында жақтылық $1 = ct = cv/a$ аралығын өтеди. Сонлықтан усы ўақыт аралығындағы жийиликтиң өзгериси былайынша анықланады:



18-1 сүўрет. Жақтылық ушын Допплер эффектин түсиндириўши сүўрет.

$$\frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} = \frac{\mathbf{a}l}{c^2}.$$

Енди мәселени басқаша қараймыз. Енди бақлаўшы қозғалмайтуғын болсын (41-б сүўрет). Бирақ бақлаўшы отырған жерде кернеўлилиги $\mathbf{g}$ болған гравитация майданы бар болсын. Егер $\mathbf{g}$ ны шамасы жағынан $-\mathbf{w}$ ға тең деп алсақ эквивалентлилик принципи бойынша гравитация майданы дәслепки қараған жағдайдағыдай өзгерис пайда етеди. ***Гравитациялы+қ майдан*** $\mathbf{g}$ ***бағытында жақтылық тарқалатуғын болса жақтылық толқынының жийилиги үлкейеди, ал жақтылық қарама-қарсы бағытта тарқалған жағдайда жийилиги кемейеди***. Эйнштейн тәрепинен биринши болып болжанған қызылға аўысыў қубылысының мазмуны усыннан ибарат болады. Аўысыў

$$\frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} = \frac{\mathbf{g}l}{c^2}$$

формуласы жәрдеминде бериледи.

Айырма 10 метрге тең болғандағы Жер бетиндеги жийилик алатуғын өсим

$$\Delta\omega = \Delta\nu \cdot 2\pi \approx \frac{10 \cdot 10}{\left(3 \cdot 10^8\right)^2} \approx 10^{-15}.$$

Бул жүдә киши шама (жүз миллион жылда бир секундты жоғалтқан менен бирдей киши шама) биринши рет 1960-жылы Мессбауэр эффекти жәрдеминде ғана өлшенди.

Тартылыс майданы тәрепинен пайда етилген қызылға аўысыў менен Әлемниң кеңейиўи (кеңисликтиң кеңейиўи) салдарынан пайда болған космологиялық қызылға аўысыўды алжастырыўға болмайды.

Салмақсызлық инерт ҳәм гравитациялық массалар бир бирине тең болған жағдайларда жүзеге келеди. Ҳәзирги ўақытлары бул теңлик жоқары дәлликте тексерилип көрилген.

«Қызылға аўысыў» түсиниги еки жағдайда қолланылады: бир жағдай - бул нурланыў дереги қашықласып баратырғандағы Допплер эффекти (мысалы узақ қашықлықлардағы галактикалардың спектриндеги қызылға аўысыў), екинши жағдайдағы қызылға аўысыў - жийиликтиң өзгериўи салмақ күшиниң тәсиринде болады.

19-§. Қатты денелер динамикасы

Анықламалар. Механикадағы қатты дене. Қатты денениң қозғалыс тенлемеси ҳәм қатты денениң тең салмақлықта турыўы. Мүйешлик тезлик вектор сыпатында. Айланбалы қозғалысларды қосыў. Эйлер теоремасы. Қатты денелердиң улыўмалық қозғалысы.

Механикадағы қатты дене. Қатты денениң қозғалыс тенлемеси ҳәм қатты денениң тең салмақлықта турыўы. Биз жоқарыдақатты денениң қозғалысының нызамлары, бул нызамларды әпиўайы жағдайларда қолланыў хаққында гәп еттик. Бул параграфта қатты денелер механикасының сайлап алынған мәселелери сөз етиледи.

Механикада қатты дене деп материаллық ноқатлардың өзгермейтуғын системасына айтады. Бундай система идеалластырылган система болып табылады. Себеби бундай денеде форма ҳәм соған сәйкес материаллық ноқатлар арасындағы қашықлықлардың өзгермей қалыўы керек. Механикада материаллық ноқат дегенде атомлар ямаса молекулаларды нәзерде тутпайды, ал сол қатты денени ойымызда жеткиликли дәрежеде киши болғанша бөлиген макроскопиялық бөлекти түсинеди.

Қатты денелерди атомлардан турады деп есаплайтуғын көз-қараслардан қатты денелердиң материаллық ноқатлары арасындағы тәсирлесиў күшлери ***электр күшлери*** екенлиги бәршеге мәлим. Бирақ затлар атомлардан турады деген көз-қараслар феноменологиялық механика ушын жат көз-қарас болып табылады. Механика қатты денени атомлардан ямаса молекулалардан туратуғын дискрет орталық деп қарамайды, ал тутас орталық деп қарайды. Механиканың көз-қараслары бойынша бул орталықтың ҳәр қыйлы бөлимлери арасында нормаль ҳәм урынба кернеўлер түриндеги ишки күшлер тәсир етеди. Феноменологиялық механика олардың себебин денелердиң деформациясында деп есаплайды. Егер деформациялар денеде пүткиллей болмайтуғын болса, онда ишки кернеўлер де болмайды. Бирақ сыртқы күшлердиң тәсиринде пайда болатуғын деформациялар жүдә киши болса, онда бундай деформациялар бизди қызықтырмайды ямаса оларды есапқа алмаўға болады. Солай етип сыртқы күшлердиң тасиринде ишки кернеўлер ҳәм басымлар пайда бола алса да, деформацияланыўға қәбилетлилиги жоқ денениң идеалластырылған моделине келемиз. Бундай етип қатты денени идеалластырыўға бола ма ямаса жоқ па деген сораўға жуўап ҳақыйқый денелердиң қәсийетлерин билиў жәрдеминде ҳәм жуўап бериў керек болған сораўлардың мазмуныны қарап бериледи.

Қатты дене алты еркинлик дәрежесине ийе механикалық система болып табылады. Оның қозғалысын тәриплеў ушын бир биринен ғәрезсиз алты санлық теңлеме керек болады. Олардың орнына еки векторлық теңлемени алыў мүмкин. Олар мыналар:

Масса орайының қозғалыс теңлемеси

$$m\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F}_{sirtqi}\,. \qquad (19.1)$$

ҳәм моментлер теңлемеси

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{M}_{sirtqi}\,. \qquad (19.2)$$

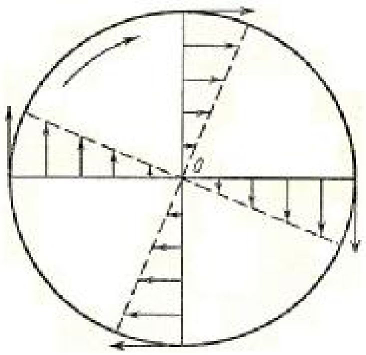
Моментлер теңлемесин қатты денениң масса орайына салыстырып ямаса ықтыярлы түрде алынған қозғалмайтуғын ноқатқа салыстырғанда алыўға болады. Бирақ қандай жағдайлар сайлап алынбасын, теңлемелер саны барлық ўақытта да еркинлик дәрежелери санына тең болыўы шәрт. (19.1) ҳәм (19.2) теңлемелерге тек сыртқы күшлер киреди. Ишки күшлер болса массалар орайының қозғалысына тәсир ете алмайды ҳәм денениң импульс моментин өзгерте алмайды. Бул ишки күшлер тек денениң материаллық ноқатлардың бир бирине салыстырғандағы орнын ямаса олардың тезликлерин өзгертиўи мүмкин. Бирақ абсолют қатты дене ушын бундай өзгерислердиң орын алыўы мүмкин емес. Солай етип ишки күшлер қатты денениң қозғалысына тәсир ете алмайды.

Егер қатты дене тынышлықта турған болса, онда (19.1) ҳәм (19.2) теңлемелер мына түрге өтеди:

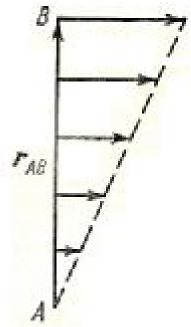
$$\mathbf{F}_{\text{sirtqi}} = 0, \qquad \mathbf{M}_{\text{sirtqi}} = 0 \tag{19.3}$$

Бул теңликлер қатты денениң тең салмақлықта турыўының зәрүрли болған шәртлери болып табылады. Бирақ олар қатты денениң тең салмақлықта турыўының жеткиликли шәрти бола алмайды. (19.3) шәртлери орынланғанда қатты денениң масса орайы туўры сызық бойлап ықтыярлы турақлы тезлик пенен қозғала алады. Соның менен бирге дене өзниңи айланыў импульсин сақлап айлана алады. Тең салмақлық орнағанда сыртқы күшлердиң қосындысы $\mathbf{F}_{\text{sirtqi}}$ нолге тең болады, ал бул күшлердиң моменти $\mathbf{M}_{\text{sirtqi}}$ тең салмақлық орнағанда қозғалмайтуғын координата басы O ның қайсы орында турғанлығынан ғәрезсиз. Сонлықтан тең салмақлыққа байланыслы қәлеген мәселени шешкенде координа басы O ны ықтыярлы түрде сайлап алыў мүмкин. Бул усыл шешиў зәрүр болған мәселелерди аңсатластырыў ушын керек болады.

Айланыўдың бир заматлық көшери. Мейли қатты дене қозғалмайлуғын көшер дөгерегинде айланатуғын болсын (19-1 сүўрет). Усы денедеги тезликлердиң ноқатлар бойынша тарқалыўын изертлеў ушын айланыў көшерине перпендикуляр болған тегисликтеги тезликлерди көрип шыққан мақул болады. Бул жағдай қатты денени тегис деп қараўға мүмкиншилик береди. Тезликлердиң тарқалыўы 19-1 сүўретте көрсетилген. Айланыў көшери өтетуғын O ноқаты қозғалмайды. Басқа ноқатлардың барлығы да O орайы әтирапында айланады. Олардың тезликлери сәйкес шеңберлердиң радиусларына туўры пропорционал. Тезликлердиң мәнислери ўақыттың өтиўи менен өзгериўи мүмкин, бирақ айланыў көшери өзгермей калады.



19-1 сүўрет. Қатты денедеги тезликлердиң ноқатлар бойынша тарқалыўын изертлеў ушын арналған схема.



19-2 сүўрет. Денедеги тезликлердиң тарқалыўы A ноқаты арқалы өтиўши қозғалмайтуғын көшер дөгерегинде айланғандағы жағдайдағыдай болады.

Енди тегис қатты денениң улыўмалырақ қозғалысын қараймыз. Айланыў тегислиги денениң өзиниң тегислигине сәйкес келеди. Қозғалмайтуғын айланыў көшери бар деп болжаў қабыл етилмейди. Мейли A ҳәм B қатты денениң еки ықтыярлы түрде алынған ноқаты болсын (19-2 сүўрет). Олар арасындағы қашықлық турақлы болып қалады. Сонлықтан $(\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A) = \mathrm{const}$. Бул аңлатпаны ўақыт бойынша дифференциаллап

$$(\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A)(\dot{\mathbf{r}}_B - \dot{\mathbf{r}}_A) = 0 \text{ ямаса } \mathbf{r}_{AB}(\mathbf{v}_B - \mathbf{v}_A) = 0. \tag{19.4}$$

теңлемелерин аламыз. Бул жерде $\mathbf{r}_{AB} \equiv \mathbf{AB}$.

Мейли биз қарап атырған ўақыт моментинде тезлиги нолге тең ноқат болсын. Усы ноқатты A ноқаты деп қабыл етейик. Онда усы ўақыт моменти ушын B ноқатының қай орында болыўына қарамастан

$$\mathbf{r}_{AB}\mathbf{v}_B = 0 \tag{18.5}$$

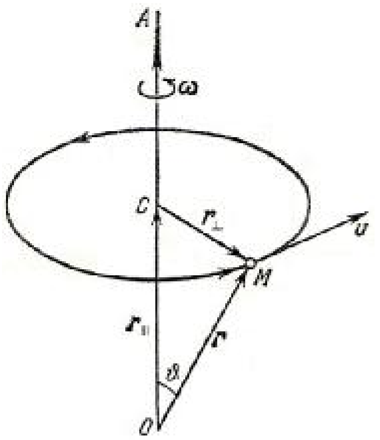
теңлигин аламыз. Еки вектордың скаляр көбеймеси нолге тең деген сөз олардың өз-ара перпендикуляр екенлигинен дерек береди. Демек $\mathbf{v}_B$ векторы орайы A болған шеңберге урынба бағытында бағытланған. Бундай жағдай A ҳәм B ноқатларын тутастырыўшы барлық ноқатлар ушын да дурыс. Биз қарап атырған моментте A ноқаты қозғалмай турады, ал $\mathbf{v}_B$ тезлигиниң шамасы AB аралығына пропорционал. Усы тийкарда былай жуўмақ шығарамыз: ***қарап атырған моментте денедеги тезликлердиң тарқалыўы A ноқаты арқалы өтиўши қозғалмайтуғын көшер дөгерегинде айланғандағы жағдайдағыдай болады***. Денениң усындай қозғалысы ***бир заматлық айланыс*** деп аталады. Биз қараған жағдайда бир заматлық көшер A ноқаты арқалы өтеди. «***Бир заматлық***» сөзи берилген «***ўақыт моментинде***» екенлигин билдиреди.

Бир заматлық көшер тек тезликлердиң бир заматлық тарқалыўын үйрениў ушын ғана қолланылады. Бундай көшерди тезлениўлердиң ямаса тезликлердиң ўақыт бойынша алынған жоқары тәртипли туўындыларын тәриплеў ушын қолланыўға болмайды.

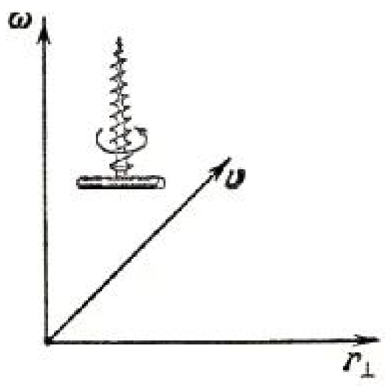
Мүйешлик тезлик вектор сыпатында. **Айланбалы қозғалысларды (айланысларды) қосыў**. Мейли қатты дене қозғалмайтуғын көшер дөгерегинде ямаса OA бир заматлық көшер дөгерегинде $\boldsymbol{\omega}$ мүйешлик тезлиги менен айланатуғын болсын (19-3 сүўрет). Усы денениң көшерден $\mathbf{r}_\perp$ қашықлықта турған ықтыярлы бир M ноқатын аламыз. Бул ноқаттың сызықлы ҳәм мүйешлик тезликлери

$$v = \omega\, r_\perp \tag{19-6}$$

қатнасы менен байланысқан.



19-3 сүўрет. $\mathbf{v}$, $\boldsymbol{\omega}$ ҳәм $\mathbf{r}_\perp$ векторлары арасындағы байланысты анықлаўға арналған схема.



19-4 сүўрет. Мүйешлик тезлик $\boldsymbol{\omega}$ ның бағыты оң бурғы қағыйдасы менен анықланады.

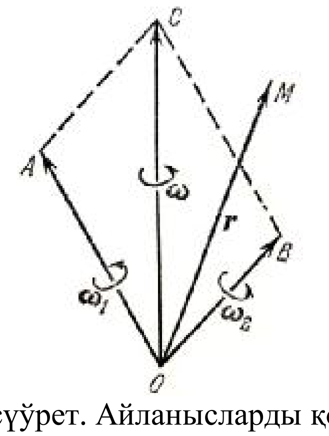
Енди төмендегидей $\boldsymbol{\omega}$ аксиал векторын киргиземиз:

$$\boldsymbol{\omega} = \frac{[\mathbf{r}_\perp, \mathbf{v}]}{\mathbf{r}_\perp^2}. \tag{19.7}$$

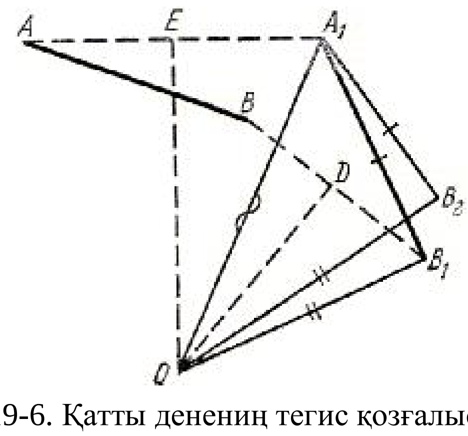
Бул аңлатпада $\mathbf{r}_\perp$ арқалы айланыў көшеринен М моқатына жүргизилген вектор белгиленген. (19.7) ден $\boldsymbol{\omega}$ аксиал векторының узынлығының айланыўдың мүйешлик тезлигине тең екенлиги келип шығады. Ал бағыты айланыў көшериниң бағыты менен сәйкес келеди. $\mathbf{v}$, $\boldsymbol{\omega}$ ҳәм $\mathbf{r}_\perp$ векторларының өз-ара жайласыўларын оларды улыўмалық бир ноқаттан баслап қоятуғын болсақ аңсат көз алдыға келтиремиз (19-4 сүўрет). Бул үш вектор өз-ара перпендикуляр. Сүўреттен

$$\mathbf{v} = [\boldsymbol{\omega}, \mathbf{r}_\perp] \tag{19.8}$$

екенлиги көринип тур. Бул формула тезлик $\mathbf{v}$ ның шамасын гана есес, ал оның бағытын да анықлайтуғын болғанлықтан (19.6) формуланың улыўмаластырылыўы болып табылады. $\boldsymbol{\omega}$ векторы ***мүйешлик тезлик векторы*** ямаса әпиўайы түрде ***айланыўдың мүйешлик тезлиги*** деп аталады. Сонлықтан мүйешлик тезликти вектор сыпатында қараў керек. Оның бағыты оң бурғы қағыйдасы жәрдеминде анықланады (19-4) сүўрет). Егер оң бурғыны айланыў көшерине параллел етип жайластырып, оны дене айланған тәрепке айландырсақ, онда бурғының тесиў бағыты $\boldsymbol{\omega}$ векторының бағытын береди.



19-5 сүўрет. Айланысларды қосыў.



19-6. Қатты денениң тегис қозғалысы.

(19.8)-формулаға улыўмарақ ҳәм қолайлырақ түр бериў мүмкин. Айланыў көшери бойында кооридананата басы сыпатында O ноқатын аламыз (19-3 сүўрет). Бундай жағдайда усы координаталар басынан M ноқатына өткерилген радиус вектор $\mathbf{r}$ ди еки вектордың қосындысы $\mathbf{r}=\mathbf{r}_{\perp}+\mathbf{r}_{||}$ түринде көрсетиў мүмкин. $\mathbf{r}_{||}$ болса $\mathbf{r}$ диң айланыў көшери бағытындағы кураўшысы. $\left[\boldsymbol{\omega},\mathbf{r}_{||}\right]=0$. Сонлықтан

$$\mathbf{v}=\left[\boldsymbol{\omega},\mathbf{r}\right]. \tag{19.9}$$

екенлиги алынады. Бул аңлатападан $v=\omega r\sin\vartheta$ екенлигине ийе боламыз. Бул (19.6) ға сәйкес келеди. Себеби $r\sin\vartheta=r_{\perp}$.

$\boldsymbol{\omega}$ ның еки векторлың векторлық көбеймеси түринде анықланғанлығына байланыслы вектор екенлигин арнаўлы түрде дәлиллеўдиң кереги жоқ. $\boldsymbol{\omega}$ ның векторлық характерде екенлиги координаталар системасын бурғанда оның көшерлерге түсирилген проекциялары бағытланған геометриялық кесиндиниң усының координаталарының айырмасындай болып түрленеди. Қәлеген векторлың устинде исленген математикалық операциялардай операцияларды мүйешлик тезликлер векторларының үстинде де ислеў мүмкин. Мысалы (дара жағдайда) $\boldsymbol{\omega}_1$ ҳәм $\boldsymbol{\omega}_2$ векторларын параллелограм қағыйдасы бойынша қосыў мүмкин. Ал егер қосыўды анаў ямаса мынаў физикалық операциялардың жәрдеминде анықлаў керек болса мүйешлик тезликлер қалай қосылады? деген сораў берилсе жағдайдан қалай шығамыз деген сораў туўылады. Биз ***айланыўларды қосыў*** түсинигин киргиземиз ҳәм оған төмендегидей мәнис беремиз: мейли дене базы бир OA көшери дөгерегинде $\boldsymbol{\omega}_1$ мүйешлик тезлиги менен айланатуғын болсын (19-5 сүўрет). Ал OA көшериниң өзи басқа OB көшери дөгерегинде $\boldsymbol{\omega}_2$ мүйешлик тезлиги менен айланатуғын болсын. Әлбетте бул жерде ***гәп релятивистлик емес тезликлердеги бир заматлық айланыслар ҳаққында болып атырғанлығын*** атап өтемиз. Биринши айланыс (биз қарап атырған моментте) OA көшери қозғалмайтуғын есаплаў системасында, ал екинши айланыс OB көшери қозғалмайтуғын (бунда да биз қарап атырған моментте) басқа есаплаў системасында қаралады. Айланбалы қозғалысларды қосыў еки айланысты қосыў қандай қозғалысқа алып келеди? деген сораўға жуўап береди. Бул мәселеге жуўап бериў ушын сол OA ҳәм OB көшерлери бир бири менен кесилисетуғын жағдайды қараў менен шекленемиз.

Бул сораўға жуўап бериў сәйкес физикалық мәнисте сызықлы тезликлерди қосыўға алып келинеди. Қатты денениң радиус-векторы $\mathbf{r}$ болған ықтыярлы M ноқаты биринши айланыўдың нәтийжесинде $\mathbf{v}_1=\left[\boldsymbol{\omega}_1,\mathbf{r}\right]$ тезлигине, ал екинши айланыўдың (OB көшери дөгерегинде) нәтийжесинде $\mathbf{v}_2=\left[\boldsymbol{\omega}_2,\mathbf{r}\right]$ тезлигине ийе болады. Нәтийжеде қосынды сызықлы тезлик

$$\mathbf{v}=\mathbf{v}_1+\mathbf{v}_2==\left[\left(\boldsymbol{\omega}_1+\boldsymbol{\omega}_1\right)\mathbf{r}\right]$$

ге тең болады. Егер

$$\boldsymbol{\omega}=\boldsymbol{\omega}_1+\boldsymbol{\omega}_2 \tag{19.10}$$

векторлық қосындысын математикалық мәнисте жазатуғын болсақ, онда нәтийже

$$\mathbf{v}=\left[\boldsymbol{\omega}\,\mathbf{r}\right] \tag{19-11}$$

түринде жазылады.

Мейли М ноқаты $\boldsymbol{\omega}$ векторы көшеринде, яғный $\boldsymbol{\omega}_1$ хәм $\boldsymbol{\omega}_2$ векторларынан жасалған параллелограммның диагоналында жатқан болсын. Бундай жағдайда $\mathbf{v}=0$. Бул көшердиң барлық ноқатлары биз қарап атырған моментте тынышлықта турады. Бул былайынша түсиндириледи: усы ноқатлардың барлығы да биринши айланыўда бир бағытта, ал екинши айланыўда қарама-карсы бағытта қозғалады. Қосынды сызықлы тезлик нолге тең болып шығады. Денениң барлық басқа ноқатлары $\boldsymbol{\omega}$ векторының көшери дөгерегинде ω мүйешлик тезлиги менен қозғалады. Денениң қәлеген ноқатының бир заматлық сызықлы тезлигин (19.6)-формула менен есаплаў мүмкин. Бул ***қатты денениң бир заматлық қосынды қозғалысының*** ОС ***бир заматлық көшери дөгерегиндеги айланыс екенлигин аңлатады***. Улыўма айтканда бул көшер қатты денениң өзине салыстырғанда да, қозғалыс қарап атырылған есаплаў системасына қарата да үзликсиз орын алмастырады.

Солай етип ***биз*** $\boldsymbol{\omega}_1$ ***хәм*** $\boldsymbol{\omega}_2$ ***мүйешлик тезликлерине ийе еки айланыўдың бир заматлық айланыў көшери дөгерегиндеги*** $\boldsymbol{\omega}=\boldsymbol{\omega}_1+\boldsymbol{\omega}_2$ ***мүйешлик тезлиги менен айланыўға қосылатуғынлығын көрдик. Ўақыттың хәр бир моментинде бир заматлық көшер*** $\boldsymbol{\omega}_1$ ***хәм*** $\boldsymbol{\omega}_2$ ***векторларынан дүзилген параллелограммның диагоналы бойынша бағытланған. Айлынўларды қосыў параллелограмм кағыйдасына бағынады***. Усындай мәнистеги айланбалы қозғалысларды физикалық қосыў математикалық қосыў менен бирдей екен.

Эйлер теоремасы. Қатты денелердиң улыўмалық қозғалысы. Жоқарыда биз қатты денениң тегис қозғалысын қарадық. Бундай қозғалыс ушын Эйлер теоремасының дара жағдайын хәм оны дәлиллеўди үйрендик. Қатты денениң улыўмалық қозғалысы ушын да Эйлер теоремасын келтирип шығарыў хәм оны дәлиллеў тегис қозғалыстағыдай жоллар менен әмелге асырылады. Биз оны былайынша жазамыз.

Эйлер теоремасы: ***Тегис қозғалыста қатты дене қәлеген аўхалдан басқа аўхалға базы бир көшер дөгерегиндеги бир бурыўдың нәтийжесинде алып келинеди***.

Бул теореманы талқылап ***бир қозғалмайтуғын ноқатқа ийе қатты денениң қәлеген қозғалысын усы ноқат арқалы өтетуғын бир заматлық көшер дөгерегиндеги айланыс деп қараўға болатуғынлығы көремиз. Ўақыттың өтиўи менен бул бир заматлық көшер денеде де, кеңисликте де орын алмастырады*** деген жуўмаққа келемиз.

Енди қатты денениң қозғалысының ең улыўмалық жағдайын қараймыз. Денеде ықтыярлы О ноқатын сайлап аламыз. Қатты денениң қозғалысын О ноқатының тезлигине тең $\mathbf{v}_0$ илгерилемели қозғалысқа хәм усы ноқат арқалы өтетуғын бир заматлық көшер дөгерегиндеги айланбалы қозғалысқа жиклеў мүмкин. Бир заматлық айланыўдың мүйешлик тезлиги векторын $\boldsymbol{\omega}$ арқалы белгилеп қатты денениң басқа бир ықтыярлы А ноқатының тезлигин былайынша жазамыз:

$$\mathbf{v}=\mathbf{v}_0+[\boldsymbol{\omega},\mathbf{r}]. \tag{19.12}$$

Бул аңлатпада $\mathbf{r}$ арқалы О ноқатынан А ноқатына өткерилген радиус-вектор белгиленген (19-7 сүўрет). Илгерилемели қозғалыстың тезлиги $\mathbf{v}_0$ әлбетте О ноқатының сайлап алынған орнына ғәрезли. Бирақ ***мүйешлик тезлик*** $\boldsymbol{\omega}$ ***қатты денедеги*** О ***ноқатының қайсы орында сайлап алынғанлығынан ғәрезли емес***. Солай етип ***бул***

ноқатты көрсетпей-ақ қатты дениниң айланыўының мүйешлик тезлиги ҳаққында айтыўға болады. Усы жағдайды дәлиллеўимиз керек.

Басқа бир O’ ноқатын ықтыярлы түрде сайлап аламыз ҳәм қатты денениң айланысын усы ноқатқа тийисли етемиз. Сәйкес мүйешлик тезликти $\boldsymbol{\omega}'$ арқалы белгилеймиз. Онда дәслепки A ноқатының тезлиги $\mathbf{v}$ енди басқаша жазылады:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_{0'} + [\,\boldsymbol{\omega}', \mathbf{r}'\,].$$

Бул аңлатпада $\mathbf{r}'$ арқалы O’ ноқатынан A ноқатына өткерилген радиус-вектор белгиленген. Гәп тек бир ноқаттың тезлиги ҳаққында болып атырғанлықтан бул аңлатпа (19.12) менен сәйкес келиўи керек. Бул

$$0 + [\,\boldsymbol{\omega}, \mathbf{r}\,] = \mathbf{v}_{0'} + [\,\boldsymbol{\omega}', \mathbf{r}'\,]$$

аңлатпасын береди. Бул аңлатпаға $\mathbf{r}' = \mathbf{r} + \mathbf{R}$ қосындысын қоямыз ($\mathbf{R}$ арқалы $\overrightarrow{O'O}$ векторы белгиленген). Усының менен бир қатарда O ноқатының тезлигин O’ ноқатының тезлиги менен оның әтирапындағы $\boldsymbol{\omega}'$ тезлиги менен айланыў тезлигин векторлық қосыў арқалы алыў мүмкин екенлигин дыққатқа аламыз, яғный

$$\mathbf{v}_0 = \mathbf{v}_{0'} + [\,\boldsymbol{\omega}', \mathbf{R}\,].$$

Усы аңлатпаны есапқа алып

$$\mathbf{v}_{0'} + [\,\boldsymbol{\omega}', \mathbf{R}\,] + [\,\boldsymbol{\omega}, \mathbf{r}\,] = \mathbf{v}_{0'} + [\,\boldsymbol{\omega}', (\mathbf{r} + \mathbf{R})\,]$$

аңлатпасын ямаса

$$[\,\boldsymbol{\omega}, \mathbf{r}\,] = [\,\boldsymbol{\omega}', \mathbf{r}\,]$$

теңлигин аламыз.

$\mathbf{r}$ ди сайлап алыўдың ықтыярлы екенлигине байланыслы

$$\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}'$$

келип шығады ҳәм биз жоқарыда айтқан жағдай усының менен дәлилленеди.

Енди қатты денени қозғалмайтуғын ноқаттың дөгерегинде айланады деп есаплайық. Усы ноқатты координата басы O деп қабыл етейик. Усы денениң кинетикалық энергиясы әлбетте

$$E_{kin} = \frac{1}{2}\int \mathbf{v}^2 \, dm.$$

Бул аңлатпадағы интеграллаў денениң барлық массасы бойынша алынады. $\mathbf{v} = [\,\boldsymbol{\omega}, \mathbf{r}\,]$ формуласынан пайдаланып $\mathbf{v}^2 = (\mathbf{v}\mathbf{v}) = ([\,\boldsymbol{\omega}, \mathbf{r}\,]\mathbf{v})$ деп жаза аламыз ямаса көбейтиўшиниң дәрежесин қайтадан қойыў арқалы $\mathbf{v}^2 = (\boldsymbol{\omega}[\,\mathbf{r}, \mathbf{v}\,])$ аңлатпасы аламыз. $\boldsymbol{\omega}$ шамасы денениң барлық ноқатлары ушын бирдей болғанлықтан

$$E_{kin} = \frac{1}{2}\boldsymbol{\omega}\int[\mathbf{r}\,\mathbf{v}]\,dm$$

ямаса

$$E_{kin} = \frac{1}{2}(\mathbf{L}\,\boldsymbol{\omega}). \tag{19.13}$$

Бул аңлатпада $\mathbf{L}$ арқалы дenениң О ноқатына салыстыргандағы импульс моменти белгиленген.

Улыўма жағдайларда $\mathbf{L}$ ҳәм $\boldsymbol{\omega}$ векторлары арасында белгили бир мүйеш болады. Буның дурыслығына исениў ушын қозғалмайтуғын ямаса бир заматлық көшер дөгерегинде айланатуғын бир М материаллық ноқаттың мысалында исениўге болады. О басын усы көшер бойында аламыз. Бундай жағдайда

$$\mathbf{L} = m[\mathbf{r}\,\mathbf{v}] = m[\mathbf{r}\,[\boldsymbol{\omega}\,\mathbf{r}\,]] = m\,r^2\,\boldsymbol{\omega} - m(\mathbf{r}\,\boldsymbol{\omega})\mathbf{r}\,.$$

Улыўма айтқанда соңғы қосылыўшы нолге айланбайды. Сонлықтан сол улыўмалық жағдайларда $\mathbf{L}$ ҳәм $\boldsymbol{\omega}$ векторлары коллинеар емес. Егер О сыпатында М нен айланыў көшерине түсирилген перпендикулярдың тийкары алынатуғын болғанда ғана $\mathbf{L}$ ҳәм $\boldsymbol{\omega}$ векторлары коллиниар болған болар еди. Бул жағдайда О ноқатына салыстырғандағы момент $\mathbf{L}$ айланыс көшерине салыстырғандағы моментке алып келинеди. Бул кейинги моментти L_x арқалы белгилеп $L = L_x = I\,\omega$ деп жаза аламыз. Бул аңлатпада I арқалы айланыў көшерине салыстырғандағы ноқаттың инерция моменти белгиленген. Солай етип кейинги (19.13) формуласы

$$E_{kin} = \frac{1}{2}L_x\,\omega = \frac{1}{2}L\,\omega^2$$

формуласына өтеди. Бул соңғы формула тек ғана бир материаллық ноқат ушын дурыс болып қоймай, тутас дене ушын да дурыс болады. Себеби тутас денени биз бир көшердиң дөгерегинде айланатуғын материаллық ноқатлар системасы деп қарай аламыз. Солай етип (19.13) формуласы бурын басқа усыл менен аланған (мысалы 8-параграфты қараңыз)

$$E_{kin} = \frac{1}{2}I\,\omega^2 = \frac{L^2}{2I}$$

формуласына эквивалент.

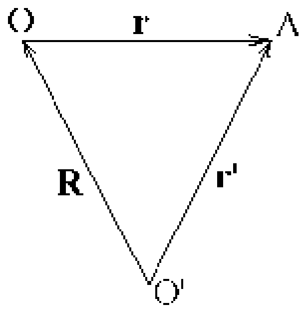
20-§. Гироскоплар

Еркин гироскоптың қозғалысы. Сыртқы күшлердиң тасириндеги гироскоп. Жуўық теория.

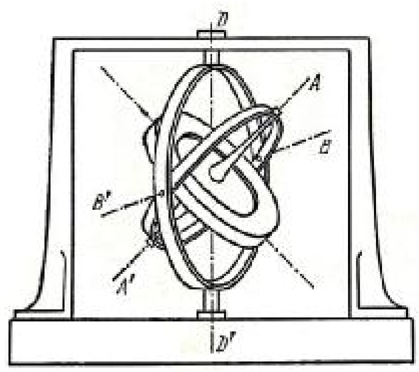
Еркин гироскоптың қозғалысы. Айланып турған қатты денениң айланыў көшери бағытын сақлаў қәсийети, сондай-ақ сырттан тәсир түсирилгенде денениң көшери тәрепинен тиреўге тәсир етиўши күшлердиң өзгериўи ҳәр қыйлы техникалық мақсетлер ушын пайдаланылады. ***Техникада қолланылатуғын жоқары тезлик пенен айланатуғын симметриялы денелер әдетте гироскоп (зырылдаўық) деп аталады*** (20-1 сүўрет)[11]. Көпшилик жағдайларда гироскоп деп айланыў көшери кеңисликте бағытын өзгертетуғын айланып турыўшы қатты денеге айтамыз (гироскоп сөзи айланбалы қозғалысты анықлаўшы әсбап мәнисин береди). Гироскоплардың тез айланыўына байланыслы болған барлық физикалық қубылыслар ***гироскоплық қубылыслар*** деп аталады.

Геометриялық көшерге салыстырғанда симметрияға ийе гироскоплар симметриялық гироскоплар деп аталады. Бул көшерди ***геометриялық көшер*** ямаса ***гироскоп фигурасының көшери*** деп аталады. Симметриялық ҳәм симметриялық емес гироскоплар теориясы бар. Солардың ишинде симметриялық гироскоплар теориясы әпиўайы мазмунға ийе. Әдетте гироскоп фигурасының бир ноқаты бекитилген болады. Бул ноқатты гироскоптың ***сүйениў ноқаты*** деп атаймыз. Улыўма жағдайда сүйениў ноқаты деп аталыўы ушын қозғалыс усы ноқатқа салыстырғанда қаралыўы керек.

Гироскоп кеңисликте еркин түрде қозғалыўы ушын ***кардан асыўы*** керек (20-1 сүўрет).



19-7 сүўрет. Қатты денениң улыўмалық қозғалысын изертлеўге арналған схема.



20-1 сүўрет. Кардан асыўындағы гироскоп.

Эйлер теоремасына муўапық қозғалмайтуғын O сүйеўи (тиреўи) болғандағы қозғалысы усы ноқат арқалы өтиўши бир заматлық көшер дөгерегидеги қозғалыс деп қараўға болады. $\boldsymbol{\omega}$ арқалы гироскоптың бир заматлық айланыў тезлигин белгилеймиз. O ноқатына салыстырғандағы импульс моменти $\mathbf{L}$ арқалы белгиленсин. Симметриялы гироскоп ушын $\boldsymbol{\omega}$ ҳәм $\mathbf{L}$ векторлары арасындағы байланысты табамыз. Егер $\boldsymbol{\omega}$ гироскоп фигурасы көшери бағытында ямаса оған перпендикуляр болса бул еки вектор ($\mathbf{L}$ ҳәм $\boldsymbol{\omega}$) өз-ара параллел. Бул жағдайдың дурыс екенлигине аңсат түрде көз жеткериўге болады. Гироскоп денесин ойымызда бирдей болған ҳәм гироскоп фигурасы көшерине салыстырғанда симметриялы жайласқан материаллық ноқатлар жупларына бөлемиз (20-2 ҳәм 20-3 сүўретлерде көрсетилген). Усындай жуп ноқатлардың O ноқатына салыстырғандағы импульс моменти

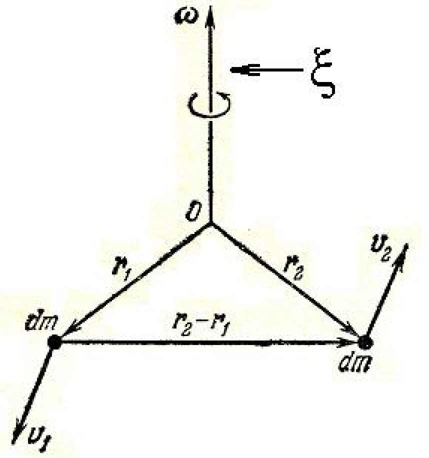
[11] Гироскоп сөзи грек тилиндеги gyros «айланамын», skopeo «бақлаўшыға қарайман» деген мәнисти аңлатып, бул созлер бизиң буннан былай жүргизетуғын таллаўларымызға ҳеш қандай қатнас жасамайды.

$$d\mathbf{L} = dm[\mathbf{r}_1, \mathbf{v}_1] + dm[\mathbf{r}_2, \mathbf{v}_2].$$

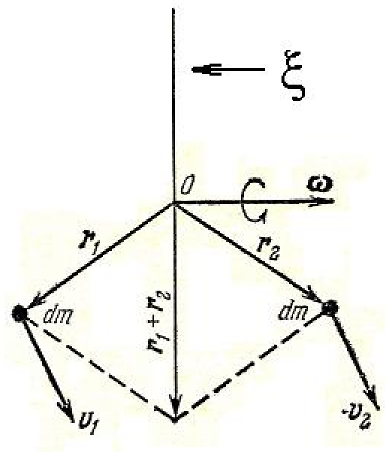
Бул аңлатпада dm ҳәр бир ноқат массасы. Егер гироскоп өз фигурасы көшери дөгерегинде айланатуғын болса (20-2 сүўрет) $\mathbf{v}_1$ ҳәм $\mathbf{v}_2$ тезликлери өз ара тең ҳәм бағытлары бойынша қарама-қарсы. Бул жағдайда

$$d\mathbf{L} = dm[\mathbf{v}_2(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)].$$

$\mathbf{v}_2$ ҳәм $(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)$ векторлары айланыў көшерине перпендикуляр. Сонлықтан $d\mathbf{L}$ векторы ҳәм соның менен бирге гироскоптың өзиниң импульс моменти $\mathbf{L}$ айланыў көшериниң бағыты менен бағытлас. Шамасы бойынша $\mathbf{L}$ айланыў көшерине салыстырғандағы импульс моментине тең. Сонлықтан $\mathbf{L} = I_{||}\boldsymbol{\omega}$, бул жерде $I_{||}$ арқалы гироскоптың фигурасы көшерине салыстырғандағы инерция моменти белгиленген. Егер гироскоп өз фигурасы көшерине перпендикуляр көшер дөгерегинде айланатуғын болса (20-3 сүўрет) $\mathbf{v}_2 = \mathbf{v}_1$, сонлықтан $d\mathbf{L} = dm[\mathbf{v}_2(\mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_1)]$. Бул жерде $d\mathbf{L}$ менен $\mathbf{L}$ диң айланыў көшери бойынша бағытланғанлығы көринип тур. Қала берсе $\mathbf{L} = I_{\perp}\boldsymbol{\omega}$, бул аңлатпада $I_{\perp}$ арқалы гироскоптың фигурасына перпендикуляр көшерге салыстырғандағы инерция моменти белгиленген.



20-2 сүўрет. Гироскоптың көшери менен айланыў көшери өз-ара параллел болған жағдай. ξ арқалы гироскоптың көшери белгиленген.



20-3 сүўрет. Гироскоптың көшери менен айланыў көшери өз-ара перпендикуляр болған жағдай. ξ арқалы гироскоптың көшери белгиленген.

Ал гироскоп фигурасы ықтыярлы көшер дөгерегинде айланатуғын болса $\boldsymbol{\omega}$ векторын гироскоп көшерине параллел болған $\boldsymbol{\omega}_{||}$ ҳәм перпендикуляр $\boldsymbol{\omega}_{\perp}$ болған еки қураўшыға жиклеймиз (20-4 сүўретте көрсетилген). Анықлама бойынша импульс моменти гироскопты қураўшы материаллық ноқатлардың сызықлы тезликлери арқалы аңлатылады. Өз гезегинде бул тезликлер гироскоптың ҳәмме ноқатларында бирдей мәниске ийе болған мүйешлик тезлик векторы $\boldsymbol{\omega}$ арқалы есапланады. Демек $\mathbf{L}$ векторы $\boldsymbol{\omega}$ векторы жәрдеминде анықланады екен. Олай болса $\mathbf{L} = \mathbf{L}(\boldsymbol{\omega}) = \mathbf{L}(\boldsymbol{\omega}_{||} + \boldsymbol{\omega}_{\perp})$ деп жазамыз ямаса жоқарыда айтылған сызықлылықты басшылыққа алсақ

$$\mathbf{L}(\boldsymbol{\omega}) = \mathbf{L}(\boldsymbol{\omega}_{||}) + \mathbf{L}(\boldsymbol{\omega}_{\perp})$$

аңлатпасын аламыз. Егер гироскоп өз фигурасы әтирапында $\boldsymbol{\omega}_{||}$ жийилиги менен айланса $\mathbf{L}(\boldsymbol{\omega}_{||})$ функциясы гироскоптың импульс моментине тең болған болар еди. Демек $\mathbf{L}(\boldsymbol{\omega}_{||}) = \mathrm{I}_{||}\,\boldsymbol{\omega}_{||}$. Тап сол сыяқлы $\mathbf{L}(\boldsymbol{\omega}_{\perp}) = \mathrm{I}_{\perp}\,\boldsymbol{\omega}_{\perp}$. Нәтийжеде

$$\mathbf{L} = \mathbf{L}_{||}\boldsymbol{\omega}_{||} + \mathbf{L}_{\perp}\boldsymbol{\omega}_{\perp} \tag{20.1}$$

теңлигине ийе боламыз. Бул формуланы пайдаланып егер $\boldsymbol{\omega}$ векторы белгили болса $\mathbf{L}$ векторын схемада (қурылмада) аңсат табыўға болады (20-4 сүўрет). Сол қурылмадан $\mathbf{L}$, $\boldsymbol{\omega}$ векторларының ҳәм гироскоптың көшериниң бир тегисликте жататуғынлығы көринип тур. Бирақ улыўма жағдайларда $\mathbf{L}$ ҳәм $\boldsymbol{\omega}$ векторларының бағытлары бир бирине сәйкес келмейди.

Егер (20.1) ҳәм (19.3) формулаларынан пайдаланатуғын болсақ, онда айланып турған гироскоптың кинетикалық энергиясы ушын төмендегидей еки аңлатпа аламыз:

$$\mathrm{E}_{\mathrm{kin}} = \frac{1}{2}\left(\mathrm{I}_{\perp}\,\omega_{\perp}{}^{2} + \mathrm{I}_{||}\,\omega_{||}{}^{2}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{\mathrm{L}_{||}^{2}}{\mathrm{I}_{||}} + \frac{\mathrm{L}_{\perp}^{2}}{\mathrm{I}_{\perp}}\right). \tag{20.2}$$

Демек ***симметриялық гироскоптың кинетикалық энергиясы еки айланыўшы қозғалистың кинетикалық энергияларының қосындысынан турады: бириншиайланыўшы қозғалыс фигура көшери дөгерегиндеги, ал екиншиси оған перпендикуляр көшер дөгерегиндеги қозғалыс болып табылады***.

Әмелде гироскоплар барлық ўақытта өзлериниң фигурасының көшери дөгерегинде тез айландырылады. Бул тез айланысқа салыстырғанда аныў ямаса мынаў себептиң салдарынан пайда болатуғын перпендикуляр көшердиң әтирапындағы айланыс барлық ўақытта әсте ақырынлық пенен болады. Бундай жағдайда $\mathbf{L}$ ҳәм $\boldsymbol{\omega}$ векторлары бағытлары арасындағы айырма жүдә киши болады. Усы бағыттың екеўи де гироскоптың көшериниң бағытына дерлик сәйкес келеди.

Гироскоп фигурасының көшериниң оң бағыты ретинде мүйешлик тезлик $\boldsymbol{\omega}$ векторының бағыты менен сәйкес келетуғын ямаса (дурысырағы) оның менен сүйир мүйеш жасайтуғын бағытты алады. Егер тиреў ноқаты O дан гироскоптың оң бағытына қарай бағытланған бир бирлик узынлықтағы OS кесиндисин жүргизетуғын болсақ, онда бул кесиндиниң ақыры болған S ноқаты ***гироскоптың төбеси*** деп аталады. Егер гироскоптың төбесиниң қозғалысы ҳәм фигура көшери дөгерегиндеги айланысының мүйешлик тезлиги белгили болса, онда гироскоптың қозғалысы толық анықланған деп есапланады. Сонлықтан ***гироскоплар теориясының тийкарғы мәселеси гироскоптың төбесиниң қозғалысын ҳәм фигураның көшери әтирапындағы оның айланыўшы қозғалысының мүйешлик тезлигин табыўдан ибарат болады***.

Гироскоп теориясы толығы менен моментлер теңлемесине тийкарланған:

$$\dot{\mathbf{L}} = \mathbf{M}. \tag{20.3}$$

Қала берсе $\mathbf{L}$ ҳәм $\mathbf{M}$ моментлери гироскоптың сүйениши O ға салыстырғанда алынады. Егер сыртқы күшлер моменти $\mathbf{M}$ нолге тең болса гироскоп ***еркин гироскоп*** деп аталады. Еркин гироскоп ушын $\dot{\mathbf{L}} = 0$ ҳәм усыған сәйкес

$$\mathbf{L} \equiv \mathbf{L}_{||}\boldsymbol{\omega}_{||} + \mathbf{L}_{\perp}\boldsymbol{\omega}_{\perp} = \mathrm{const}\,. \qquad (20.4)$$

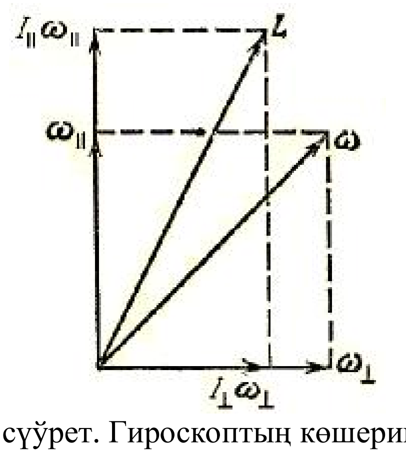
Бул теңлеме гироскоптың импульс моментиниң сақланыўын аңлатады. Бул теңлемеге энергияның сақланыў нызамы болған

$$E_{kin} \equiv \frac{1}{2}(\mathbf{L}\boldsymbol{\omega}) = \frac{1}{2}\left(I_{||}\omega_{||}^2 + I_{\perp}\omega_{\perp}^2\right) = \mathrm{const} \qquad (20.5)$$

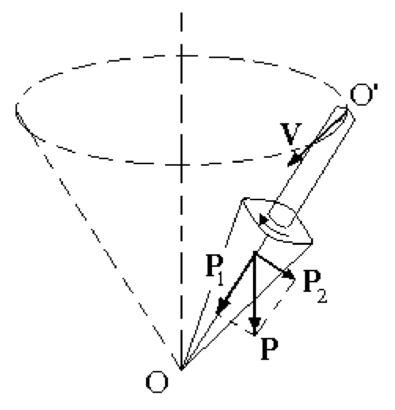
аңлатпасын бириктириў керек. Бул аңлатпа да моментлер теңлемеси $\dot{\mathbf{L}} = \mathbf{M}$ ниң нәтийжеси болып табылады. Егер (20.4) теңлемесин квадратқа көтерсек, онда

$$I_{||}^2\omega_{||}^2 + I_{\perp}^2\omega_{\perp}^2 = \mathrm{const} \qquad (20.6)$$

аңлатпасын аламыз. Усы теңлемеден ҳәм усы теңлемениң алдындағы теңлемеден мынадай жуўмақ шығарамыз: ***еркин гироскоп қозғалғанда $\boldsymbol{\omega}_{||}$ ҳәм $\boldsymbol{\omega}_{\perp}$ векторларының узынлықлары турақлы болып қалады***. Усының менен бирге ***импульс моментиниң еки қураўшысы болған $L_{||} = I_{||}\,\omega_{||}$ ҳәм $L_{\perp} = I_{\perp}\,\omega_{\perp}$ шамалары да турақлы болып калады. Демек $\mathbf{L}$ ҳәм $\boldsymbol{\omega}$ векторлары арасындағы мүйеш те турақлы мәниске ийе болады*** [бул (20.5) те көринип тур]. $L_{||}$ ҳәм $L_{\perp}$ шамаларының турақлылығынан $\mathbf{L}$ ***вектрының бағыты менен гироскоп фигурасының көшери арасындағы мүйештиң де турақлы болатуғынлығы келип шығады***. Ўақыттың ҳәр бир моментинде гироскоп фигурасының көшери бир заматлық көшер дөгерегинде $\boldsymbol{\omega}$ тезлиги менен айланады. Ал жокарыда көргенимиздей $\boldsymbol{\omega}$, $\mathbf{L}$ векторлары гироскоп фигурасының көшери менен бир тегисликте жатады. $\mathbf{L}$ векторы кеңисликте өзиниң бағытын өзгериссиз сақлағынлықтан бир заматлық көшер усы өзгермейтуғын бағыт дөгерегинде сол $\boldsymbol{\omega}$ мүйешлик тезлиги менен айланады. Бул айтылғанлардың барлығы еркин гироскоптың айланыўшы қозғалысының төмендегидей картинасына алып келеди:



20-4 сүўрет. Гироскоптың көшериниң ықтыярлы бағытта болған жағдайы ушын сызылған схема.

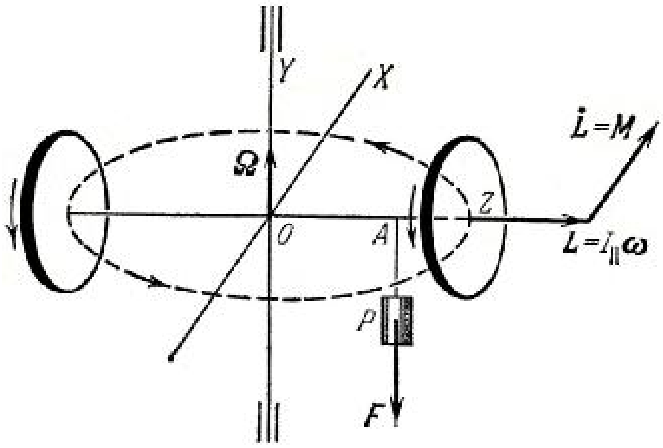


20-5 сүўрет. Гироскоптың прецессиясы.

Ҳәр бир ўақыт моментиндеги еркин гироскоптың айланыўы сүйениў ноқаты арқалы өтиўши бир заматлық көшер дөгерегинде айланыў болып табылады. Ўақыттың өтиўи менен бир заматлық көшер ҳәм $\mathbf{L}$ векторы денедеги орнын өзгертеди жәнe гироскоп фигурасы көшери дөгерегинде $\boldsymbol{\omega}$ мүйешлик тезлиги менен конуслық бет сызады. Кеңисликтеги $\mathbf{L}$ векторының бағыты турақлы болып қалады. Гироскоп фигурасының көшери ҳәм бир заматлық көшер усы бағыт дөгерегинде сол

мүйешлик тезлик пенен тең өлшемли қозғалады. Усындай қозғалыс гироскоптың прецессиясы (гироскоптың еркин прецессиясы) деп аталады (20-5 сүўрет).

Сыртқы күшлердиң тасириндеги гироскоп. Жуўық теория. Гироскоптың қозғалысының ең қызықты түри ***мәжбүрий прецессия*** болып табылады. Бундай мәжбүрий прецессия сыртқы күшлердиң тәсиринде жүзеге келеди. Оны аңсат бақлаў мүмкин болған қурылыстың схемасы 20-6 сүўретте келтирилген. Бул гироскоп улыўмалық көшерге еркин түрде отырғызылған еки маховиктен турады. Гироскоп тек өз фигурасының көшери OZ әтирапында ғана емес, ал вертикал ҳәм горизонт бағытындағы OY ҳәм OX көшерлери дөгерегинде де айланатуғын қылып соғылған. Бундай гироскоп ҳаққында гәп еткенде ол ***үш еркинлик дәрежесине*** ийе деп айтады. Гироскоп фигурасының көшериниң қандай да бир A ноқатына турақлы $\mathbf{F}$ күшин түсиремиз (мысалы бул ноқатқа салмағы P болған жүк илдиремиз). Маховиклер айланбай турған ўақытта әдеттеги қубылыс орын алады: жүктиң салмағының тасиринде оң маховик төменге қарай түсе баслайды, ал шеп тәрептеги маховик көтериледи.



20-6 сүўрет. Улыўмалық көшерге отырғызылган еки маховикке ийе гироскоп.

Егер маховиклер бир тәрепке қарай алдын ала айландырылған болса, онда қозғалыс пүткиллей басқаша көриниске ийе болады. Бул жағдайда оң тәрептеги маховик төменге қарай қозғалмайды, ал OY вертикал көшери дөгерегинде турақлы тезлик пенен әсте ақырын айлана баслайды. Бундай айланысты ***мәжбүрий прецессия*** деп атаймыз. Бундай мәжбүрий прецессия ***гироскоптың жуўық теориясы*** тийкарында аңсат түсиндириледи.

Әдетте тәжирийбелер қойыўшылар ямаса изертлеўшилер гироскопларды олардың фигуралары көшерлериниң дөгерегинде тез айландырыўға тырысады. Бирақ басқа да себеплердиң нәтийжесинде гироскоп перпендикуляр көшер дөгерегинде де айлана баслайды. Тек гироскоплық эффектлерге тийисли болған эффектлер усындай қосымша айланыслар гироскоп фигурасы көшери дөгерегиндеги айланысқа салыстырғанда жүдә әстелик пенен болғанда жақсы бақланады. Жуўық теорияда сол қосымша айланыслар есапқа алынбайды. (20.4) формуладаға екинши қосылыўшыны таслап, нәтийжеде

$$\mathbf{L} \approx I_{||}\boldsymbol{\omega}_{||} \approx I_{||}\boldsymbol{\omega} \qquad (20.7)$$

аңлатпасына ийе боламыз. Бундай жуўықлаўда $\boldsymbol{\omega}$ ҳәм $\mathbf{L}$ векторлары бағытлары бойынша айрылмайды, олардың екеўи де гироскоп фигурасы көшери бағытында бағытланған. Сонлықтан оның фигурасы көшериниң қозғалысы ҳаққында (20.3)-теңлеме $\dot{\mathbf{L}} = \mathbf{M}$ менен тәрипленген $\mathbf{L}$ векторының бағытының өзгериси бойынша гәп етиў мүмкин. Егер $\mathbf{L}$ ди радиус-вектор деп қарасақ, онда $\dot{\mathbf{L}}$ туўындысы геометриялық жақтан $\mathbf{L}$ векторының ушының қозғалыс тезлигине тең болады. Сыртқы күш $\mathbf{F}$ гироскоп фигурасының көшерине түсирилген деп есаплаймыз. Бул күштиң моменти $\mathbf{M} = [\mathbf{a}\,\mathbf{F}]$ шамасына тең ($\mathbf{a}$ арқалы гироскоптың тиреў ноқатынан $\mathbf{F}$ күши түсирилген ноқатқа шекемги аралық белгиленген). $\dot{\mathbf{L}} = \mathbf{M}$ теңлемесине сәйкес «тезлик» векторы $\dot{\mathbf{L}}$ гироскоп фигурасы көшери Z ке перпендикуляр. Усындай күш моменти тек $\mathbf{L}$ векторының бағытын ғана өзгертип, оның узынлығын өзгерте алмайды. Демек егер сыртқы күш $\mathbf{F}$ турақлы болса, онда $\mathbf{L}$ векторы ҳәм соның менен бирге гироскоптың көшери OY көшери дөгерегинде тең өлшеўли айланыўы керек. Бул айланыў ***мәжбүрий прецессия*** болып табылады. Бул мысалдағы прецесияның мүйешлик тезлиги векторы $\mathbf{\Omega}$ OY көшерине параллел.

Егер 20-6 сүўреттеги маховиклердиң биреўин бир тәрепке, ал екиншисин тап сондай тезлик пенен қарма-қарсы тәрепке қарай айландырсақ, онда ҳеш қандай прецессия жүзеге келмейди. Бул жағдайда $\mathbf{L} = 0$ ҳәм жүктиң аўырлығы P ның тәсиринде гироскоп горизонт бағытындағы OX көшериниң дөгерегинде маховиклер айланбай турған ўақыттағыдай болып бағытын бурады.

Енди $\mathbf{\Omega}$ векторының узынлығын табамыз. $\mathbf{L}$ векторы тек прецессияның мүйешлик тезлиги $\mathbf{\Omega}$ менен айланыўдың салдарынан өзгереди. Оның ушының сызықлы тезлиги ушын, яғный $\dot{\mathbf{L}}$ туўындысы ушын $\dot{\mathbf{L}} = [\mathbf{\Omega}\,\mathbf{L}]$ деп жазыўға болады. Сонлықтан (20.3)-теңлеме $\dot{\mathbf{L}} = \mathbf{M}$ мынаны береди:

$$[\mathbf{\Omega}\mathbf{L}] = \mathbf{M}. \qquad (20.8)$$

Бул теңлеме жәрдеминде прецессияның мүйешлик тезлиги $\mathbf{\Omega}$ ны табыўға болады. Биз қараған мысалда $\mathbf{\Omega}$ вектры гироскоп фигурасы көшерине перпендикуляр, сонлықтан:

$$\Omega = \frac{M}{L} = \frac{M}{L_{||}w} \qquad (20\text{-}9)$$

Гироскоп фигурасы көшери прецессия орын алатуғын көшерге қарай еңкейген жағдайда да (бунның улыўмалық жағдай екенлигин аңғарамыз) $\mathbf{\Omega}$ векторын аңсат табыўға болады. Буның ушын (20.8) ге $\mathbf{M} = [\mathbf{a}\,\mathbf{F}] = a[\mathbf{s}\,\mathbf{F}]$ аңлатпасын қоямыз ($\mathbf{s}$ арқалы гироскоп көшери бойындағы бирлик вектор белгиленген). Жуўық теория $\mathbf{L}$ векторының ҳәм гироскоптың көшериниң бағытларындағы айырмаларды есапқа алмайтуғын болғанлықтан $\mathbf{L} = L\mathbf{s}$ деп жаза аламыз. Усының нәтийжесинде (20.8)

$$L[\mathbf{\Omega}\,\mathbf{s}] = a[\mathbf{s}\,\mathbf{F}]$$

түрине түрленеди. Буннан

$$\mathbf{\Omega} = -\frac{a}{L}\mathbf{F} = -\frac{a}{I_{||}\omega_{||}}\mathbf{F}.$$

Жоқарыда айтылғанлардың барлығы $\Omega << \omega$ болған жағдай, яғный тез айланатуғын гироскоп ушын дурыс болады. ***Егер гироскоптың фигурасы әтирапындағы айланыў тезлиги*** ω ***оған перпендикуляр болған көшер дөгерегиндеги айланыў тезлиги*** $\omega_{\perp}$ ***дан жүдә үлкен болса, онда гироскоптың айланыўы тез деп есапланады***. Дара жағдайда гироскоптың өзиниң фигурасы көшери дөгерегиндеги айланыў тезлиги прецессия тезлиги Ω дан жүдә үлкен болыўы керек. Техникада қолланылатуғын гироскоплар ушын Ω ның мәниси ω ның мәнисинен миллионлаған есе киши болады.

Қосымшалар: Гироскоплар ҳаққында «Физикалық энциклопедиялық сөзлик» тен:

Үш еркинлик дәрежесине ийе тыныш айланып турған гироскоплардың ***биринши қәсийети***: гироскоп фигурасы көшери дүньялық кеңисликте өзиниң дәслепки берилген бағытын турақлы етип услап турыўға тырысады. Егер усы көшер дәслеп қандай да бир жулдызға қарап бағытланған болса, онда гироскопты қәлеген орынға көширгенде де Жер менен байланыслы көшерлерге салыстырғандағы бағытын озгертип сол жулдызға қарап бағытланған ҳалын сақлайды.

Гироскоптың ***екинши қәсийети*** оның көшерине гироскопты қозғалысқа келтириўге бағытланған күш (ямаса қос күш) тәсир еткенде бақланады. Усы күштиң тәсиринде фигурасы көшери дөгерегинде айланып турған гироскоп күштиң бағытында емес, ал усы күштиң бағытына перпендикуляр бағытта аўысады (бул қәсийет жоқарыда айтылған прецессия болып табылады).

21-§. Айланыўшы инерциал емес координаталар системалары

Кориолис тезлениўи ҳәм Кориолис күши. Айланыўшы координаталар системасындағы инерция күшлери. Фуко маятниги. Гироскоплық күшлер.

Кориолис тезлениўи. Туўры сызық бойынша қозғалатуғын инерциал емес системаларды қарағанымызда абсолют, көширмели ҳәм салыстырмалы тезliклер арасындағы қатнаслар және соларға сәйкес тезлениўлер арасындағы қатнаслар бирдей болады [(17.1), (17.2) аңлатпаларын қараңыз]. Ал айланыўшы инерциал емес координаталар системасында аўҳаллар әдеўир қурамалы түске енеди. Айырма соннан ибарат, айланыўшы системалардың ҳәр ноқатындағы көширмели тезлик ҳәр қыйлы мәниске ийе болып, абсолют тезлик бурынғыдай көширмели ҳәм салыстырмалы тезликлердиң қосындысынан турады:

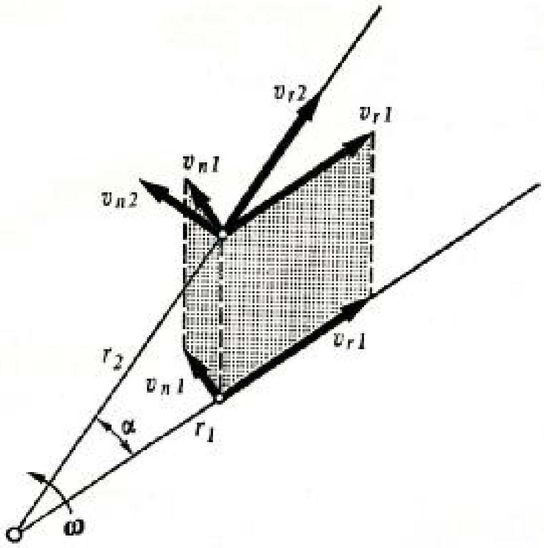
$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}'. \qquad (21.1)$$

Абсолют тезлениў болса бундай әпиўайы түрге ийе болмайды.

Айланыўшы системаның бир ноқатынан екинши ноқатына көшкенде ноқаттың көширмели тезлиги өзгереди. Сонлықтан ҳәтте егер қозғалыс барысында ноқаттың салыстырмалы тезлиги өзгермей қалған жағдайда да ноқат көширмели тезлениўден өзгеше тезлениў алады. Усының нәтийжесинде ***айланыўшы координаталар системаларындағы абсолют тезлениў ушын жазылған аңлатпада көширмели ҳәм салыстырмалы тезлениўден басқа Кориолис тезлениўи деп аталыўшы тезлениў болады***:

$$\mathbf{w} = \mathbf{w}_0 + \mathbf{w}' + \mathbf{w}_K \qquad (21.2)$$

$\mathbf{w}_K$ арқалы Кориолис тезлениўи белгиленген.



21-1 сүўрет. Кориолис тезлениўи инерциал емес системаның ҳәр қыйлы ноқатларындағы көширмели тезлениўдиң ҳәр қыйлы болғанлығынан пайда болады.

Кориолис тезлениўи ушын аңлатпа. Кориолис тезлениўиниң физикалық мәнисин түсиниў ушын айланыў тегислигиндеги қозғалысты қараймыз. Биринши гезекте бизди ноқаттың радиус бойлап турақлы салыстырмалы тезлик пенен қозғалыўы қызықтырады. 21-1 сүўретте ноқаттың еки ўақыт моментиндеги аўҳалы көрсетилген (ўақыт моментлери арасындағы айырманы Δt арқалы белгилеймиз). Δt ўақыты ишинде радиус $\Delta\alpha = \omega\,\Delta t$ мүйешине бурылады. Радиус бойынша тезлик v_r усы ўақыт ишинде тек бағыты бойынша өзгереди, ал радиусқа перпендикуляр болған v_n тезлиги бағыты бойынша да, абсолют мәниси бойынша да өзгериске ушырайды. Радиусқа перпендикуляр болған тезликтиң қураўшысының толық өзгериси

$$
\begin{aligned}
\Delta v_n &= v_{n2} - v_{n1}\cos\alpha + v_r\,\Delta\alpha = \omega r_1 - \omega r_2 \cos\alpha + v_r\,\Delta\alpha \approx \\
&\approx (r_1 - r_2) + v_r\,\omega\Delta t = \omega\,\Delta r + v_r\,\omega\Delta t.
\end{aligned}
\tag{21.3}
$$

Бул жерде $\cos\alpha = 1$ екенлиги есапқа алынған. Демек, Кориолис тезлениўи

$$
w_K = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_n}{\Delta t} = \omega \frac{dr}{dt} + v_r\,\omega = 2 v_r\,\omega \tag{21.4}
$$

түрине ийе болады. Бул аңлатпа векторлық түрде былайынша жазылады:

$$
\mathbf{w}_K = 2\,[\boldsymbol{\omega}, \mathbf{v}'] \tag{21.5}
$$

$\mathbf{v}'$ арқалы радиус бағытындағы салыстырмалы тезлик белгиленген.

Ноқат радиусқа перпендикуляр бағытта қозғалғанда, яғный қозгалыс шеңбер тәризли болғанда салыстырмалы тезлик $v' = \omega\, r$, ал қозғалмайтуғын координаталар системасындағы ноқаттың айланыўының мүйешлик тезлиги $\omega + \omega'$, бул қосындыда ω арқалы айланыўшы координаталар системасының мүйешлик тезлиги белгиленген. Абсолют тезлениў ушын мынадай аңлатпа аламыз:

$$
\omega = (\omega + \omega')^2\, r = \omega^2\, r + \omega'^2\, r + 2\omega\,\omega'\, r\,. \tag{21.6}
$$

Оң тәрептеги биринши ағза көширмели тезлениўге, екинши ағза салыстырмалы тезлениўге сәйкес келеди. Кейинги ағза $2\omega\omega' r$ Кориолис тезлениўи болып табылады. (21.6) дағы барлық тезлениўлер радиус бойы менен айланыў орайына қарай бағытланған. (21.6) дағы Кориолис тезлениўи бағытты есапқа алғанда былайынша жазылады:

$$\mathbf{w}_{\text{K}} = 2\left[\,\boldsymbol{\omega}, \mathbf{v}'\right]. \tag{21.7}$$

Бул аңлатпада $\mathbf{v}'$ арқалы усы жағдайда радиусқа перпендикуляр бағытланған салыстырмалы тезлик белгиленген.

Ықтыярлы түрде алынған қәлеген тезлик радиус бойынша ҳәм радиусқа перпендикуляр бағытланған тезликлердиң қосындысы түринде көрсетиледи. Сол еки қураўшы ушын да (21.7) түриндеги бир формула дурыс болады. Демек (21.7) түриндеги бир формула салыстырмалы тезликтиң ықтыярлы бағытындағы Кориолис тезлениўи ушын да дурыс болатуғынлығы келип шығады.

Тезлик айланыў көшери бағытында болған жағдайда ҳеш қандай Кориолис тезлениўи пайда болмайды. Себеби бул жағдайда траекторияның қоңысылас ноқатлары бирдей көширмели тезликке ийе болады.

Кориолис тезлениўи ушын аңлатпаны абсолют тезлениўди туўрыдан туўры есаплаў арқалы алыўға да болады. Қозғалыўшы ноқаттың радиус-векторы ушын жазылған аңлатпаны

$$\mathbf{r} = \mathbf{i}'x' + \mathbf{j}'y' + \mathbf{k}'z' \tag{21.8}$$

түринде жазып оны t бойынша дифференциаллаймыз ҳәм келеси параграфта келтирилетуғын $\mathbf{i}', \mathbf{j}', \mathbf{k}'$ лардың ўақыттан ғәрезлилигин есапқа аламыз, нәтийжеде абсолют тезлик ушын мына аңлатпаға ийе боламыз:

$$\mathbf{v} = \left[\,\boldsymbol{\omega}, \mathbf{r}\right] + \mathbf{v}' = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}'. \tag{21.9}$$

Бул аңлатпадағы $\left[\boldsymbol{\omega}, \mathbf{r}\right] = \mathbf{v}_0$ көширмели тезлик, ал

$$\mathbf{v}' = v_x'\mathbf{i}' + v_x'\mathbf{j}' + v_x'\mathbf{k}' \tag{21.10}$$

тезлиги болса салыстырмалы тезлик болап табылады. Буннан абсолют тезлениўди табамыз:

$$\mathbf{w} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \left[\,\boldsymbol{\omega}, \frac{d\mathbf{r}}{d\mathbf{t}}\right] + \frac{d\mathbf{v}'}{dt} = \left[\,\boldsymbol{\omega}, \mathbf{v} + \mathbf{v}'\right] + \mathbf{w}' + \left[\,\boldsymbol{\omega}, \mathbf{v}'\right], \tag{21.11}$$

Бул аңлатпаны келтирип шығарғанымызда биз айланыўдың мүйешлик тезлигин турақлы деп алдық ҳәм

$$\frac{d\,\mathbf{v}'}{d\,t} = \frac{d\,v_x'}{d\,t}\mathbf{i}' + \frac{d\,v_y'}{d\,t}\mathbf{j}' + \frac{d\,v_z'}{d\,t}\mathbf{k}' + v_x'\frac{d\,\mathbf{i}'}{d\,t} + v_x'\frac{d\,\mathbf{j}'}{d\,t} + v_x'\frac{d\,\mathbf{k}'}{d\,t} = \mathbf{w}' + \left[\boldsymbol{\omega}, \mathbf{v}'\right] \tag{21.12}$$

екенлигин есапқа алдық. Сонлықтан абсолют тезлениў ушын (21.2) болған

$$\mathbf{w} = \mathbf{w}_0 + \mathbf{w}' + \mathbf{w}_K \qquad (21.2)$$

аңлатпасына және ийе болдық. Бул аңлатпадағы

$\mathbf{w}_0 = [\,\boldsymbol{\omega}, \mathbf{v}_0\,] = [\,\boldsymbol{\omega}, [\,\boldsymbol{\omega}, \mathbf{r}\,]\,]$ көширмели тезлениў,

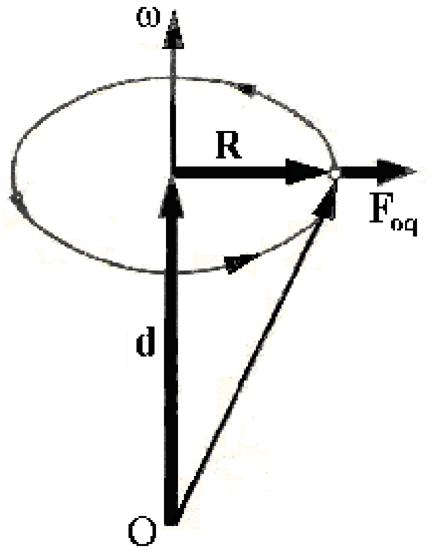
$\mathbf{w}' = \dfrac{d\,\mathbf{v}'}{d\,t} = \dfrac{d\,v_x'}{d\,t}\mathbf{i}' + \dfrac{d\,v_y'}{d\,t}\mathbf{j}' + \dfrac{d\,v_z'}{d\,t}\mathbf{k}'$ салыстырмалы тезлениў,

$\mathbf{w}_K = \mathbf{w}' + [\boldsymbol{\omega}, \mathbf{v}']$ Кориолис тезлениўи.

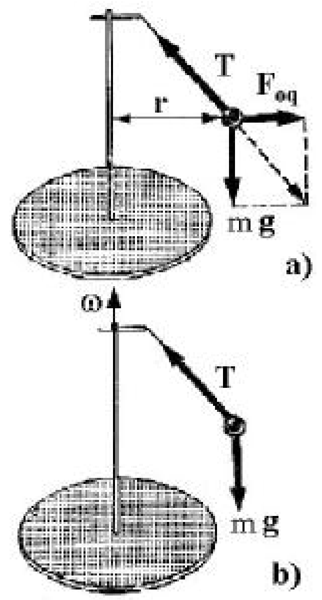
Көширмели тезлениўди

$$\mathbf{w}_0 = [\,\boldsymbol{\omega}, [\,\boldsymbol{\omega}, \mathbf{r}\,]\,] = \boldsymbol{\omega}, (\boldsymbol{\omega}, \mathbf{r}) - \mathbf{r}\,\omega^2 = \omega^2\,(\mathbf{d} - \mathbf{r}) = \omega^2\,\mathbf{R} \qquad (21.13)$$

түринде көрсеткен мақсетке муўапық келеди. Бул аңлатпадағы **R** айланыў көшерине перпендикуляр вектор (21-2 сүўрет). Солай етип ***көширмели тезлениў орайға умтылыўшы тезлениў болып табылады екен*** (айланыўдың мүйешлик тезлигин турақлы деп есаплағанымызды еске тусиремиз).



21-2 сүўрет. Инерцияның орайдан қашыўшы күши.



21-3 сүўрет. Айланыўшы есаплаў системасындағы маятниктиң тең салмақлығы.

Айланыўшы координаталар системасындағы инерция күшлери. Биз 18-параграфта инерция күши ушын

$$m\,\mathbf{w}' = \mathbf{F} + \mathbf{F}_{in}$$

улыўмалық формуласын алған едик. Енди усы формула жәрдеминде абсолют тезлениў ушын жазылган (21.2) ни есапка алыў арқалы айланыўшы системадағы инерция күшлери болған

$$\mathbf{F}_{in} = m\left(\mathbf{w}' - \mathbf{w}\right) = m\left(-\mathbf{w}_0 - \mathbf{w}_K\right) = m\,\omega^2\,\mathbf{R} - 2m\,\left[\omega, \mathbf{v}'\right] = \mathbf{F}_{oq} + \mathbf{F}_K \qquad (21.14)$$

инерция күшин табыў мүмкин. ***Айланыўшы координаталар системасындағы көширмели тезлик пенен байланыслы болған күш***

$$\mathbf{F}_{oq} = m\,\omega^2\,\mathbf{R} \qquad (21.15)$$

Бул күш айланыў көшеринен радиус бағыты бойынша бағытланған. ***Кориолис тезлениўи менен байланыслы болған инерция күши***

$$\mathbf{F}_K = -2m\,\left[\omega, \mathbf{v}'\right] \qquad (21.16)$$

Кориолис күши деп аталады.

Айланыўшы дисктеги маятниктиң тең селмақлығы. Мысал ретинде айланыўшы дисктеги маятниктиң тең салмақлық аўҳалын қарап шығамыз (21-3 сүўрет). Инерциал емес есаплаў системасында маятникке инерцияның орайдан қашыўшы күши тасир етеди. Тең салмақлық аўҳалда Кориолис күши болмайды ҳәм соған сәйкес салыстырмалы тезлик нолге тең $(v' = 0)$. Қозгалыс теңлемеси

$$m\,\mathbf{w}' = \mathbf{T} + m\mathbf{g} + \mathbf{F}_{oq} = 0 \qquad (21.17)$$

Ал инерциал есаплаў системасында тең салмақлықта турған маятниктиң қозғалыс теңлемеси мынадай:

$$m\,\mathbf{w} = \mathbf{T} + m\mathbf{g}. \qquad (21.18)$$

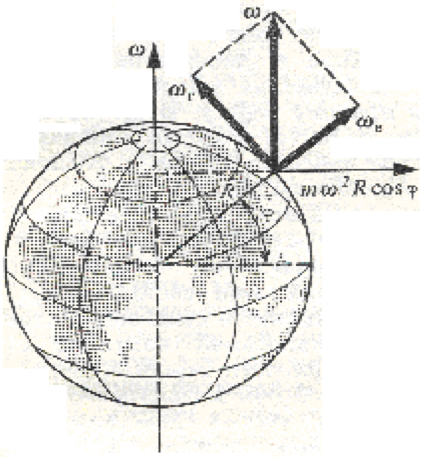
21-3 сүўреттен $\mathrm{tg}\,\alpha = \omega^2 r / g$, $w = \omega^2 r$ екенлиги тиккелей көринип тур (α арқалы вертикал ҳәм маятниктиң жиби арасындағы мүйеш белгиленген).

Жердиң бети менен байланысқан инерциал емес координаталар системасы. Жер өз көшери дөгерегинде айланатуғын болганлықтан оның бети менен байланысқан координата системасы инерциал емес координаталар системасы болып табылады.

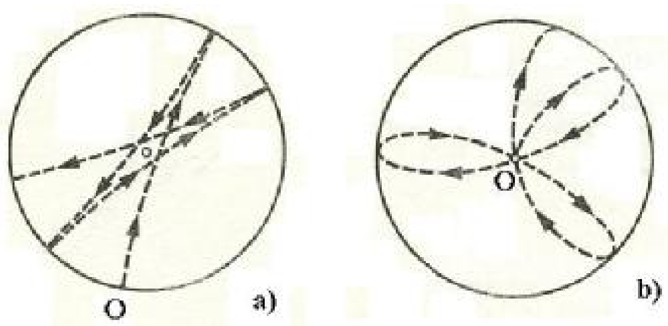
Жер бетиниң қәлеген ноқатындағы мүйешлик тезликти горизонт ҳәм вертикал бағытлардағы қураўшыларға жиклеў мүмкин (21-4 сүўрет): $\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}_v + \boldsymbol{\omega}_g$. Жер бетиниң φ кеңлигинде бул қураўшылар сәйкес тең:

$$\omega_v = \omega \cos\varphi,$$
$$\omega_g = \omega \sin\varphi.$$

$m\,\omega^2 R \cos\varphi$ ге тең болған (R аркалы Жердиң радиусы белгиленген) орайдан кашыўшы күш меридиан тегислигинде жатады. Арқа ярым шарда бул орайдан қашыўшы күш вертикалдан түслик тәрепке қарай, ал түслик ярым шарда болса арқаға қарай тап сондай мүйешке еңкейген. Солай етип бул күштиң вертикал қураўшысы салмақ күшин өзгертеди, ал оның горизонт бағытындағы қураўшысы болса жердиң бетине түсирилген урынба бойынша меридиан бағытында экваторға қарай бағытланған.



21-4 сүўрет. Жердиң бети менен байланысқан координаталар системасы.



21-5 сүўрет. Фуко маятнигиниң ушы тәрепинен қалдырылған излер (түсиниклер текстте бериледи).

Кориолис күши дененең салыстырмалық тезлигинен ғәрезли. Бул тезликти вертикаль ҳәм горизонт бағытындағы қураўшыларға жиклеў қолайлы: $\mathbf{v}' = \mathbf{v}_v' + \mathbf{v}_g'$. Бундай жағдайда Кориолис күши

$$\mathbf{F}_K = -2m\left[\boldsymbol{\omega}_v + \boldsymbol{\omega}_g, \mathbf{v}_v' + \mathbf{v}_g'\right] = -2m\left[\boldsymbol{\omega}_v, \mathbf{v}_g'\right] - 2m\left[\boldsymbol{\omega}_g, \mathbf{v}_v'\right] - 2m\left[\boldsymbol{\omega}_g, \mathbf{v}_g'\right] \qquad (21.19)$$

түринде жазылады. Бул аңлатпада $\left[\boldsymbol{\omega}_v, \mathbf{v}_v'\right] = 0$ екенлиги есапқа алынған.

Тезликтиң вертикал бағыттағы қураўшысы $\mathbf{v}_v'$ Кориолис күшиниң меридиан тегислигине перпендикуляр болған горизонт бағытындағы тегисликтеги $-2m\left[\boldsymbol{\omega}_g, \mathbf{v}_v'\right]$ қураўшысының пайда болыўына алып келеди. Егер дене жоқарыға қарай қозғалса, онда күш батыс тәрепке, ал денен төменге қарай қозғалса шығыс тәрепке қарай бағытланған. Сонлықтан жеткиликли дәрежедеги бийикликтен қулап түскен денелер Жердиң орайына қарап бағытланған вертикаль бағыттан шығыс тәрепке қарап жылжыйды (аўысады). Денени усындай етип жылжытатуғын күш $2m\,\omega\cos\varphi\,v_v'$ шамасына тең.

Тезликтиң горизонт бағытындағы қураўшысы $\mathbf{v}_g'$ Кориолис күшиниң еки қураўшысының пайда болыўына алып келеди. $-2m\left[\boldsymbol{\omega}_g, \mathbf{v}_g'\right]$ шамасына тең қураўшы Жердиң айланыўының мүйешлик тезлигиниң горизонт бағытындағы қураўшысынан ғәрезли ҳәм вертикалға қарай бағытланған. Бул күш $\boldsymbol{\omega}_g$ ҳәм $\mathbf{v}_g'$ векторларының бағытларына байланыслы денени Жерге қарай қысады ямаса Жердиң бетинен қашықлатыўға қарай бағдарланған. Денелер жеткиликли дәрежеде үлкен қашықлықларға ушқанда (мысалы балластикалық ракеталардың траекторияларын есаплағанда) бул күшти дыққатқа алыў зәрүр.

Тезликтиң горизонт бағытындағы қураўшысы $\mathbf{v}_g'$ менен байланыслы болған Кориолис күшиниң екинши қураўшысы $-2m\left[\boldsymbol{\omega}_v, \mathbf{v}_g'\right]$ шамасына тең. Бул тезликке перпендикуляр болған горизонт бағытындығы күш болып табылады. Егер арқа ярым шарда тезлик бағытында қарасақ, бул күш барлық ўақытта оң тәрепке қарай бағытланған. Усының нәтийжесинде арқа ярым шардағы дәрьялардың оң жағасы шеп тәрептеги жағасына салыстарғанда көбирек дегиш алады. Суўдың қозғалыўшы молекулаларына түсетуғын Кориолис күши оң жағысқа қарай бағытланған тезлениў береди. Усының нәтийжесинде суў жағаға қарай базы бир тезлик алады ҳәм дәрьяның оң жағасына басым түсиреди.

Ўақыттың өтиўи менен (көп жыллар даўамында) Әмиўдәрьяның шығыс тәрепке қарай жылжыўының, шығыс тәрепте жайласқан көп орынлардың суў алыўының себеби Кориолис күшиниң екинши қураўшысы болған $-2m\left[\boldsymbol{\omega}_v, \mathbf{v}_g'\right]$ шамасының тәсири болып табылады.

Кориолис күшиниң екинши қураўшысы $-2m\left[\boldsymbol{\omega}_v, \mathbf{v}_g'\right]$ ниң тәсириниң ең әҳмийетли көриниўлериниң бири маятниктиң тербелис тегислигиниң Жерге салыстырғандағы бурылыўы болып табылады.

Фуко маятниги. Кориолис күшиниң горизонт бойынша бағдарланған қураўшысы тәсир ететуғын маятникти қарайық. Маятниктиң горизонт бағытындағы тегисликтеги проекциялары 21-5 сүўретте келтирилген. Алынған иймекликлердиң ҳәр қыйлы болыў себеплери бтөмендегидей болып түсиндириледи:

Егер маятник тең салмақлық аўҳалынан аўыстырылған болса ҳәм Жер менен бирге қозгалатуғын бақлаўшыга салыстырғанда ноллик дәслепки тезлик пенен жиберилсе, онда ол (маятник) тең салмақлық орайына қарай қозғала баслайды. Бирақ Кориолис күши оны оң тәрепке қарай аўыстырады ҳәм сонлықтан маятник орайлық ноқат арқалы өтпейди. Нәтийжеде маятниктиң материаллық ноқатының проекциясы 21-5 а сүўретте көрсетилгендей иймекликлер бойынша қозғалады.

Бирақ маятникти басқа усыл менен қозғалысқа келтириў мүмкин. Бул усылда маятникке тең салмақлық ҳалында турғанда тезлик бериледи. Оның қозғалысының барысы өзгереди. Орайдан қашықлағанда Кориолис күши маятникке оң тәрепке бағытланған күш пенен тәсир етеди. Ал кейинге қайтарда күштиң бағыты қарама-қарсы бағытқа өзгереди ҳәм усының салдарынан маятник тең салмақлық ноқаты арқалы өтеди. Нәтийжеде маятниктиң материаллық ноқатының проекциясы 21-5 b сүўретте көрсетилгендей иймекликлер бойынша қозғалады.

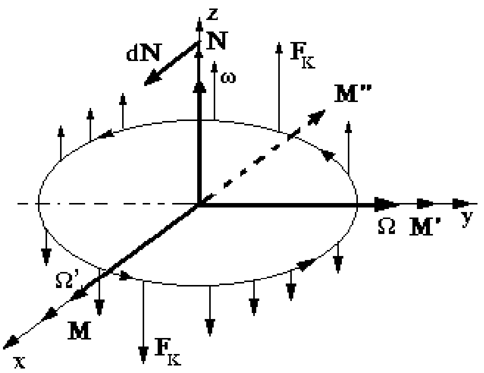
Бир тербелис даўамында маятниктиң алатуғын аўысыўының көп емес екенлиги тәбийий. Сонлықтан үлкен аўытқыўды маятниктиң көп сандағы тербелислери барысында алыў мүмкин.

Фуко маятнигиниң тербелислерин қозғалмайтуғын жулдызларға салыстыргандағы инерциал координаталар системасында да қарап шығыўға болады. Қозгалмайтуғын жулдызларға салыстырғанда маятниктиң тербелис тегислиги өзиниң аўҳалын өзгертпейди. Жердиң өз көшери дөгерегинде айланыўынан маятниктиң тербелиў тегислигиниң аўҳалы Жердиң бетине салыстырғанда өзгереди. Бул өзгерис Фуко маятниги жәрдеминде анықланады. Жердиң полюслеринде бул өзгеристи көз алдыға келтириў аңсат. Жер бетиндеги ықтыярлы алынған орынларда бундай тәжирийбелерди ислеў бираз қыйынырақ.

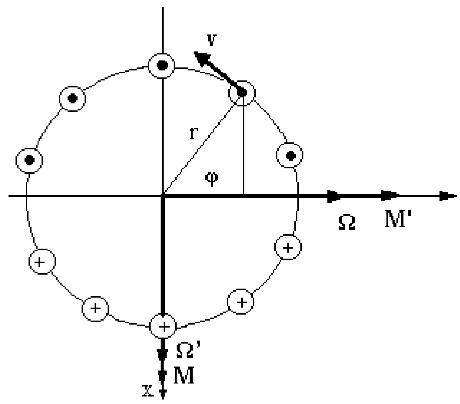
Маятниктиң тербелис тегислигиниң мүйешлик тезлиги $\boldsymbol{\omega}_v$. Сонлықтан Жер шары полюсында толық бир айланыў бир суткада, ал φ кеңлигинде $1/\sin\varphi$ суткада толық бир айланады. Ал экваторда Фуко маятнигиниң тербелис тегислиги айланбайды.

Гироскоплық күшлер. 21-параграфта гироскоплардың қозғалысы талқыланады. Биз бул жерде гироскоплық күшлер тәбиятын талқылаймыз. Бул күшлер тәбияты жағынан Кориолис күшлери болып табылады.

Мейли 21-6 сүўретте көрсетилгендей мүйешлик тезлиги z көшери менен бағытлас болған айланыўшы диск берилген болсын. Диск массасы m болған материаллық ноқатлардан турсын. Дискке x көшериниң оң мәнислери тәрепине қарай бағытланған **M** күш моменти түсирилсин. Усы моменттиң тәсиринде диск x көшери дөгерегинде базы бир $\mathbf{\Omega}'$ мүйешлик тезлиги менен айлана баслайды. Нәтийжеде қозғалыўшы ноқатларға $\mathbf{F}_K = -2m\left[\mathbf{\Omega}', \mathbf{v}'\right]$ шамасына тең Кориолис күши тәсир ете баслайды. Бул күшлер y көшери бағытында күш моментин пайда етеди. Өз гезегинде бул күш моменти бул көшер дөгерегинде дискти мүйешлик тезлиги $\mathbf{\Omega}$ болған тезлик пенен айландыра баслайды. Усының нәтийжесинде **N** импульс моменти векторы **M** векторы бағытында қозғалады, яғный сырттан түсирилген моменттиң тәсиринде гироскоптың көшериндей болып прецессиялық қозғалыс жасайды. Сонлықтан да ***гироскоплық күшлер Кориолис күшлери болып табылады*** деп жуўмақ шығарамыз.



21-6 сүўрет. Гироскоплық күшлер Кориолис күшлериниң салдарынан пайда болады.



21-7 сүўрет. Кориолис күши моментин есаплаўға арналған схема.

Гироскопиялық күшлердиң пайда болыўын толығырақ талқылаў ушын Кориолис күшин есаплаймыз. 21-7 сүўретте қозғалыўшы дисктиң ноқатларының z көшериниң оң тәрепиндеги тезликлериниң таркалыўы көрсетилген. y көшериниң жоқарысында дисктиң ҳәр қыйлы ноқатларында Кориолис күшлери сызылмаға перпендикуляр ҳәм бизге қарай бағытланған. Ал y көшеринен төменде бизден қарама-қарсы тәрепке қарай бағытланған. Буннан кейин $\mathbf{F}_K = -2m\left[\mathbf{\Omega}', \mathbf{v}'\right]$ ҳәм $v' = \omega r$ екенлиги есапқа алған ҳалда (r, φ) ноқатындағы Кориолис күши ушын төмендеги аңлатпаны жазамыз:

$$\mathbf{F}_K = 2m\,\Omega'\,v'\sin\varphi = 2m\,\Omega'\,\omega\, r\sin\varphi. \quad (21.20)$$

Сонлықтан Кориолис күшиниң y көшерине салыстырғандағы моменти ушын усындай формуланы аламыз:

$$M_y' = 2m\,\Omega'\,\omega\, r^2 \sin^2\varphi. \quad (21.21)$$

Толық бир айланыў барысындағы $\sin^2\varphi$ функциясының орташа мәнисиниң $1/2$ ге тең екенлигин есапқа алып $\left(\left\langle \sin^2\varphi \right\rangle = 1/2\right)$

$$\left\langle M_y' \right\rangle = m\, r^2\ \ \Omega'\, \omega = T\, \Omega' \tag{21.22}$$

екелигине ийе боламыз. Бул аңлатпада $m\, r^2 = I$ екенлиги есапқа алынған (I арқалы айланыў көшерине салыстырғандағы материаллық ноқаттың инерция моменти белгиленген). Ал $N = I\, \omega$ сол көшерге салыстырғандағы айланыўшы ноқаттың импульс моменти. Егер дисктиң барлық ноқатлары бойынша суммаласақ, онда (21.22)-формула өзгермейди, ал $\left\langle M_y' \right\rangle$ дегенимизде дискке тәсир ететуғын y көшерине салыстырғандағы Кориолис күшиниң толық моментин түсиниў керек болады. Бул жағдайда N шамасы дисктиң импульс моментин билдиреди. 21-6 сүўреттен көринип турганындай Кориолис күшлери x көшерине салыстырғандағы күшлердиң моментин пайда етеди. Бирақ бул моментлердиң қосындысы нолге тең ҳәм сонлықтан оларды есапқа алмаўға болады.

$\left\langle M_y' \right\rangle$ күшлер моментиниң тәсиринде диск y көшериниң дөгерегинде айлана баслайды. Жоқарыдағыдай бул айланыс x көшерине салыстырғандағы бағыты дәслеп түсирилген күшлер моментине қарама карсы болған Кориолис күшлериниң моментиниң пайда болыўына алып келеди. x көшерине салыстырғанда пайда болған Кориолис күшлериниң моменти сырттан түсирилген моментке тең болғанша айланыўдың мүйешлик тезлиги өседи. Буның ушын (21.22) ге сәйкес

$$M = N\, \Omega \tag{21.23}$$

теңлигиниң орынланыўы шәрт. Бул аңлатпада M арқалы x көшерине салыстырғандағы сыртқы күшлердиң моменти, $\mathbf{\Omega}$ арқалы дисктиң y көшери дөгерегиндеги айланыўының мүйешлик тезлиги белгиленген. Солай етип x көшерине салыстырғандағы күшлер моменти усы көшер дөгерегинде дисктиң айланыўына алып келмейди, ал y көшери бөгерегиндеги айланыўды болдырады. 21-7 сүўретте көринип турғанындай $\mathbf{N}$ векторының ушы $\mathbf{M}$ векторының бағытында қозғалады. $\Omega = \dfrac{d\,\alpha}{d\,t}$, $N = N\, d\alpha$ екенлигин есапка алып (21-6 сүўретте қараңыз) (21.23)-аңлатпаны $M = \dfrac{dN}{d\,t}$ түринде ямаса 21-6 сүўретте көрсетилген векторлардың кеңисликтеги бағытларын есапқа алып векторлық формада былайынша көширип жазыў мүмкин:

$$\frac{d\,\mathbf{N}}{d\,t} = \mathbf{M}\,. \tag{21.24}$$

Бул моментлер теңлемеси болып табылады. Усы теңлеме жәрдеминде гироскоплардың қозғалыслары толық талқыланады.

Солай етип мыналарды айтыў мүмкин: ***Гироскоптың көшериниң прецессиялық қозғалысы Кориолис күшлериниң тәсиринде жүзеге келеди. Прецессия толық орнағанда гироскоптың көшериниң қозғалысының мүйешлик тезлиги Кориолис күшлериниң моментиниң пайда болыўына алып келеди. Бул моменттиң шамасы гироскопқа тәсир ететуғын сыртқы күшлердиң моментине тең, бирақ қарама-қарсы бағытланып теңликти сақлап турады***.

Кориолис күши инерция күши сыяқлы Кориолис тезлениўине қарама-қарсы бағытланған ҳәм денеге тәсир етеди.

Мүйешлик тезлениўди қураўшыларға жиклеў сол мүйешлик тезликтиң векторлық тәбияты менен байланыслы.

Сораўлар:

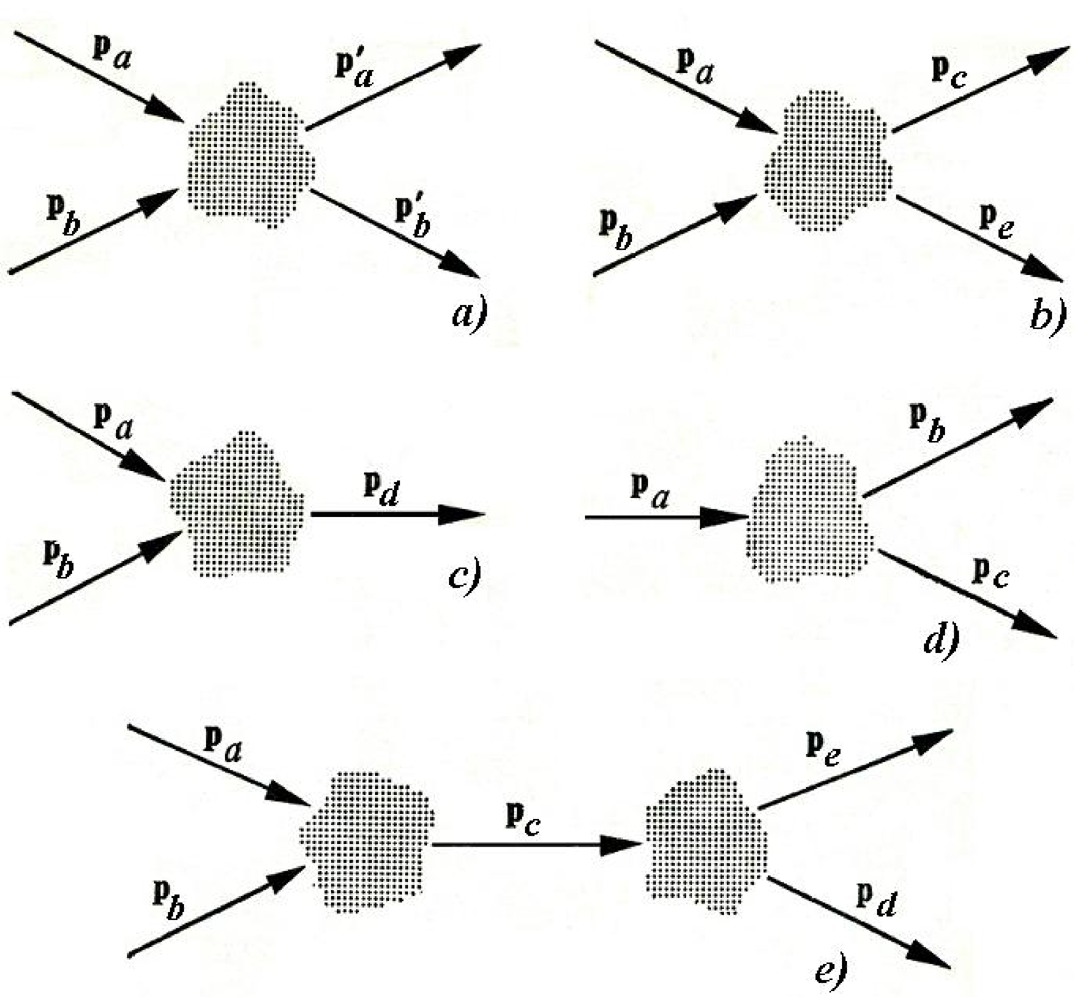
1. Айланыўшы инерциал емес координаталар системасында қандай инерция күшлери пайда болады?
2. Кориолис күшиниң пайда болыўына қандай факторлар алып келеди?
3. Кориолис күшлери жумыс ислейме?
4. Орайдан қашыўшы күшлер жумыс ислейме?

22-§. Соқлығысыўлар

Соқлығысыў процесслериниң тәриплемеси. Соқлығысыў процессин диаграммалар жәрдеминде сүўретлеў. Соқлыўғысыўлардағы сақланыў нызамлары. Серпимли ҳәм серпимли емес соқлығысыўлар. Нейтронларды әстелетиў. Фотонлардың жутылыўы ҳәм шығарылыўы. Табылдырық ҳәм активация энергиясы. Элементар бөлекшелер арасындағы реакциялар.

Соқлығысыў процесслериниң тәриплемеси. **Физикадағы соқлығысыў түсинигиниң анықламасы**. Тәбиятта бақланатуғын ең улыўмалық қубылыслардың бири материаллық денелердиң бир бири менен тәсирлесиўи болып табылады. Бильярд шарлары бир бирине жақынласып тийискенде бир бири менен тәсирлеседи. Усының нәтийжесинде шарлардың тезлиги, олардың кинетикалық энергиялары ҳәм улыўма жағдайда олардың ишки ҳалы (мысалы температурасы) өзгереди. Шарлардың усындай тәсирлесиўи ҳаққында айтқанда олардың соқлығысыўы деп айтады.

Бирақ соқлығысыў түсиниги тек материаллық денелердиң тиккелей тийисиўи менен жүзеге келетуғын тәсирлесиўине ғана тийисли емес. Әлемниң түпкирлеринен ушып келген (Қуяш системасының сыртынан) ҳәм Қуяшқа жақын аралықлардан өткен комета өзиниң тезлигин өзгертеди ҳәм басқа бағытта қайтадан Әлемниң алыс түпкирлерине ушыўын даўам етеди. Бул процессте тәсирлесиўдиң тийкарында тартылыс күшлери жатады ҳәм Қуяш пенен кометаның бир бирине тиккелей тийисиўи орын алмаса да соқлығысыў болып табылады. Биз усы жағдайды да соқлығысыў деп қарай алыўымыздың тийкарында Қуяш пенен кометаның тәсирлесиўиниң өзине тән өзгешелиги соннан ибарат, усы тәсирлесиў орын алған кеңислик областы салыстырмалы түрде киши. Кометаның тезлиги Қуяш системасы областы ишинде сезилерликтей өзгериске ушырайды. Бул область Жердеги масштабларға салыстырғанда жүдә үлкен, бирақ астрономиялық масштабларға салыстырғанда (мысалы жулдызлар арасындағы областларға салыстырғанда) жүдә киши. Сонлықтан кометаның Қуяш пенен соқлығысыў процесси мына түрге ийе болады: Комета дәслеп оғада үлкен аралықларды Қуяш пенен тәсир етиспей туўры сызық бойынша өткен, буннан кейин Қуяштың әтирапындағы жүзлеген миллион километрлер менен өлшенетуғын салыстырмалы киши областта комета менен Қуяштың өз-ара тәсирлесиўи орын алады. Усының нәтийжесинде кометаның тезлиги ҳәм басқа да характеристикалары өзгереди ҳәм буннан кейин комета Әлемниң түпикирлерине Қуяш пенен сезилерликтей тәсирлеспей дерлик туўры сызықлы орбита бойынша қайтадан жол алады.



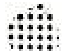
22-1 сүўрет. Ҳәр қыйлы соқлығысыў процесслериниң диаграммалары.

Екинши бир мысал ретинде протонның атом ядросы менен соқлығысыўын қарап өтиўге болады. Олар арасындағы қашықлық үлкен болғанда протон да, ядро да бир бири менен тәсирлеспей (әлбетте бир бирине сезилерликтей тәсир етпей деген сөз) тең өлшеўи ҳәм туўры сызықлы траекториялар бойынша қозғалады. Жеткиликли дәрежеде киши қашықлықларда Кулон күшлери сезилерликтей мәниске жетеди ҳәм ийтерисиўдиң салдарынан протон менен ядроның тезликлери өзгереди. Нәтийжеде электромагнит майданы квантларының пайда болыўы ямаса олардың энергиялары жеткиликли муғдарда үлкен болған жағдайларда басқа бөлекшелердиң (мысалы мезонлардың) пайда болыўы ямаса ядроның бөлиниўи мүмкин. Сонлықтан кеңисликтиң салыстырмалы киши болған областында орын алатуғын усындай тәсирлесиўдиң салдарынан ең әпиўайы жағдайда протон менен ядро соқлығысыўдан бурынғы тезликлерине салыстырғанда басқа тезликлер менен қозғалатуғын болады, басқа жағдайларда электромагнит нурланыўдың бир неше квантлары пайда болады, улыўмаластырып айтқанда базы бир басқа бөлекшелер пайда болады.

Жоқарыда келтирилген мысаллар төмендегидей анықламаны келтирип шығарыўға мүмкиншилик береди:

Соқлығысыў деп еки ямаса оннан да көп материаллық бөлекшелердиң, басқа да денелердиң өз-ара тәсирлесиўлерине айтамыз. Бул тәсирлесиўлер кеңисликтиң салыстырмалы киши областында ҳәм салыстырмалы киши ўақыт аралығында болып өтип, кеңисликтиң бул областы менен ўақыттың усы аралығының сыртында сол денелер менен бөлекшелердиң дәслепки ҳаллары ҳәм тәсирлесиўден кейинги тәсирлесиў орын алмайтуғын жағдайлардағы ҳаллары ҳаққында айтыўға болады.

Механикада соқлығысыўға қатнасатуғын денелер, бөлекшелер импульске, импульс моментине ҳәм энергияға ийе болады ҳәм процесстиң өзи усы шамалардың өзгериўине алып келеди. Бөлекшелер энергия ҳәм импульс алмасады деп айтыўға болады. Егер соқлығысыўдың ақыбетинде жаңа бөлекшелер пайда болса ямаса соқлығысыўға шекем бар болған бөлекшелердиң базы биреўлери жоғалса, онда энергия менен импульсты алып жүриўшилер алмасты деп есаплаймыз.

Соқлығысыў процесслерин диаграммалар жәрдеминде сүўретлеў. Ҳәзирги ўақытлары соқлығысыў процесслерин диаграммалар түринде көрсетиў кеңнен қабыл етилген (солардың бири 22-1 сүўретте келтирилген). Соқлығысыўға қатнасатуғын бөлекшелер менен денелер олардың импульсларының векторлары менен сәўлелендириледи. Бул диаграммаларда соқлығысыўлар болып өтетуғын область қандай да бир символлық сүўретке ийе болады (22-1 сүўретте бул область  түринде белгиленген). Бөлекшелердиң соқлығысыўға шекемги импульслери усы областқа қарай, ал соқлығысыўдан кейинги импульслери усы областтан сыртқа қарай бағытланады. Әлбетте соқлығысыў процесслериниң оғада көп санлы болған түрлери бар. 22-1 сүўретте солардың ишинде ең көп ушырасатуғынлары көрсетилген. 22-1a сүўрет импульслары $\mathbf{p}_a$ ҳәм $\mathbf{p}_b$ болған a ҳәм b бөлекшелериниң соқлығысыўына сәйкес келеди. Соқлығысыўдан кейин сол бөлекшелердиң өзлери қалған, бирақ олардың импульслери соқлығысыўдың нәтийжесинде $\mathbf{p}_a{}'$ ҳәм $\mathbf{p}_b{}'$ шамаларына тең болған. Бирақ соқлығысыўдың нәтийжесинде a ҳәм b бөлекшелериниң орнына еки c ҳәм e бөлекшелериниң (22-1 b сүўрет) ямаса бир d бөлекшесиниң пайда болған болыўы мүмкин (22-1 c сүўрет). Соның менен бирге қандай да бир процесстиң нәтийжесинде бөлекшениң ишинде ол басқа еки b ҳәм c бөлекшелерине бөлине алады (22-1 d сүўрет). Барлық ақылға муўапық келетуғын соқлығысыў диаграммаларын көрсетип отырыўдың зәрүрлиги жоқ. Сонлықтан енди тек бир диаграмманы көрсетемиз. Бул диаграммада аралықлық хал пайда болады (22-1 e сүўрет). Бул жағдайда соқлығысыў процесси еки басқыштан турады: Соқлығысыўдың нәтийжесинде дәслеп a ҳәм b бөлекшелеринен аралықлық бөлекше деп аталатуғын c бөлекшеси пайда болады. Буннан кейин бул c бөлекшеси a ҳәм d бөлекшелерине бөлинеди. Улыўма жағдайда сол a ҳәм d бөлекшелери дәслепки a ҳәм b бөлекшелери менен бирдей болыўы да, соның менен бирге пүткиллей басқа бөлекшелер де болыўы мүмкин. Солай етип бул процесстиң ең кейинги нәтийжеси 22-1 a ҳәм 22-1 b сүўретлерде көрсетилген жағдайларға эквивалент. Бирақ аралықлық ҳаллардың бар болыўы процесстиң жүриўине әдеўир тәсир жасайды.

Соқлығысыўлардағы сақланыў нызамлары. Соқлығысыў процесслери көпшилик жағдайларда жүдә қурамалы процесслер болып табылады. Мысал ретинде еки бильярд шарының соқлығысыўын қараймыз (22-1 a сүўрет). Шарлар бир бирине тийискенде деформация пайда болады. Усының нәтийжесинде кинетикалық энергияның бир бөлими деформацияның потенциал энергиясына өтеди. Буннан кейин серпимли деформация энергиясы қайтадан кинетикалық энергияға өтеди. Бирақ бул өтиў толығы менен әмелге аспайды. Қалған энергия шарлардың ишки энергиясына өтип, нәтийжеде шарлар қызады. Усының менен шарлардың бетиниң абсолют тегис емес екенлигин умытпаўымыз керек ҳәм усының салдарынан шарлар тийискенде сүйкелис күшлери пайда болады. Бул сүйкелис күшлери биринщиден энергияның бир бөлиминиң ишки энергияға айланыўына (шарлардың температураларының жоқарылаўына) алып келеди, екинщиден шарлардың айланыўына белгили бир тәсир етеди. Солай етип ҳәтте ең әпиўайы жағдайда да соқлығысыў процесси жүдә қурамалы процесс болып табылады деп жуўмақ шығарамыз.

Бирақ ***соқлығысыў процессинде бизди соқлығысыў процессиниң өзи емес, ал соқлығысыўдың нәтийжеси қызықтырады***. Соқлығысыўға шекемги жағдай (ҳал) ***басланғыш***, ал соқлығысыўдан кейинги жағдай ***ақырғы*** жағдай деп аталады. Баслангыш ҳәм ақырғы ҳалларды тәриплейтуғын шамалар арасында тәсирлесиўдиң дәл характеринен ғәрезли болмаған белгили бир қатнаслар орын алады. Бул қатнаслардың бар болыўы соқлығысыўға қатнасыўшы бөлекшелердиң изоляцияланған системаны пайда ететуғынлығынан ҳәм усыған байланыслы олар ушын энергияның, импульстиң ҳәм импульс моментиниң сақланыў нызамының орынлы болатуғынлығына байланыслы. Демек бөлекшениң басланғыш ҳәм ақырғы ҳалларын тәриплейтуғын шамалар арасындағы қатнаслар соқлығысыўда энергияның, импульстиң ҳәм импульс моментиниң сақланыў нызамлары арқалы аңлатылады екен.

Сақланыў нызамлары өзинше соқлығысыўдың нәтийжесинде қандай процесслердиң жүретуғынлығын көрсете алмайды. Бирақ соқлығысыўдың нәтийжесинде нениң болып өтетуғынлығы белгили болса, онда нениң болатуғынлығын талқылаўды сақланыў нызамлары әдеўир аңсатластырады.

Бөлекшелер соқлығысатуғын областта қандай қубылыслардың болып өтетуғынлығы бизди қызықтырмайды. Биз ушын тек бөлекшелердиң соқлығысыўға шекемги ҳәм соқлығысыўдан кейинги характеристикалары арасындағы қандай байланыстың бар екенлигин билиў мәселеси ғана әҳмийетли.

Импульстиң сақланыў нызамы. Ҳәр қыйлы бөлекшелердиң соқлығысыўға шекемги импульслерин $\mathbf{p}_i$ арқалы белгилеймиз ($i = 1, 2, 3, ..., n$). Соқлығысыўдан кейинги олардың импульсин $\mathbf{p}_j'$ арқалы белгилейик ($j = 1, 2, 3, ..., n$). Жабық системаның импульси сақланатуғын болғанлықтан биз

$$\sum_{i=1}^{n} \mathbf{p}_i = \sum_{j=1}^{k} \mathbf{p}_i' \tag{22.1}$$

Соқлығысыўдан алдыңғы ҳәм соқлығысыўдан кейинги бөлекшелердиң санының да, сортының да ҳәр қыйлы болатуғынлығы өз-өзинен түсиникли деп есаплаймыз.

Энергияның сақланыў нызамы. Соқлығысыўлар процесслерине энергияның сақланыў нызамын қолланыў импульстиң сақланыў нызамын қолланғанға қарағанда әдеўир қурамалы. Себеби 15-параграфта сақланыў нызамлары ҳаққында гәп етилгенде олар тек механикалық системалар ушын қолланылды. Сонлықтан релятивистлик емес жағдайларда кинетикалық ҳәм потенциал энергиялар есапқа алынды, ал релятивистлик бөлекшелер динамикасын қараганымызда денелердиң тынышлық энергиясы болған $E = mc^2$ шамасының есапқа алыныўының кереклиги атап өтилди. Бирақ энергияның басқа да түрлериниң бар екенлигин итибарға алыў керек болады. Мысалы жоқарыда айтылғандай бильярд шарлары соқлығысқанда олардың азмаз да болса қызыўы орын алады. Сонлықтан соқлығысқаннан бурынғы кинетикалық энергиялардың қосындысы соқлығысқаннан кейинги кинетикалық энергиялардың қосындысына тең болмайды, яғный кинетикалық энергия сақланбайды. Оның бир бөлими жыллылық пенен байланысқан дененің ишки энергиясына өтеди. Ишки энергияның басқа да түрлери бар. Шарды қураўшы бөлекшелердиң өз-ара потенциал энергиялары да ишки энергияға киреди. Сонлықтан соқлығысыў процессине энергияның сақланыў нызамын қолланыў ушын сол соқлығысыўға қатнасатуғын бөлекшелердиң ишки энергияларын да есапқа алыў керек болады. Бирақ соқлығысыўшы бөлекшелер арасындағы потенциал энергияны есапқа алыўдың кереги болмайды, себеби басланғыш ҳәм ақырғы ҳалларда сол бөлекшелер өз-ара тәсир етиспейди деп есапланады. Бөлекшелердиң ишки энергиясын E_{ishki} ҳәм денениң илгерилемели қозғалысының кинетикалық энергиясын E_{kin} арқалы белгилесек соқлығысыўдағы энергияның сақланыў нызамын былайынша жазамыз:

$$\sum_{i=1}^{n}\left(E_{ihki,i}+E_{kin,i}\right)=\sum_{j=1}^{k}\left(E'_{ihki,j}+E'_{kin,j}\right). \tag{22.2}$$

Айланбалы қозғалыстың кинетикалық энергиясын ишки энергияға киригизиўге болатуғынлығын атап өтемиз.

Релятивистлик жағдайда (22.2)-теңлемениң түри әдеўир әпиўайы. Себеби бундай жағдайдағы ***толық энергия***

$$E=\frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \tag{16.13}$$

өз ишине кинетикалық энергияны да, ишки энергияның барлық формалары киретуғын тынышлықтығы энергияны да алады. Сонлықтан релятивистлик жағдайда (22.2) былайынша жазылады:

$$\sum_{i=1}^{n}E_i=\sum_{j=1}^{k}E'_j \tag{22.3}$$

Бул аңлатпада

$$E_i=\frac{m_i c^2}{\sqrt{1-v_i^2/c^2}} \tag{22.3a}$$

Солай етип (22.3a) ны есапқа алып (22.3) ти былайынша көширип жазамыз:

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{m_i}{\sqrt{1-v_i^2/c^2}}=\sum_{j=1}^{k}\frac{m'_j}{\sqrt{1-v'^2_j/c^2}} \tag{22.4}$$

Импульс моментиниң сақланыў нызамы. Импульс моментиниң сақланыў нызамын қолланғанда барлық денелердиң ҳәм болекшелердиң ишки импульс моментине ийе бола алатуғынлығын еске алыў керек. Денелерде импульс моменти айланыў менен байланыслы. Ал микробөлекшелер болса (электронлар, протонлар, нейтронлар, басқа элементар бөлекшелер, атом ядролары ҳәм тағы басқалар) ***спин*** деп аталатуғын ишки импульс моментине ийе болады. Соқлығысыўларда бөлекшениң ишки импульс моменти сыпанында спинниң есапқа алыныўы керек. Егер биз $\mathbf{M}_i$ арқалы соқлығысыўға қатнасатуғын бөлекшелердиң импульс моментин, ал $\mathbf{M}_{iski,i}$ арқалы олардың ишки моментлерин белгилесек, онда соқлығысыўдағы импульс моментиниң сақланыў нызамын

$$\sum_{i=1}^{n}\left(\mathbf{M}_i+\mathbf{M}_{ishki,i}\right)=\sum_{j=1}^{k}\left(\mathbf{M}'_j+\mathbf{M}'_{ishki,j}\right) \qquad (22.5)$$

түринде жаза аламыз.

Серпимли ҳәм серпимли емес соқлығысыўлар. Тәсирлесиўдиң нәтийжесинде бөлекшелердиң ишки энергияларының өзгериўлерие байланыслы соқлығысыўлар ***серпимли*** ҳәм ***серпимли емес*** болып екиге бөлинеди.

Егер соқлығысыўға қатнасатуғын бөлекшелердиң ишки энергиялары өзгермейтуғын болса соқлығысыў серпимли, ал ишки энергиялары өзгерсе соқлығысыў серпимли емес деп аталады.

Мысалы егер бильярд шарлары соқлығысыўдың нәтийжесинде азмаз қызатуғын болса онда соқлығысыў серпимли емес соқлығысыў болып табылады. Ал егер бильярд шарлары жеткиликли дәрежеде жақсы серпимли материалдан исленген болса (мысалы пил сүйегинен), онда шарлардың кызыўын есапқа алмаўға болады ҳәм бул жағдайда соқлыгысыўды жеткиликли дәлликте серпимли деп есаплаймыз. Гейпара жағдайларда абсолют серпимли соқлығысыўлар ҳаққында айтады. Бул жағдайда соқлығысатуғын бөлекшелердиң ишки энергиялары абсолют дәл өзгериссиз калады. Сондай-ақ абсолют серпимли емес соқлығысыўлар ҳаққында да гәп етиледи. Бул жағдайда болса барлық энергия бөлекшелердиң ямаса денелердиң ишки энергияларына толығы менен айланады. Мысалы жумсақ материалдын исленген массалары ҳәм тезликлериниң абсолют мәнислери бирдей болған еки дене туўрыдан туўры соқлығысса (бундай соқлығысыўды ***маңлай соқлығысыўы*** деп атаймыз) тыныш турған бир денеге айланады. Усындай соқлығысыў абсолют серпимли емес соқлығысыў болып табылады.

Массалар орайы системасы. Егер соқлығысыўларды массалар орайы системасында жүзеге келтирсек мәселени шешиў әдеўир аңсатласады. Бундай системада энергияның сақланыў нызамы (22.3) түринде, ал импульс моментиниң сақланыў нызамы (22.5) түринде жазылады. Ал анықлама бойынша массалар орайы системасында бөлекшелердиң импульслериниң қосындысы нолге тең болатуғынлығына байланыслы импульстың сақланыў нызамы әдеўир әпиўайы түрде былайынша

$$\sum_{i=1}^{n}\mathbf{p}_i=\sum_{j=1}^{k}\mathbf{p}'_j=0 \qquad (22.6)$$

жазылады.

Серпимли соқлығысыўлар. **Еки бөлекшениң релиятвистлик емес жағдайдағы соқлығысыўы**. Соқлығысыўға шекем бөлекшелердиң биреўи (мысалы екиншиси, яғный $\mathbf{p}_2=0$) тынышлықта туратуғын координаталар системасын таңлап аламыз. Бундай жағдайда энергия менен импульстиң сақланыў нызамлары былайынша жазылады:

$$\frac{p_1^2}{2m_1}=\frac{p'^2_2}{2m'_1}+\frac{p'^2_2}{2m_2}, \qquad (22.7)$$

$$\mathbf{p}_1=\mathbf{p}'_1+\mathbf{p}'_2 \qquad (22.8)$$

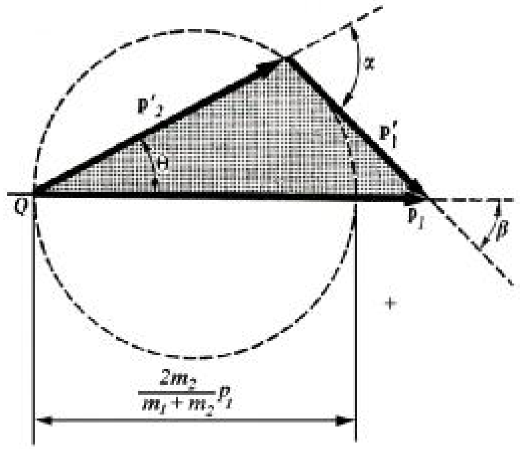
Бул аңлатпаларда кинетикалық энергия импульс арқалы жазылған $\left[\frac{mv^2}{2}=\frac{p^2}{2m}\right]$ ҳәм соқлығысыўда ишки энергияның өзгермейтуғынлығы есапқа алынған. (22.8) теңлемесин $\mathbf{p}'_1=\mathbf{p}_1-\mathbf{p}'_2$ түринде (28.2) ге көширип жазып

$$\left(\mathbf{p}_1,\mathbf{p}'_2\right)=\mathbf{p}'^2_1\frac{\left(m_1+m_2\right)}{2m_2} \qquad (22.9)$$

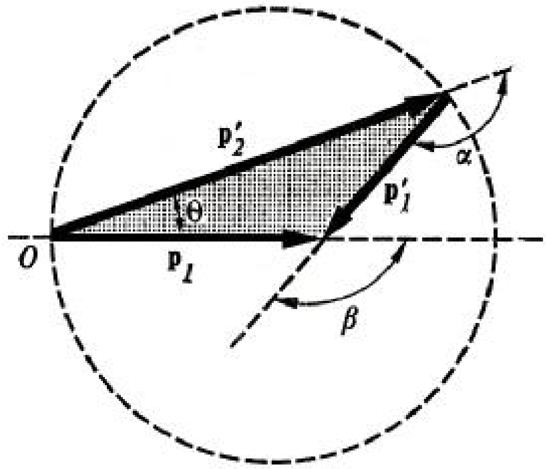
екенлигин табамыз. $\mathbf{p}_1$ менен $\mathbf{p}'_2$ арасындағы мүйешти θ арқалы белгилеймиз. Сонлықтан $\left(\mathbf{p}_1,\mathbf{p}'_2\right)=p_1p'_2\cos\theta$. Енди (22.9) дан p'_2 ушын мәселени толық шешиўге мүмкиншилик беретуғын мынадай аңлатпа аламыз:

$$p'_2=2\frac{m_2}{m_1+m_2}p_1\cos\theta. \qquad (22.10)$$

Енди нәтийжени тәриплеў мүмкин болған әпиўайы геометриялық қурылма дүземиз. Базы бир O ноқатынан ушып келиўши бөлекшениң импульсын сүўретлейтуғын $\mathbf{p}_1$ векторын жүргиземиз (22-2 сүўрет). Буннан кейин радиусы $2\frac{m_2}{m_1+m_2}p_1$ шамасына тең ҳәм O ноқатынан өтиўши, орайы $\mathbf{p}_1$ векторы бағытында орналасқан шеңбер жүргиземиз. Шеңбердиң диаметри бир тәрепи ҳәм шеңбердиң ишинде болған үш мүйешликтиң бир мүйеши $\pi/2$ ге тең болғанлықтан O ноқатынан басланатуғын ҳәм шаңбердиң бойында питетуғын барлық кесиндилер (22.10) ды қанаатландырады. Демек бул кесиндилер соқлығысқанға шекем тынышлықта турған бөлекшениң соқлығысқаннан кейинги импульсиниң мәнисин береди. Импульстиң сақланыў нызамы болған (22.8)-теңлемеден келип түсиўши (тыныш турған бөлекшеге келип соқлығысатуғын) бөлекшениң импульсиниң 22-2 сүўретте көрсетилген қурылманың жәрдеминде берилетуғынлығы келип шығады. Соқлығысыўдан кейин еки бөлекшениң импульслери арасындағы мүйеш α ға тең. β мүйеши болса соқлығысыўшы бөлекшениң соқлығысқаннан кейинги бағыты менен соқлығысқанға шекемги бағыты арасындағы мүйеш. Тек геометриялық жол менен $\mathbf{p}'_1$ шамасын табыў да қыйын емес. Солай етип соқлығысыўды тәриплеўши барлық шамалар анықланды. 22-2 сүўретте $2\frac{m_2}{m_1+m_2}<1$ болған жағдай (яғный $m_1>m_2$ болған жағдай, ушып келиўши бөлекшениң массасы тыныш турған бөлекшениң массасынан үлкен, тыныш турған бөлекшени ендигиден былай ***нышана*** деп атаймыз) сүўретленген. 22-2 сүўретте ***соқлығысыўдан кейинги еки бөлекшениң импульслери арасындағы мүйеш*** α ***шамасының мәнисиниң*** $\pi/2$ ***ден*** 0 ***ге шекем өзгеретуғынлығы көринип тур.*** $\mathbf{p}'_1$ ***импульсиниң максималлық мәниси нышана соқлығысыўдан кейин ушып келиўши бөлекшениң бағытына дерлик перпендикуляр бағытта қозғалғанда жетисиледи. Соның менен бирге ушып келиўши бөлекшениң бағытын қәлеген бағытқа өзгерте алмайтуғынлығын атап өтемиз***. Максималлық мәниске ийе β_{max} мүйеши бар болады. Бөлекшелер усы мүйештен үлкен мүйешке бағытын өзгерте алмайды. Бул мүйештиң шамасы 22-2 сүўреттен тек $\mathbf{p}'_1$ векторы шеңберге тийетуғын жағдайда ғана алынатуғынлығы көринип тур.



22-2 сүўрет. Массалары $m_1 > m_2$ болған еки бөлекшениң соқлығысыў мәселесин шешиўге арналған схема.



22-3 сүўрет. Массалары $m_1 < m_2$ болған еки бөлекшениң соқлығысыў мәселесин шешиўге арналған схема.

22-3 сүўретте нышананың массасы ушып келиўши бөлекшениң массасынан үлкен болған жағдай ($m_2 > m_1$) сәўлеленген. Сүўретте көринип турғанындай ***соқлығысқаннан кейинги бөлекшелердиң бир бирине салыстырғандағы ушып кетиў бағытлары арасындағы мүйеш*** $\pi/2 < \alpha < \pi$ ***шеклеринде өзгереди. Келип соқлығысыўшы бөлекшениң бағытын өзгертиў мүйеши*** β ***нолден*** π ***ге шекем, яғный бөлекше көп мүйешке аўытқыў алмайды, ал өзиниң қозғалыс бағытын қарама-қарсы бағытқа өзгерте алады***.

Биз жоқарыда қарап өткен еки жағдайда да соқлығысыўдың характеристикасы θ мүйеши бойынша анықланады екен. Бирақ базы бир айқын жағдайда оның мәниси қандай шамаға тең? Бул сораўға сақланыў нызамлары жууап бере алмайды. Соқлығысыў процессинде орын алатуғын барлық жағдайдар соқлығысыў шәртлерине ҳәм тәсирлесиўдиң өзгешеликлерине байланыслы болады. Сонлықтан ***сақланыў нызамлары соқлығысыў ҳаққадағы мәселени толық шешиўге мүмкиншилик бере алмайды, бирақ соқлығысыўдың тийкарғы өзгешеликлерин таллаўға жәрдем береди***.

Маңлай соқлығысыўы. 22-2 ҳәм 22-3 сүўретлерден $\theta = 0$ болғанда ***тыныш турған бөлекшениң ең үлкен болған импульс алатуғынлығы көринип тур***. Бундай жағдайдағы соқлығысыўды ***маңлай соқлығысыўы*** ямаса ***орайлық соққы*** деп атаймыз. Бундай соқлығысыўға мысал ретинде бильярд шарлары бир бирине қарай олардың орайларын тутастырыўшы туўры бойынша қозғалғандағы соқлығысыўды көрсетиўге болады (инерциал есаплаў системасындағы кеңисликте бул сызық өзиниң бағытын өзгертпеўи керек).

Бул жағдайда (22.10) аңлатпасынан

$$\mathbf{p}'_2 = \frac{2m_2}{m_1 + m_2}\mathbf{p}_1 \qquad (22.11)$$

екенлиги дәрҳәл келип шығады. Екинши бөлекшениң соққыдан кейинги кинетикалық энергиясы $E'_{kin,2} = \frac{p'^2_2}{2m_2}$ биринши бөлекшениң соқлығысыўдан бурынғы кинетикалық энергиясы $E_{kin,1} = \frac{p_1^2}{2m_1}$ арқалы былайынша анықланады:

$$E'_{kin,2} = \frac{4m_1m_2}{(m_1 + m_2)^2} E_{kin,1} \tag{22.12}$$

Бул аңлатпа (22.11)-аңлатпадан тиккелей келип шығады. Бул аңлатпадан ***энергияның бир бөлекшеден екинши бөлекшеге максималлық өтиўи бөлекшелердиң массалары өз-ара тең болғанда*** **(**$m_1 = m_2$**)** ***орын алатуғынлығы келип шығады***. Бул жағдайда

$$E'_{kin,2} = E_{kin,1}, \tag{22.13}$$

яғный биринши бөлекшениң энергиясының барлығы да толығы менен екинши бөлекшеге бериледи. Соқлығысыўдың нәтийжесинде биринши бөлекше тоқтайды. Бул жағдай энергияның сақланыў нызамы болған (22.13) аңлатпасында да, $\mathbf{p}'_2 = \mathbf{p}_1$ түрине ийе болатуғын (22.11)-аңлатпадан да, $\mathbf{p}'_1 = 0$ теңлигине алып келетуғын импульстың сақланыў нызамы менен комбинацияда да көринип тур.

Соқлығысыўшы бөлекшелердиң массалары бир биринен үлкен айырмаға ийе болғанда бөлекшелердиң биринен екиншисие өтетуғын энергияның муғдары жүдә киши болады. (22.12)-аңлатпадан мына теңликлердиң орынлы екенлиги келип шығады:

$$m_1 >> m_2 \text{ болғанда } E'_{kin,2} \approx 4\frac{m_2}{m_1} E_{kin,1}, \tag{22.14a}$$

$$m_2 >> m_1 \text{ болғанда } E'_{kin,2} \approx 4\frac{m_1}{m_2} E_{kin,1} \tag{22.14b}$$

Бул аңлатпаларға итибар берип қарасақ олардың екеўинде де $E'_{kin,2} << E_{kin,1}$ екенлиги көринип тур. Бирақ импульстың берилиўин киши шама деп айта алмаймыз. (22.11) ден $m_1 >> m_2$ болған жағдайда (ушып келиўши бөлекшениң массасы соқлығысыўға шекем тыныш турған бөлекшениң массасынан салыстырмас дәрежеде үлкен) соқлығысыўдан кейин тыныш турған бөлекшениң импульси ушып келген бөлекшениң импульсинен әдеўир киши болады. Ҳақыйқатында да (22.11) аңлатпасынан $m_1 >> m_2$ шәрти орынланғанда

$$\mathbf{p}'_2 \approx \frac{2m_2}{m_1}\mathbf{p}_1$$

аңлатпасын аламыз. Бирақ бул жағдайда еки бөлекшениң тезликлери бир биринен үлкен шамаға парық қылмайды. Себеби $\mathbf{p}'_2 = m_2\mathbf{v}'_2$ ҳәм $\mathbf{p}_1 = m_1\mathbf{v}_1$ екенлигин есапқа алсақ, онда

$$v'_2 = 2v_1$$

теңлигиниң орынланатуғынлығына ийе боламыз.

$m_2 >> m_1$ шәрти орынланғнада биринши бөлекшеден екинши бөлекшеге импульстиң берилиўи әдеўир үлкен болады ($\mathbf{p}'_2 \approx 2\mathbf{p}_1$). Екинши бөлекшениң импульси биринши бөлекшениң импульсинен еки есе үлкен болса да, оның тезлиги биринши бөлекшениң тезлигине салыстырғанда оғада киши ҳәм былайынша жуўық түрде анықланады:

$$\mathbf{v}'_2 \approx \frac{2m_1}{m_2}\mathbf{v}_1 . \tag{22.15}$$

Биринши бөлекшениң тезлигиниң бағыты соқлығысыўдың нәтийжесинде 180 градусқа өзгереди, ал абсолют мәниси бойынша сезилерликтей өзгериске ушырамайды.

Нейтронлардың әстелениўи (нейтронлардың тезлигиниң киширейиўи). Серпимли соқлығысыўдың өзгешеликлери илим менен техникада кеңнен қолланылады. Мысал ретинде нейтронлардың әстелениўин қараймыз. Уран ядролары шама менен өз-ара бирдей болған еки бөлекке бөлингенде бөлиниўдиң сынықларының (бөлеклердиң) кинетикалық энергиясы түринде үлкен энергия бөлинип шығады. Бөлиниў процессиниң ақыбетинде бир ямаса бир неше нейтрон пайда болады. Уран ядросының бөлиниўиниң өзи нейтронлардың тәсиринде жүзеге келеди. Уран ядросы нейтрон менен соқлығысқанда көпшилик жағдайда серпимли соқлығысыў орын алады. Бирақ айырым жағдайларда нейтрон ядро тәрепинен тутып алынады ҳәм усының салдарынан ядро бөлинеди. Нейтронның уран ядросы тәрепинен тутып алыныўының итималлылығы оғада киши. Бирақ нейтронның энергиясының кемейиўи менен итималлықтың шамасы үлкейеди. Сонлықтан жеткиликли дәрежеде интенсивли болған шынжырлы реакцияны тәмийинлеў ушын, яғный уран ядролары бөлингенде пайда болатуғын нейтронлар басқа ядролардың интенсивли түрдеги бөлиниўин тәмийинлеў ушын нейтронлардың кинетикалық энергияларын кемейтиў зәрүр. Нейтронлардың уран ядролары менен ҳәр бир маңлай соқлығысыўында (22.14)-формулаға сәйкес нейтроннан ядроға энергиясының тек киши бөлими (шама менен $2/238$ бөлими) ғана бериледи. Энергияның бундай муғдарда берилиўин киши берилиў деп есаплаймыз. Соның менен бирге бундай соқлығысыўда нейтронлар жәдә киши шамаға әстеленеди. Әстелениўди күшейтиў ушын ядролардың бөлиниўи орын алатуғын атомлық реактордың зонасына ***әстелетиўши*** деп аталатуғын арнаўлы зат салынады. Әлбетте әстелетиўшиниң ядролары жеткиликли дәрежеде жеңил болыўы керек. Сонлықтан әстелетиўши сыпатында графит көбирек қолланылады. Графиттиң қурамына киретуғын углеродтың ядросы нейтронның массасынан шама менен 12 есе үлкен. Сонлықтан нейтрон менен ядроның ҳәр бир маңлай соқлығысыўында графиттиң ядросына нейтронның энергиясының шама менен $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ бөлеги өтеди ҳәм усының салдарынан әстелениў процесси үлкен тезлик пенен жүреди.

Комптон-эффект. Жоқарыдағы нейтронлар менен ядролардың серпимли соқлығысқанындай соқлығысыўды көремиз. Бул жағдайда биз қарайын деп атырған бөлекшелер релятивистлик тезликлерге ийе. Егер соқлығысыўшы бөлекшелердиң бирин соқлығысыўға шекем тынышлықта турды, ал екиншисин релятивистлик тезликлер менен келип соқлығысты деп есапласақ импульстиң сақланыў нызамы болған (22.1)-аңлатпаның түри өзгермейди. Бирақ энергияның сақланыў нызамы болған (22.2) –аңлатпаның орнына

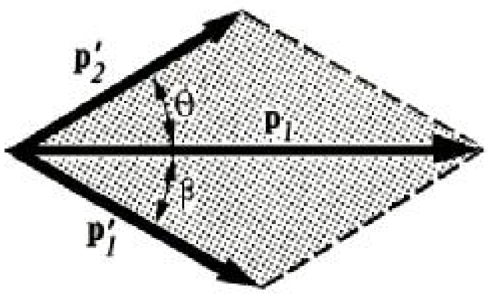
$$\frac{m_1c^2}{\sqrt{1-v_1^2/c^2}} + m_2c^2 = \frac{m_1c^2}{\sqrt{1-v_1'^2/c^2}} + \frac{m_2c^2}{\sqrt{1-v_2'^2/c^2}} \tag{22.16}$$

аңлатпасын жазыў керек болады. Биз ҳәзир бул теңлемелердиң улыўмалық жағдайлар ушын шешимин табыў менен шуғылланбаймыз. Себеби бундай шешимлерди излеў жүдә қурамалы. Бирақ биз ҳәзир физика илиминде үлкен орын ийелеген бир айқын процессти қараймыз. Бул процессти физикада Комптон эффекти деп атайды.

Биз барлық материаллық бөлекшелердиң корпускулалық (бөлекшелерге тән болған) қәсийет пенен толқынлық қәсийетке ийе болатуғынлығын билемиз (бул ҳаққында кирисиў бөлиминде гәп етилди). Бир объекттиң бундай екилик қәсийетке ийе болыўын толқынлық-корпускулалық (толқынлық-бөлекшелик) дуализм деп атаймыз. Усының нәтийжесинде бөлекше бир жағдайларда ҳақыйқатында да бөлекше сыпатында, ал басқа бир жағдайларда оны толқын түринде көринеди. Жақтылық тап усындай қәсийетлерге ийе. Жақтылықтың дифракцияға ушыраўы жақтылықтың толқын екенлигин дәлиллейди. Бирақ фотоэффектте жақтылық өзин бөлекшелердиң ағымы түринде көрсетеди. Бул бөлекшелерди фотонлар деп атайды. Фотон бөлекшеге тән болган ε энергиясына ҳәм $\mathbf{p}$ импульсине ийе болады. Бул шамалар жақтылықтың жийилиги ω ҳәм толқын узынлығы λ менен

$$\mathbf{p} = \mathbf{h}\mathbf{k}, \quad \varepsilon = \mathbf{h}\omega \tag{22.17}$$

аңлатпалары арқалы байланысқан. $|\mathbf{k}| = 2\pi/\lambda$, ал $\mathbf{h}$ арқалы Планк турақлысы белгиленген ($\mathbf{h} = 1{,}05 \cdot 10^{-23}$ Дж·с). Фотонның толқын узынлығы қанша киши болса корпускулярлық қәсийет анық көринеди. Толқын узынлығы 1 ангстремге (1 $\overset{o}{\mathrm{A}}$) сәйкес келетуғын фотонларды рентген квантлары (рентген нурларының узынлығы шама менен 1 ангстремниң әтирапында болады), ал толқын узынлығы 0,001 $\overset{o}{\mathrm{A}}$ болған фотонларды $\gamma-$квантлары деп атайды. Рентген ҳәм $\gamma-$квантларының корпускулярлық қәсийетлери айқын көринеди. Электронлар менен соқлығысқанда олар энергиясы менен импульси (22.17)-формулалар менен анықланатуғын бөлекшелер сыпатында көринеди.



22-4 сүўрет.

Комптон эффектин түсиндириўге арналған сүўрет.

Тыныш турған электрон менен рентген квантының (ендигиден былай тек квант деп атаймыз) соқлығысыўын қараймыз (22-4 сүўрет). Келип соқлығысыўшы квант соқлығысыўға шекем $\mathbf{p}_1 = \mathbf{h}\mathbf{k}$ импульсине ҳәм $\varepsilon_1 = \mathbf{h}\omega$ энергиясына ийе деп есаплаймыз. Электрон менен соқлығысыўдың нәтийжесинде β мүйешине бағытын өзгертип $\mathbf{p}'_1 = \mathbf{h}\mathbf{k}'$ импульсине ҳәм $\varepsilon'_2 = \mathbf{h}\omega'$ энергияларына ийе болады. Соқлығысыўдан кейинги электронның энергиясы менен импульсы

$$E'_2 = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \text{ ҳәм } \mathbf{p}'_2 = \frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

шамаларына тең болады. Соқлығысыўға шекем оның энергиясы $E_2 = mc^2$ тынышлық энергиясына, ал импульси нолге тең ($\mathbf{p}_2 = 0$) еди. Жоқарыдағы аңлатпаларда m арқалы электронның массасы белгиленген. Биз массаның релятивистлик инвариант ҳәм соның ушын тезликтен ғәрезли емес екенлигин инабатқа аламыз. Соның менен бирге көплеген китапларда орын алған «массаның тезликтен ғәрезлилиги» ҳаққындағы гәплердиң дурыс емес екенлигин атап өтемиз.

Энергияның сақланыў нызамы (22.16) ны, импульстиң сақланыў нызамы (22.1) ди (2.17) аңлатпасын есапқа алыў менен былайынша жазамыз:

$$mc^2 + \mathbf{h}\omega = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} + \mathbf{h}\omega',$$

$$\mathbf{hk} = \mathbf{hk} + \frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \tag{22.18}$$

Бул аңлатпаларды былайынша көширип жазамыз

$$\frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \mathbf{h}(\omega - \omega') + mc^2, \qquad \frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \mathbf{h}(\mathbf{k} - \mathbf{k}').$$

ҳәм квадратқа көтеремиз

$$\frac{m^2c^4}{1 - v^2/c^2} = \mathbf{h}^2\left(\omega^2 - 2\omega\omega' + \omega'^2\right) + m^2c^4 + 2\mathbf{h}mc^2(\omega - \omega'),$$

$$\frac{m^2v^2c^2}{1 - v^2/c^2} = \mathbf{h}^2\left(\omega^2 + \omega'^2 - 2\omega\omega' \mathit{cos}\beta\right).$$

Екинши аңлатпаның ñ^2 шамасына көбейтилгенлигин аңғарамыз. Алынған теңликлердиң шеп тәрепинен шеп тәрепин, оң тәрепинен оң тәрепин аламыз:

$$\frac{m^2c^4}{1 - v^2/c^2} - \frac{m^2v^2c^2}{1 - v^2/c^2} = \mathbf{h}^2\left(\omega^2 - 2\omega\omega' + \omega'^2\right) + m^2c^4 + 2\mathbf{h}mc^2(\omega - \omega') - \tag{22.19}$$

$$- \mathbf{h}^2\left(\omega^2 + \omega'^2 - 2\omega\omega' \mathit{cos}\beta\right).$$

Енди $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{cT} = \frac{\omega}{c}$ ҳәм $k' = \frac{2\pi}{\lambda'} = \frac{2\pi}{cT'} = \frac{\omega'}{c}$ екенлигин есапқа аламыз (бул аңлатпаларда T арқалы жақтылық (рентген ямаса гамма) толқынының тербелис дәўири белгиленген.

Бираз әпиўайыластырыўдын кейин (22.19) мына түрге енеди:

$$\frac{m^2c^4 - m^2c^2v^2}{1 - v^2/c^2} = \frac{m^2c^4\left(1 - v^2/c^2\right)}{1 - v^2/c^2} = 2\mathbf{h}^2\omega\omega'(\mathit{cos}\beta - 1) + m^2c^4 + 2\mathbf{h}mc^2(\omega - \omega').$$

Демек

$$\mathbf{h}\omega\omega'\left(\cos\beta-1\right)+\mathrm{m}c^2\left(\omega-\omega'\right)=0$$

теңлемесине ийе боламыз және $1-\cos\beta=2\sin^2\frac{\beta}{2}$ теңлигиниң орын алатуғынлығын есапқа аламыз. Солай етип

$$\frac{c}{\omega'}-\frac{c}{\omega}=\frac{2\mathbf{h}}{\mathrm{m}c}\sin^2\frac{\beta}{2} \tag{22.20}$$

формуласын аламыз. Толқын узынлығы жийилик пенен $\frac{c}{\omega}=\frac{\lambda}{2\pi}$ аңлатпасы арқалы байланысқан. Сонлықтан биз излеген формуланы мына түрде аламыз:

$$\Delta\lambda=\lambda'-\lambda=2\Lambda\sin^2\frac{\beta}{2}. \tag{22.21}$$

Бул аңлатпадағы $\Lambda=\frac{2\pi\mathbf{h}}{\mathrm{m}\tilde{n}}=2{,}42\cdot10^{-10}$ см шамасы электронның Комптон толқын узынлығы деп аталады Егер (22.21)-формуладағы m ниң орнына протонның массасын қойсақ, онда протонның Комптон толқын узынлығын аламыз. Солай етип ***егер фотон еркин электрон менен соқлығысатуғын болса, онда оның қозғалыс бағыты*** β ***мүйешине бурылады, ал оның импульси серпимли соқлығыс нызамы бойынша өзгереди, ал импульстиң өзгериси (22.21)-формулаға сәйкес толқын узынлығының киширейиўине алып келеди*** екен. Рентген ҳәм гамма квантларының толқын узынлығының электронлар менен тәсир етискендеги өзгерисин экспериментте өлшеўге болады. Комптонның бақлаўлары (22.21)-формуланың дурыс екенлигин толық дәлилледи. Солай етип фотонлардын еркин электронлар менен соқлығысыўының серпимли соқлығысыў екенлиги толық тастыйықланады.

Серпимли емес соқлығысыўлар. Серпимли емес соқлығысыўларда соқлығысыўға қатнасатуғын денелердиң ямаса бөлекшелердиң ишки энергиясы өзгереди. Бул соқлығысыўдың нәтийжесинде денелердиң ямаса бөлекшелердиң кинетикалық энергиясының ишки энергияға ямаса ишки энергиялың кинетикалық энергияға айланатуғынлығын билдиреди. Ишки энергиясы, усыған сәйкес ишки ҳалы өзгерген дене ямаса бөлекше басқа дене ямаса басқа бөлекшеге айланады, яки басқа энергиялық ҳалдағы сол дене ямаса сол бөлекше болып табылады. Сонлықтан серпимли емес соқлығысыўларда бөлекшелердиң өз-ара айланыслары (бир бөлекшениң екинши бөлекшеге айланыўы) орын алады. Мысалы егер фотон атом тәрепинен жутылатуғын болса, онда фотон жоғалады ҳәм атом басқа энергиялық ҳалға өтеди. Көп санлы ядролық реакциялар серпимли емес соқлығысыўларға мысал бола алады.

Еки бөлекшениң серпимли емес соқлығысыўы. Бундай соқлығысыўларды бөлекшелердиң кинетикалық энергиялары ишки энергияға айланыўы ямаса ишки энергияларының кинетикалық энергияға айланыўы керек. Бул жағдайда да энергияның сақланыў нызамы менен импульстың сақланыў нызамы орын алады. Бирақ бул нызамлар кинетикалық энергияның қандай бөлиминиң ишки энергияға өтетуғынлығы ямаса қанша ишки энергияның кинетикалық энергияға айланатуғынлығы ҳаққында мағлыўматларды бере алмайды. Бул соқлығысыўдың айқын өзгешеликлери менен байланыслы.

Соқлығысыўдың дерлик серпимли болыўы мүмкин. Бул жағдайда сол айланысқа энергияның тек киши бөлими ғана қатнасады. Соның менен бирге соқлығысыўдың абсолют серпимли болыўы мүмкин. Бундай жағдайда дерлик барлық кинетикалық энергия ишуи энергияға айланады.

Енди биз тынышлықта турған бөлекшениң серпимли қәсийетин абсолют серпимли ҳалдан абсолют серпимли емес ҳалға шекем өзгерте аламыз деп көз алдымызға келтирейик. Абсолют серпимли емес ҳалда ушып келиўши бөлекше тыныш турған бөлекшеге жабысып қалады деп қабыл етемиз. Бундай жағдайда соқлығысыўды барлық «серпимли емес» дәрежелеринде изертлей аламыз. Абсолют серпимли емес соққыны қараймыз. Бундай жағдайда слқлығысыўдың нәтийжесинде соқлығысыўшы денелер бир денеге биригеди ҳәм бир дене сыпатында қозғалады. Массасы m_2 ге тең болған екинши дене соқлығысыўға шекем тынышлықта турды деп есаплап төмендегидей сақланыў нызамларын жазыўға болады:

$$E_{ishki,1} + E_{ishki,2} + E_{kin,1} = E'_{ishki,(1+2)} + E'_{kin,(1+2)}, \tag{22.22}$$

$$\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}'_{(1+2)}. \tag{22.23}$$

Бул аңлатпаларда $E_{ishki,1}$ ҳәм $E_{ishki,2}$ арқалы соқлығысыўға шекемги биринши ҳәм екинши денелердиң ишки энергиялары $E_{kin,1}$ арқалы қозғалыўшы денениң кинетикалық энергиясы, $\mathbf{p}_1$ арқалы оның импульси белгиленген. Ал $E'_{ishki,(1+2)}$, $E'_{kin,(1+2)}$ ҳәм $\mathbf{p}'_{(1+2)}$ арқалы соқлығысыўдың нәтийжесиндеги бир денеге айланған денениң сәйкес ишки энергиясы, кинетикалық энергиясы ҳәм импульси белгиленген.

Егер энергия менен тезлик арасындағы релятивистлик байланысты есапқа алмасақ, онда (22.23)-теңлеме соқлығысқанда еки денениң қосылыўынан пайда болған денениң тезлигин анықлаўға мүмкинилик береди:

$$m\mathbf{v}_1 = (m_1 + m_2)\mathbf{v}_2. \tag{22.24}$$

Буннан

$$\mathbf{v}_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\mathbf{v}_1. \tag{22.25}$$

Бу формулалардан ишки энергияға айланған кинетикалық энергияның (бул шаманы ΔE_{kin} арқалы белгилеймиз) мәнисин есаплаў мүмкин:

$$\Delta E_{kin} = \frac{m_1 v_1^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2)v_2^2}{2} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} E_{kin,1}. \tag{22.26}$$

Егер тыныш турған денениң (бөлекшениң) массасы жүдә үлкен болса ($m_1 << m_2$), онда $\Delta E_{kin} \approx E_{kin,1}$, яғный кинетикалық энергияның дерлик барлығы ишкин энергияға өтеди. Усының менен бирге соқлығысыўда еки денениң қосылыўынан (еки денениң бир бирине жабысыўынан) пайда болган денениң тезлиги дерлик нолге тең болады. Ал тыныш турған денениң массасы келип соқлығысыўшы денениң массасынан жүдә киши болса ($m_1 >> m_2$), онда $\Delta E_{kin} \approx 0$, яғный кинетикалық энергияның ишки энергияға сезилерликтей өтиўи орны алмайды. Биринши дене соқлығысыўға шекем қандай тезлик пенен қозғалған болса еки дененин бир бирине қосылыўынан пайда болған дене де дерлик сондай тезлик пенен қозғалады.

Фотонның жутылыўы. Серпимли емес жутылыўға әдетте фотонның жутылыўын мысал ретинде келтириўге болады. Фотонның жутылыўы ең көп тарқалған серпимли емес соқлығысыўлардың бири болып есапланады. Бул соқлығысыў 21-1 c сүўретте келтирилген. Жутылыўға (соқлығысыўға) шекем атом менен фотон бар еди, соқлығысыўдан кейин тек атом қалады. Жутылыўға шекем массасы m болған атомды тынышлықта тырды деп есаплаймыз. Усы жағдайға энергия менен импульстиң сақланыў нызамын қолланамыз.

$$mc^2 + \mathbf{h}\omega = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \tag{22.27}$$

$$\frac{\mathbf{h}\omega}{c} = \frac{mv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Фотонның энергиясы тыныш турған атомның энергиясынан киши деп есаплаймыз, яғный $mc^2 >> \mathbf{h}\omega$. Бундай жағдайда екинши теңликтен фотонды жутқан атомның тезлиги v ушын мына аңлатпаны аламыз:

$$v \approx c\frac{\mathbf{h}\omega}{mc^2}. \tag{22.28}$$

Солай етип фотонды жутқаннан кейин атом $\frac{mv^2}{2}$ кинетикалық энергиясына ийе болады. Ал бул аңлатпаға (22.28) ди қойғаннан кейин кинетикалық энергия ушын

$$\Delta E_{kin} = \frac{mv^2}{2} = \frac{1}{2}\frac{\mathbf{h}^2\omega^2}{mc^2} \tag{22.29}$$

аңлатпасына ийе боламыз. Демек ***атомда жутылыўының нәтийжесинде фотонның энергиясы толығы менен атомның ишки энергиясына айланбайды. Фотон энергиясы*** $\mathbf{h}\omega$ ***шамасының*** $\frac{1}{2}\frac{\mathbf{h}^2\omega^2}{mc^2}$ ***бөлими атомның кинетикалық энергиясына, ал*** $\mathbf{h}\omega - \frac{1}{2}\frac{\mathbf{h}^2\omega^2}{mc^2}$ ***бөлими атомның ишки энергиясына айланады екен***.

Фотонның шығарылыўы. Фотонның шығарылыўы да диаграммасы 21-1 d сүўретте келтирилген соқлығысыў процеси болып табылады (бул процессте бәршеге үйреншикли болған соқлығысыў орын алмайды, бирақ процесс толығы менен соқлығысыў нызамлары жәрдеминде тәрипленеди). Бундай процессти физикада әдетте ***ыдыраў*** деп атайды. Фотон шығарылғанда атомның ишки энергиясы өзгереди, энергияның бир бөлими фотон энергиясына, энергияның екинши бөлими атомның кинетикалық энергиясына айланады. Атомның усы кинетикалық энергиясын физикада ***берилиў энергиясы*** деп атайды. Демек фотонның энергиясы атомның ишки энергиясының өзгериси болған ΔE_{ishki} шамасынан киши болады екен. Бул шаманы энергия менен импульстиң сақланыў нызамларынан табыўға болады:

$$mc^2 = \frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} + \hbar\omega,$$
$$0 = \frac{\hbar\omega}{c} + \frac{mv}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \quad (22.30)$$

Бул жағдайда да фотонның энергиясы $\hbar\omega$ тыныш турған атомның энергиясы mc^2 шамасынан киши деп есаплаймыз. Демек $v \approx c\frac{\hbar\omega}{mc^2}$. Бул тезликке сәйкес келиўши атомның кинетикалық энергиясы бул жағдайда да (22.29)-аңлатпа жәрдеминде анықланады екен.

Солай етип **фотон шығарылғанда оған атомның барлық ишки энергиясы берилмейди, тап сол сыяқлы фотон жутылғанда оның энергиясының барлығы атомның ишки энергиясына өтпейди екен**.

Егер биз гәп етип атырған атом бекитилген болса (қатты денелердиң қурамындағы атомларды бекитилген атомлар деп атай аламыз, себеби бул жағдайда фотон жутылғанда ямаса шығарылғанда берилиў энергиясы толығы менен қатты денеге бериледи. Ал қатты денениң массасы айырым атомның массасынан салыстырмас дәрежеде үлкен болғанлықтан берилиў энергиясының мәниси әмелде нолге тең болады. Бул жағдай экспериментте XX әсирдиң орталарында Мёссбауэр тәрепинен ашылды ҳәм оның ҳүрметине Мёсбауэр эффекти деп аталады).

Элементар бөлекшелер арасындағы реакциялар. Жоқарыда бөлекшелердиң бир бирине көп санлы айланыўларының серпимли емес соқлығысыўларға жататуғынлығын атап өткен едик. Фотонлар қатнасатуғын тап усындай гейпара айланысларды биз фотонлардың жутылыўы ҳәм шығарылыўы мысалларында ҳәзир ғана көрдик. Соқлығысыў процесслери менен байланыслы болған сондай айланысларға тийисли болған айырым түсиниклерге тоқтап өтемиз.

Табалдырық энергия. Мейли a ҳәм b бөлекшелери соқлығысыўдың ақыбетинде c ҳәм d бөлекшелерине айланатуғын болсын. Соқлығысыўларды массалар орайы системасында талқылаў қабыл етилген. Бул системада импульстиң сақланыў нызамы бөлекшелердиң соқлығысыўдан бурынғы ҳәм соқлығысыўдан кейинги импульслериниң қосындысының нолге тең болатуғынлығына алып келеди. Сонлықтан бул нызам ҳәзир бизди қызықтырмайды. Ал энергияның сақланыў нызамы

$$E_{ishki,a} + E_{ishki,b} + E_{kin,a} + E_{kin,b} = E'_{ishki,c} + E'_{ishki,d} + E'_{kin,c} + E'_{kin,d} \quad (22.31)$$

түринде жазылып, бул аңлатпада E_{ishki} арқалы индексте көрсетилген бөлекшелердиң ишки энергиясы, ал E_{kin} арқалы оның кинетикалық энергиясы белгиленген.

$$Q = E_{ishki,a} + E_{ishki,b} - E'_{ishki,c} - E'_{ishki,d} = E'_{kin,c} + E'_{kin,d} - E_{kin,a} - E_{kin,b} \quad (22.32)$$

шамасы ***реакция энергиясы*** деп аталады. Бул шама бөлекшелердиң реакцияның нәтийжесинде өзгериске ушырайтуғын кинетикалық энергиясының қосындысының өсимине ямаса ишки энергияларының өсиминиң кери белгиси менен алынған өсимине тең. Егер реакцияның нәтийжесинде пайда болған c ҳәм d бөлекшелердиң кинетикалық энергияларының қосындысы дәслепки a ҳәм b бөлекшелердиң кинетикалық энергияларының қосындысынан үлкен болса болса, онда $Q>0$. Егер $Q<0$ болса реакцияның нәтийжесинде пайда болған c хәм d бөлекшелердиң ишки энергияларының қосындысы реакцияға шекемги a хәм b бөлекшелердиң кинетикалық энергияларының қосындысынан үлкен. Солай етип $Q>0$ шәрти орынланғанда ишки энергияның кинетикалық энергияға айланысы, ал $Q<0$ шәрти орны алса кинетикалық энергия жутылады хәм ишки энергияға айлалады.

Мейли $Q>0$. Бундай жағдайда қәлеген муғдардағы, соның ишинде жүдә киши болған кинетикалық энергияда реакция жүреди. $Q=0$ болғанда да реакцияның жүриўи мүмкин.

Бирақ $Q<0$ шәрти орын алганда басқаша жағдай жүзеге келеди. Бул жағдайда реакцияның жүриўи ушын кинетикалық энергияның қосындысының белгили бир минимумы зәрүрли болады. Егер усы минимум бар болмаса реакция жүрмейди. Кинетикалық энергияның бул минимумы абсолют мәниси бойынша $|Q|$ шамасына тең. Бул шама ***реакцияның табылдырық энергиясы*** деп аалады.

Реакцияның табылдырық энергиясы деп реакцияның жүре алыўы ушын зәрүрли болған реакцияға кирисетуғын бөлекшелердиң кинетикалық энергиясының минималлық мәнисине айтамыз.

Активация энергиясы. $Q>0$ шәрти орынланғанда реакция қәлеген кинетикалық энергияның мәнисинде жүре алатуғынлығын биз жоқарыда көрдик. Бирақ бул сөзлер реакция ҳақыйқатында сөзсиз жүреди дегенди аңлатпайды. Мысалы еки протонды бир бирине жеткиликли дәрежеде жақынлстырсақ, онда олар тәсирлесе баслайды. Усының нәтийжесинде дейтрон, позитрон, нетрино пайда болады хәм шамасы 1,19 МэВ болған энергия бөлинип шығады. Бул реакцияда $Q>0$. Бирақ бул реакцияның басланыўы ушын оң зарядқа ийе протонлар бир бирине жақындасқанда пайда болатуғын Кулон ийтерилис күшин жеңиў керек болады. ***Бул жағдайда реакцияның жүриўи ушын протонлар белгили бир муғдардағы кинетикалық энергияға ийе болыўы шәрт. Бул кинетикалық энергия реакция жүргеннен кейин де сақланады хәм тек реакцияның жүриўин ғана тәмийинлейди. Сонлықтан бул энергияны активация энергиясы деп атайды***.

Лабораториялық системаға өтиў. Активация энергиясы хәм табылдырық энергия массалар орайы системасында анықланған. Сораў бериледи: егер табылдырық энергия массалар орайы системасында берилген болса, онда оның лабораториялық системадағы мәнисин қалай алықлаймыз? Бул сораўға әлбетте «массалар орайы системасынан лабораториялық системаға өтиў керек» деп жуўап бериў керек.

Усындай өтиўди еки бөлекшениң соқлығысыў мысалында қараймыз. Улыўма жағдайда релятивистлик формулаларды қолланыўдың керек екенлиги түсиникли. Массалар орайы системасына тийисли болған шамаларды «O» хәрипи менен, ал лабораториялық системаға тийисли болған шамаларды «L» хәрипи менен белгилеймиз. Мейли лабораториялық системада 2-бөлекше тыныш турсын, ал 1-бөлекше оған келип урылатуғын болсын. Массалар орайы системасында бөлекшелер бир бирине қарай қозғалады. Соқлығысыўдың салдарынан жаңа бөлекшелердиң пайда болыўы менен жүретуғын реакцияның болып өтиўи мүмкин. Бул пайда болған бөлекшелердиң массалар орайы системасындағы энергиясы $E_i'^{(O)}$. Бул реакцияның табылдырық энергиясы Q ға, ал массалар орайы системасында соқлығысыўшы бөлекшелердиң энергиясы $E_1^{(O)}$ хәм $E_2^{(O)}$

шамаларына тең. Бундай жағдайда массалар орайы системасында реакцияның жүзеге келиў шәрти (23.32) ниң тийкарында

$$E^{(L)} = E_1^{(O)} + E_2^{(O)} + Q \geq \sum_i E_i'^{O} \qquad (22.33)$$

түрине ийе болады. Q табылдырық энергиясына ийе болған массалар орайы системасындағы еки бөлекшени (22.33)-теңлик жәрдеминде анықланған $E^{(O)}$ ишки энергиясына ийе бир бөлекше сыпатында қараўға болады. Лабораториялық системаға өткенде бул «бөлекше» бул системадағы биринши бөлекшениң импульсине тең p_1 импульсине ҳәм $E^{(O)}$ ишки энергиясына ийе болады. Демек лабораториялық системаға өткенде (22.33)-теңликтеги $E^{(O)}$

$$E^{(L)} = \sqrt{c^2 p_1^2 + \left(E^{(O)}\right)^2} \qquad (22.34)$$

энергиясына түрленеди. Екинши тәрептен усы еки бөлекшениң өз алдына алынған энергияларының қосындысы

$$E^{(L)} = \sqrt{c^2 p_1^2 + \left(E_1^{(O)}\right)^2} + E_2^{(O)} \qquad (22.35)$$

түринде берилиўи мүмкин. Кейинги (22.34)- ҳәм (22.35)- теңликлерден

$$\left(E^{(O)}\right)^2 = \left(E_1^{(O)}\right)^2 + \left(E_2^{(O)}\right)^2 + 2E_2^{(O)}\sqrt{c^2 p_1^2 + \left(E_1^{(O)}\right)^2} \qquad (22.36)$$

екенлиги келип шығады. Лабораториялық системада биринши бөлекшениң кинетикалық энергиясы

$$E_{kin,1}^{(L)} = \sqrt{c^2 p_1^2 + \left(E_1^{(O)}\right)^2} - E_1^{(O)} \qquad (22.37)$$

шамасына тең. (22.36)-теңлемеден $\sqrt{c^2 p_1^2 + \left(E_1^{(O)}\right)^2}$ шамасын таўып ҳәм оны (22.37)-теңлемеге қойсақ

$$E_{kin,1}^{(L)} = \frac{\left(E^{(O)}\right)^2 - \left(E_1^{(O)}\right)^2 - \left(E_2^{(O)}\right)^2}{2E_2^{(O)}} - E_1^{(O)} = \frac{\left(E^{(O)}\right)^2 - \left(E_1^{(O)} - E_2^{(O)}\right)^2}{2E_2^{(O)}} \qquad (22.38)$$

(22.38) ди пайдаланып (22.34) –аңлатпаны

$$E_{kin,1}^{(L)} \geq \frac{\left(\sum E_i'^{(O)}\right)^2 - \left(E_1^{(O)} - E_2^{(O)}\right)^2}{2E_2^{(O)}} \qquad (22.39)$$

түринде көрсетиў мүмкин. Бул табылдырық энергияны лабораториялық системада есаплаў ушын изленип атырған теңсизлик болып табылады. Бул теңсизликти еки протон қатнасатуғын ең белгили болған реакциялардың табылдырық энергиясын табыў ушын қолланамыз.

π^0 **мезонлардың туўылыўының табылдырық энергиясы**. Еки протон соқлығысқанда

$$p + p = p' + p' + \pi^0 \tag{22.40}$$

схемасы бойынша π^0 мезонларының пайда болыўы мүмкин. Бул аңлатпада p' арқалы баска импульс пенен энергияға ийе сол протон белгиленген. Протонның меншикли энергиясы (тынышлықтағы энергиясы) $E_{proton} = m_{proton} c^2 = 980$ МэВ, ал π^0 мезонның меншикли энергиясы $E_{\pi^0} = 135$ МэВ. Сонлықтан (22.39)-теңсизлик тийкарында реакция энергиясының төмендегидей табылдырық энергиясын табамыз:

$$E_{kin,1}^{(L)} \geq \frac{\left(2E_{proton} + E_{\pi^0}\right)^2 - \left(2E_{proton}\right)^2}{2E_{proton}} = 280 \text{ МэВ.} \tag{22.41}$$

Протон-антипротон жубының туўылыўының табылдырық энергиясы. Еки протон соқлығысқанда

$$p + p = p + p + p + \overline{p} \tag{22.42}$$

схемасы бойынша протон-антипротон жубы пайда болады. Бул аңлатпада $\overline{p}$ арқалы антипротонның белгиси белгиленген. Антипротонның тынышлықтағы энергиясы да протонның тынышлықтағы энергиясындай (себеби олардың массалары бирдей). Сонлықтан реакцияның табылдырық энергиясы ушын (22.41)-теңсизлиги

$$E_{kin,1}^{(L)} \geq \frac{\left(4E_{proton}\right)^2 - \left(2E_{proton}\right)^2}{2E_{proton}} = 6E_{proton} \approx 6 \text{ ГэВ.} \tag{22.43}$$

23-§. Өзгермели массалы денелердиң қозғалысы

Реактив қозғалыс. Мещерский теңлемеси. Циолковский формуласы. Характеристикалық тезлик.

Реактив қозғалыс. Реактив двигателде жанар майдың жанып атлығып шығыўының нәтийжесинде тартыў күши жүзеге келеди. Бул күш реакция күши түринде Ньютон нызамы бойынша пайда болады. Сонлықтан пайда болған күшти реактив күш, ал двигателди реактив двигатель деп атаймыз. ***Тартыў пайда ететуғын қәлеген двигатель мәниси бойынша реактив двигатель болып табылатуғынлығын*** атап айтыў керек. Мысалы эпиўайы пәрриги бар самолеттың тартыў күши де реактив күш. Бундай самолеттың тартыў күши пәррherлердиң ҳаўа массасын артқа қарай ийтерилгенде пайда болатуғын күшке тең. Бул күш көшерлери самолетке беккем етип бекитилген пәррриклерге түседи. Орнынан қозғалған темир жол составы да реактив тартыўдың салдарынан қозғалысқа келеди. Егер бул қозғалысты жулдызлар менен байланысқан инерциал есаплаў системасында қарайтуғын болсақ, онда реактив тартыў рельслер менен Жер бетиниң қарама-қарсы тәрепке қарай тезлениўиниң нәтийжесинде пайда болады. Әлбетте оғада үлкен массаға ҳәм оғада киши тезлениўге ийе болатуғын болғанлықтан рельслердиң ҳәм Жер бетиниң қозғалысын сезиў мүмкин емес.

Бирақ ракетаның реактив қозғалысы менен басқа денелердиң қозғалысы арасында үлкен айырма бар. Ракета жаныў продуктларының атылып шығыўынан алға қарай ийтериледи. Соның менен бирге жанбастан бурын бул продуктлардың массасы ракетаның улыўмалық массасына киреди. Басқа мысалларда бундай жағдай болмайды. Пәррик тәрепинен артқа ийтерилген ҳаўа массасы самолеттың массасына кирмейди. Сонлықтан да реактив қозғалыс ҳаққында гәп болғанда реактив двигателде болатуғын жағдай нәзерде тутылады. Бул жағдайлар енди өзгермели массаға ийе денениң қозғалысының дыққатқа алынатуғынлығын, соның менен бирге тартыў күши ракетаның өзине тийисли болған затлардың жаныўынан салдарынан пайда болатуғынлығынан дерек береди.

Мещерский теңлемеси. Ньютонның үшинши нызамының ең улыўма түрдеги көриниўи изоляцияланған система ушын импульстың сақланыў нызамында болып табылады.

23-1 сүўрет. Ракетадағы реактивлик күшлердиң пайда болыўын түсиндиретуғын сүўрет.

Мейли $t = 0$ ўақыт моментинде $M(t)$ массасына ийе ҳәм $\mathbf{v}$ тезлиги менен қозғалатуғын ракета тезлиги $\mathbf{u}$ болған dM' массасын шығарған болсын (23-1 сүўрет). M ҳәм dM' массалары релятивистлик массалар болып табылады, ал тезликлер $\mathbf{v}$ ҳәм $\mathbf{u}$ инерциал есаплаў системасына қарата алынады (ракетаға салыстырып алынбайды!).

Массаның сақланыў нызамы төмендегидей түрге ийе:

$$dM + dM' = 0. \tag{23.1}$$

Ракетаның массасының кемейетуғынлығы себепли $dM < 0$ екенлиги анық. t ўақыт моментинде системаның толық импульсы $M\mathbf{v}$ ға тең, ал $(t + dt)$ ўақыт моментинде импульс $(M + dM)(\mathbf{v} + d\mathbf{v}) + \mathbf{u}\,dM'$ шамасына тең. Сонлықтан берилген жабық система ушын импульстың сақланыў нызамы

$$(M + dM)(\mathbf{v} + d\mathbf{v}) + \mathbf{u}\,dM' = M\mathbf{v} \tag{23.2}$$

түринде жазылады. Бул жерде $d\mathbf{v}\,dM$ көбеймесин кишилиги екинши дәрежели мәниске тең деп есаплаўға болады. Сонлықтан оны есапқа алмай

$$M\,d\mathbf{v} + \mathbf{v}\,dM + \mathbf{u}\,dM' = 0 \tag{23.3}$$

теңлигин шығарыў мүмкин.

$dM + dM' = 0$ екенлигин есапқа алып қозғалыс теңлемесин шығарамыз:

$$\frac{d}{dt}(M\,\mathbf{v}) = \mathbf{u}\frac{dM}{dt}. \tag{23.4}$$

Бул теңлеме релятивистлик жағдайлар ушын да, релятивистлик емес жағдайлар ушын да дурыс болады.

Киши тезликлер жағдайында тезликлерди қосыў ушын классикалық механиканың тезликлерди қосыў формуласынан пайдаланамыз:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}' + \mathbf{v}\,. \tag{23.5}$$

Бул жерде $\mathbf{u}'$ арқалы ракетаға салыстырғандағы атылып шыққан массаның тезлиги белгиленген. (23.5) ти (23.4) ке қоямыз ҳәм (23.4) тиң шеп тәрепин ўақыт бойынша дифференциаллап

$$M\frac{d\mathbf{v}}{dt} = (\mathbf{u} - \mathbf{v})\frac{dM}{dt} = \mathbf{u}'\frac{dM}{dt}. \tag{23.6}$$

теңлемесин аламыз. Бул теңлеме сырттан күшлер тәсир етпеген ҳәм релятивистлик емес жағдайлар ушын ракетаның қозғалысын тәриплейтуғын Мещерский теңлемеси деп аталады.

Егер ракетаға сырттан $\mathbf{F}$ күши түсетуғын болса, онда (23.6)-теңлеме төмендегидей түрге ийе болады:

$$M\frac{d\mathbf{v}}{dt} = F + \mathbf{u}'\frac{dM}{dt}. \tag{23.7}$$

Ҳәр секунд сайын сарыпланатуғын жанылғының массасын μ арқалы белгилеймиз. Сонлықтан $\mu = -\frac{dM}{dt}$ ҳәм Мещерский теңлемесин былай көширип жазыўға болады:

$$M\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F} - \mu\mathbf{u}' \tag{23.8}$$

$\mu\mathbf{u}'$ шамасы реактив күшке сәйкес келеди. Егер $\mathbf{u}'$ тезлиги $\mathbf{v}$ тезлигине қарама-қарсы бағытланган болса ракета тезлениў алады. Ал сол векторлық шамалар өз-ара параллель болса, онда ракета тормозланады. Егер $\mathbf{u}'$ тезлиги $\mathbf{v}$ тезлиги менен қандай да бир мүйеш жасайтуғын болса, онда тезлик абсолют шамасы бойынша да, бағыты бойынша да өзгериске ушырайды.

Циолковский формуласы. Туўры сызықлы қозғалыстағы ракетаның тезлениўин қараймыз. Ракета тәрепинен атып шығарылатуғын газлердиң тезлиги турақлы деп есаплаймыз. (23.6)-теңлеме былай жазылады:

$$M\,\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\mathbf{u}'\,\frac{dM}{dt}\,. \tag{23.9}$$

Бул формуладағы минус белгиси $\mathbf{v}$ менен $\mathbf{u}'$ тезликлериниң бағытларының қарама-қарсы екенлигинен келип шыққан. v_0 ҳәм M_0 арқалы тезлениў алмастан бурынғы ракетаның тезлиги менен массасы белгиленген болсын. Бул жағдайда (23.9) теңлемесин былай жазып

$$\frac{dM}{M} = -\,\frac{dv}{u'} \tag{23.10}$$

ҳәм интеграллап

$$\ln M - \ln M_0 = -\frac{v - v_0}{u'} \tag{23.11}$$

теңлигин аламыз. Бул Циолковский формуласы болып табылады ҳәм көбинесе төмендегидей түрлерде жазады:

$$v - v_0 = u' \ln \frac{M_0}{M}, \tag{23.12a}$$

$$M = M_0 \exp\left(-\frac{v - v_0}{u'}\right). \tag{23.12b}$$

(23-12a) формуласы ракетаның массасы M_0 ден M ге шекем азайғанда тезлигиниң қанша өсим алатуғынлығын көрсетеди. Ал (23-12b) формуласы болса тезлиги v_0 ден v ға шекем көтерилгенде ракетаның массасының қанша шамаға тең болатуғынлығын береди. Егер ракета тынышлық ҳалынан қозғала баслайтуғын болса, онда $v_0 = 0$.

Қандай жағдайда ең аз муғдардағы жанылғы жәрдеминде үлкен тезлик алыў машқаласы әҳмийетли мәселе болып табылады. (23-12a)-формула ***бунының ушын газлердиң ракетадан атылып шығыў тезлигин*** (u’) ***көбейтиў арқалы әмелге асырыўға болатуғынлығын көрсетеди***. Бирақ жанылғының жаныўының салдарынан газлердиң ракетадан атылып шығыў тезлиги шекленген. Мысал ретинже химиялық жанылғыны қараймыз. Ракета двигатели тәрепинен артқа қарай шығарылатуғын бөлекшелердиң кинетикалық энергиясы жанылғы жанғанда жүретуғын химиялық реакцияның энергиясы есабынан пайда болады. Егер жанылғының жыллылық бергишлик қәбилетлилиги Q, ал оның массасы m болса, онда жаныўдың ақыбетинде Qm энергиясы бөлинип шығады. Усы энергияның барлығы да ракета соплосынан шығыўшы барлығының массаларының қосындысы m болған бөлекшелердиң кинетикалық энергиясына айланады деп есаплап энергияның сақланыў нызамы бойынша ийе боламыз:

$$Qm = mu'^2 / 2$$

ҳәм усыған сәйкес соплодан шығыўшы бөлекшелердиң тезлиги

$$u' \approx \sqrt{2Q}$$

шамасына тең болады. Бирақ бул мәниси жүдә жоқарылатылған нәтийже болып табылады. Себеби химиялық реакцияда (жанылғының жаныў процессинде) энергияның бир бөлегиниң нурланыў, ракетаның дийўалларының кызыўы ҳәм тағы басқалар ушын жумсалатуғынлығын есапқа алғанымыз жоқ. Усының менен бирге двигателден ушып шыққан бөлекшелер бир бирине параллель бир тәрепке қарай қозғалмайды, ал базы бир конус шеклеринде тарқалады. Бул жағдай u' тың мәнисин және де төменлетеди. Химиялық жанылғыларда Q дың шамасы ҳәр килограммға бир неше мың килокалория әтирапында (3000 – 10000 $\frac{kkal}{kg}$). Мысалы, егер Q = 8000 ккал/кг болса, онда $u' = 4000$ м/с шамасын аламыз.

Характеристикалық тезлик. Ракетаның Жерди таслап кетиўи ушын 11,5 км/с тезлик бериў керек (екинши космослық ямаса параболалық тезлик). Циолковский формулаларын пайдаланып ракетаның массасының қанша бөлегиниң космос кеңлигине ушып шығатуғынлығын есаплаў мүмкин. $u' = 4000$ м/с болған жағдайда $M \approx M_0 \exp\left(-3\right) \approx \frac{M_0}{22}$. Демек екинши космослық тезлик аламан дегенше ракетаның дәслепки массасының шама менен 4 проценти ғана қалады екен (яғный ракетаның массасы 22 есе киширейеди). Ал ҳақыйқатында да ракета биз есаплаған жағдайдан әстерек тезленеди. Бул ситуацияны қурамаластырады, себеби жанылғының сарыпланыўы артады. Сонлықтан жанылғы жанатуғын ўақытты мүмкин болғанынша киширейтиў керек болады. Бул өз гезегинде ракетаға түсетуғын салмақтың артыўына алып келеди. Нәтийжеде ҳәр бир ракета ушын оның конструкциясының өзгешеликлерин есапқа алған ҳалда тезлениў өзгешеликлери сайлап алынады.

Космос кеңислигинен Жерге қайтып келгенде космос кораблиниң Жер бетине жумсақ түрде қоныўы ушын тезликти 11.5 км/с шамасынан нолге шекем кемейтиў керек болады. Усы мақсетте двигателлер иске түсириледи. Бул 11.5 км/с шамасы Жерге қайтып келиў ушын характеристикалық тезлик болып табылады. Сонлықтан Жерден сыртқа шығып кетиў ҳәм кейнинен Жерге қайтып келиў ушын характеристикалық тезлик шама менен 23 км/с ке тең ($2 \cdot 11{,}5$). Бул жағдайда (23.12b)-формуладан $M \approx M_0 \exp\left(-6\right) \approx \frac{M_0}{500}$ (демек дәслепки массаның 1/500 бөлеги ғана қайтып келеди).

Ай ушын характеристикалық тезлик 5 км/с (яғный Айдың тартыў күшин жеңип шығыў ушын зәрүрли болған тезлик). Ал Айға барып қоныў ушын ҳәм Жерге қайтып келиў ушын характеристикалық тезликтиң шамасы 28 км/с ге тең болады. Бундай жағдайда ракетаның тек 1/1500 ғана массасы ғана Жерге қайтып келеди.

Сораўлар:

1. Егер ишинде суўы бар шелектиң төмениенен тесик тессек усы шелектен төмен қарай суў аға баслайды. Суўы бар ыдысқа ағып атырған суў тәрепинен реактив күш түсеме? Күш түседи деп тастыйықлаўдың қәте екенлигин түсиндириңиз.
2. Реактив двигательдиң тартыў күши қандай факторларға байланыслы болады?
3. Космослық ушыўдың характеристикалық тезлиги дегенимиз не?

24-§. Аўырлық майданындағы қозғалыс

Кеплер нызамлары. Кеплер нызамлары тийкарында пүткил дүньялық тартылыс нызамын келтирип шығарыў. Гравитация турақлысының санлық мәнисин анықлаў бойынша исленген жумыслар. Еркин түсиў тезлениўин есаплаў. Орбиталары эллипс, парабола ҳәм гипербола тәризли болған қозғалыслар шәртлери. Орбиталардың параметрлерин есаплаў. Космослық тезликлер. Гравитациялық энергия. Шар тәризли дենениң гравитациялық энергиясы. Гравитациялық радиус. Әлемниң өлшемлери. Әлемниң критикалық тығызлығын есаплаў.

Дания астрономы Тихо Брагениң (1546-1601) көп жыллық бақлаўларының нәтийжелерин талқылаў нәтийжесинде Кеплер (1571-1630) планеталар қозғалысының эмперикалық үш нызамын ашты. Бул нызамлар төмендегидей мазмунға ийе:

1) ***ҳәр бир планета эллипс бойынша қозғалады, эллипстиң бир фокусында Қуяш жайласады;***

2) ***планета радиус-векторы теңдей ўақытлар аралығында бирдей майданларды басып өтеди;***

3) ***планеталардың Қуяш дөгерегин айланып шығыў дәўирлериниң квадратларының қатнаслары эллипс тәризли орбиталардың үлкен ярым көшерлериниң кубларының қатнасларындай болады***.

Биринши еки нызам Кеплер тәрепинен 1609-жылы, үшиншиси 1619-жылы жәрияланды. Кеплер нызамларын итибар менен оқыған оқыўшылар олар арасында қандай да бир байланыстың бар екенлигин сезбейди. Ҳақыйқатында да жоқарыда баянланған үш нызам арасында байланыс бар ма ямаса жоқ па деген сораўға жуўап бериў өз ўақытында үлкен данышпанлықты талап етти ҳәм бул мәселени XVII әсирдиң екинши ярымында Исаак Ньютон шешти ҳәм нәтийжеде пүткил тәбият таныў илиминде оғада уллы орынды ийелейтуғын пүткил дүньялық тартылыс назымын ашты.

Кеплердиң биринши нызамынан планета траекториясының тегис екенлиги келип шығады. Материаллық ноқаттың импульс моменти менен секторлық тезлиги арасындағы байланыстан планетаны туйық орбита бойынша қозғалыўға мәжбүрлейтуғын күштиң Қуяшқа қарап бағытланғанлығын аңлаймыз. Енди усы күштиң Қуяш пенен планета арасындағы қашықлыққа байланыслы қалай өзгеретуғынлығын ҳәм планетаның массасына қандай дәрежеде ямаса формада ғәрезли екенлиги анықлаўымыз керек.

Әпиўайылық ушын планета эллипс бойынша емес, ал орайында Қуяш жайласқан шеңбер бойынша қозғалады деп есаплайық. Қуяш системасындағы планеталар ушын бундай етип әпиўайыластырыў үлкен қәтеликлерге алып келмейди. Планеталардың эллипс тәризли орбиталарының шеңберден айырмасы жүдә кем. Усындай **r** радиуслы шеңбер тәризли орбита бойынша тең өлшеўли қозғалғандағы планетаның тезлениўи

$$\mathbf{a}_r = -\omega^2 \mathbf{r} = \frac{4\pi^2}{T^2}\mathbf{r} \qquad (24.1)$$

формуласы менен анықланады. Шеңбер тәризли орбиталар бойынша қозғалыўшы планеталар ушын Кеплердиң үшинши нызамы былай жазылады

$$T_1^2 : T_2^2 : T_3^2 \ldots = r_1^3 : r_2^3 : r_3^3 \ldots \qquad (24.2)$$

ямаса

$$\frac{r^3}{T^2} = K\,.$$

Бул формуладағы K Қуяш системасындағы барлық планеталар ушын бирдей болған турақлы сан ҳәм ол ***Кеплер турақлысы*** деп аталады. Эллипс тәризли орбиталар параметрлери арқалы бул турақлы былай есапланады:

$$K = \frac{a^3}{T^2}, \qquad (24.3)$$

бул аңлатпада a арқалы орбитаның үлкен ярым көшери белгиленген.

Дәўир T ны K ҳәм r лер арқалы аңлатып шеңбер тәризли орбита бойынша қозғалыўға сәйкес тезлениўди былай табамыз:

$$a_r = -\omega^2 r = -\frac{4\pi^2}{T^2} r = -\frac{4\pi^2}{r^2} K. \qquad (24.4)$$

Олай болса планетаға тәсир етиўши күш

$$F = a_r m = -\frac{4\pi^2}{r^2} Km \qquad (24.5)$$

ге тең. Бул жерде m арқалы планетаның массасы белгиленген.

Биз Қуяш дөгерегинде шеңбер тәризли орбита бойынша айланыўшы еки планетаның тезлениўиниң Қуяшқа шекемги аралыққа кери пропорционал өзгеретуғынлығын дәлилледик. Бирақ Қуяш дөгерегинде эллипс тәризли орбита бойынша қозғалатуғын бир планета ушын бул жағдайды дәлиллегенимиз жоқ. Бул жағдайды дәлиллеў ушын шеңбер тәризли орбиталардан эллипс тәризли орбиталарды изертлеўге өтиў керек ҳәм сол мәселени кейинирек шешемиз. Бирақ тек шеңбер тәризли қозғалысларды қараў менен шеклениў мүмкин. Буның ушын Қуяш ҳәм планета арасындағы тәсирлесиў күши тек олар арасындағы бир зәматлық қашықлықтан ғәрезли, ал планетаның траекториясының формасына байланыслы емес деп болжаў керек болады. Бундай жағдайларда (24.4) ҳәм (24.5) формулаларын тек Қуяштан ҳәр қыйлы қашықлықлардағы шеңбер тәризли орбиталар бойынша қозғалатуғын планеталар ушын ғана емес, ал эллипс тәризли траектория бойынша Қуяштың дөгерегинде қозғалатуғын айырым бир планетаның ҳәр қыйлы аўҳаллары ушын да қолланыўға болады.

Жоқарыдағы формуладағы $4\pi^2 K$ пропорционаллық коэффициенти барлық планеталар ушын бирдей мәниске ийе болыўы керек. Сонлықтан оның планеталардың массасына және басқа да қасийетлерине байланыслы болыўы мүмкин емес. Бул коэффициент планеталарды орбиталар бойынша қозғалыўға мәжбүрлейтуғын Қуяшты тәриплейтуғын физикалық параметрлерге байланыслы болыўы шәрт. Бирақ өз-ара тәсир етисиўде ***Қуяш ҳәм планета бирдей ҳуқыққа ийе денелер*** сыпатында орын ийелеўи шәрт. Олар арасындағы айырмашылық тек ***санлық жақтан*** болыўы мүмкин. Ал Қуяш пенен планеталар тек массалары менен парықланады. Тәсирлесиў күши планетаның массасы m ге пропорционал болғанлығы ушын бул күш Қуяштың массасы M ге де пропорционал болыўы лазым (яғный $4\pi^2 K = GM$, бул аңлатпада G арқалы пропорционаллық коэффициенти белгиленген). Сонлықтан планетуға тәсир етиўши күш ушын

$$F = G\frac{Mm}{r^2} \qquad (24.6)$$

формуласын жаза аламыз. Бул формуладағы G коэффициенти Қуяштың массасынан да, планеталардың массасынан да ғәрезсиз болған жаңа турақлы шама. Алынған формулаларды өз-ара салыстырыў арқалы Кеплер турақлысы ушын

$$K \equiv \frac{a^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2} \qquad (24.7)$$

аңлатпасын аламыз.

Қуяш ҳәм планеталар тартылыс пайда етиўде бир биринен тек санлық жақтан бир физикалық параметр, ол да болса массалары бойынша парықланады. Сонлықтан планеталар, басқа да денелер арасында да өз-ара тартысыў орын алады деп болжаў тәбийий нәрсе. Бундай болжаўды биринши рет Ньютон усынды ҳәм кейинирек тәжирийбеде дәлилленди. Ньютон мазмуны төмендегидей болған пүткил дүньялық тартылыс нызамын ашты:

Қәлеген еки дене (материаллық ноқатлар) бир бири менен массаларының көбеймесине туўры пропорционал, аралықларының квадратына кери пропорционал күш пенен тартысады.

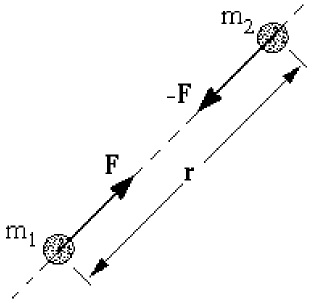
Бундай күшлер ***гравитациялық күшлер*** ямаса ***пүткил дүньялық тартылыс күшлери*** ямаса ***салмақ (аўырлық) күши*** деп аталады. Жоқарыдағы формулаға кириўши G пропорционлаллық коэффициенти барлық денелер ушын бирдей мәниске ийе. Бундай мәнисте бул коэффициент универсал турақлы болып табылады. Ҳақыйқатында да ол ***гравитация турақлысы*** деп аталатуғын ең әҳмийетли дүньялық турақлылыр қатарына киреди.

Әлбетте қәлеген тәсирлесиў базы бир сәйкес физикалық майдан ямаса материаллық денелер тәрепинен әмелге асырылады. ***Гравитациялық тәсирлесиўди тәмийинлейтуғын майданды (гравитациялық күшлерди жеткерип беретуғын майданды) гравитация майданы деп атаймыз***. Эйнштейнниң 1915-жылы дөреткен улыўмалық салыстырмалық теориясы ҳәзирги ўақытлары илим менен техникада кеңнен қолланылып атырған гравитация теориясы болып табылады.

Жоқарыда келтирилип шығарылған пүткил дүньялық тартылыс нызамындағы өз-ара тәсирлесиўши денелер ноқатлық деп қаралады. Физикалық жақтан бул денелердиң өлшемлерине салыстырғанда олар арасындағы қашықлық әдеўир үлкен дегенди аңлатады. Усы жерде «әдеўир үлкен» сөзи физиканың барлық бөлимлериндегидей салыстырмалы түрде қолланылған. Усындай салыстырыў Қуяш пенен планеталардың өлшемлери менен ара қашықлықлары ушын дурыс келеди. Бирақ, мысалы, өлшемлери 10 см, ара қашықлығы 20 см болған денелер ушын бундай салыстырыў келиспейди. Ондай денелерди ноқатлық деп қарай алмаймыз. Бул жағдайда сол денелердиң ҳәр бирин ойымызда көлеми шексиз киши болған бөлеклерге бөлип, сол бөлеклер арасындағы гравитациялық тәсир етисиў күшлерин есаплап, кейин бул күшлерди геометриялық қосыў (интеграллаў) керек. Материаллық денениң шексиз киши бөлими материаллық ноқат сыпатында айырып алынып қаралыўы мүмкин. Бундай есаплаўлардың тийкарында ***гравитациялық майданларды суперпозициялаў принципи*** турады. Бул принцип бойынша қандай да бир масса тәрепинен қоздырылған гравитация майданы басқа да массалардың болыў-болмаўына ғәрезли емес. Буннан басқа ***бир неше денелер тәрепинен пайда етилген гравитациялық майдан олардың ҳәр бири тәрепинен пайда етилген майданлардың геометриялық қосындысына тең***. Бул принцип тәжирийбени улыўмаластырыўдың нәтийжесинен келип шыққан. ***Солай етип***

a) материаллық денениң көлеминиң шексиз киши элементи массасы денениң тығызлығы менен көлем элементиниң көбеймесине тең материаллық ноқат түринде қаралады екен.

b) бир текли шар тәризли материаллық денелердиң тасирлесиўин материаллық ноқатлардың тәсир етисиўи сыпатында қараўға болады.



24-1 сүўрет. Еки дене арасындағы тартылыс күшлери бағытын көрсететуғын сүўрет. Бул жерде $F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$.

Суперпозиция принципин пайдаланыў арқалы ***еки бир текли шарлардың массалары олардың орайларында жайласатуғын болған жағдайдағыдай тәсир етисетуғынлығын*** (жоқарыдағы b пункт) аңсат дәлиллеўге болады.

Ньютон дәўиринде пүткил дүньялық тартысыў нызамының дурыслығы тек ғана астрономиялық бақлаўлар жәрдеминде тастыйықланды. Бул нызамның Жер бетиндеги денелер ушын да дурыс екенлиги, сондай-ақ гравитация турақлысының мәниси жуўық түрде 1798-жылы Г.Кавендиш (1731-1810) тәрепинен дәлилленди ҳәм анықланды.

Кэвендиш тәжирийбесиниң схемасы 24-2 сүўретте көрсетилген.

Горозонт бағытында қойылған жеңил A стерженининң ушларына ҳәр қайсысының массалары 158 килограммнан болған M қорғасын шарлары илдирилген. B ноқатында жиңишке C сымына узынлығы l болған стержень бекитилген. Стерженниң ушларына массалары m ге тең болған қорғасын шарлары илдирилген. Бул шарлардың ҳәр қайсысының массасы Кавендиш тәжирийбесинде 730 грамнан болған. A стерженин бурыў арқалы үлкен шарларды киши шарларға жақынластырғанда шарлар жуп-жуптан тартысып узынлығы l болған стержень бурылады. Бундай жағдайда C сымының серпимлилик қәсийетлерин биле отырып тартылыс күшлерин өлшеўге ҳәм гравитация турақлысы G ның мәнисин есаплаўға болады. Нәтийжеде Кавендиш

$$G = 6{,}685 \cdot 10^{-8} \quad \frac{sm^3}{g \cdot s^2}$$

шамасын алған. Бул шама ҳәзирги ўақытлары қабыл етилген мәнисинен аз парқланады.

Гравитация турақлысының мәнисин өлшеўдиң басқа усылы 1878-жылы Жолли (1809-1880) тәрепинен усынылды.

Гравитация турақлысының ҳәзирги ўақытлары алынған мәниси (2000-жыл, Physics News Update, Number 478, Интернеттеги адрес http://www.hep.net/documents/ news1etters/pnu/):

$$G = 6{,}67390 \cdot 10^{-8} \quad \frac{sm^3}{g \cdot s^2}$$

Бул шама 0.0014 процентлик қәтелик пенен анықланған. Биз гравитация турақлысының мәнисиниң оғада киши екенлиги көринип тур. Ҳәр қайсысының массасы 1 кг болған бир биринен 1 м қашықлықта турған еки дене $F = 6{,}6739 \cdot 10^{-11}$ Н $= 6{,}6739 \cdot 10^{-6}$ дина күш пенен тартысады (24-3 сүўрет).

Гравитациялық тартысыў күшин электр майданындағы тәсирлесиў менен салыстырайық. Мысал ушын еки электронды алып қараймыз. Массасы m = 9.1 * 10^{-28} *г* = 9.1*10^{-31} к*г*. Олар

$$F_g = G\frac{m^2}{r^2}$$

күши менен тартысады.

Ал электронлардың заряды e = - 4.803*10^{-10} СГСЭ бирл. = -1.6*10^{-19} К. Демек еки электрон шамысы

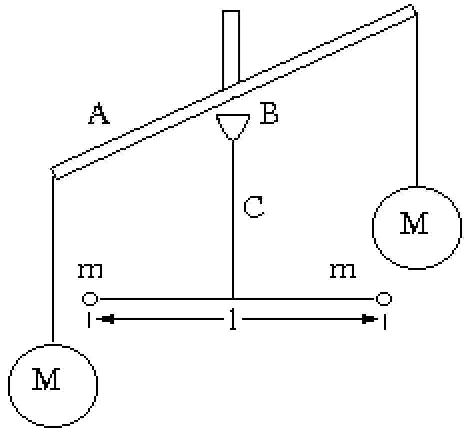
$$F_e = \frac{e^2}{r^2}$$

ге тең болған Кулон күши менен ийтериседи. Жоқарыдағы еки формулада да бирдей r лер алынған. Сонлықтан

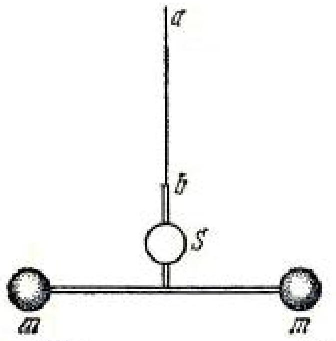
$$\frac{F_g}{F_e} = \frac{G\,m^2}{e^2} \approx 2{,}4\cdot 10^{-43}\,.$$

Бул оғада киши шама. Еки протон ушын $\frac{F_g}{F_e} \approx 8\cdot 10^{-37}$

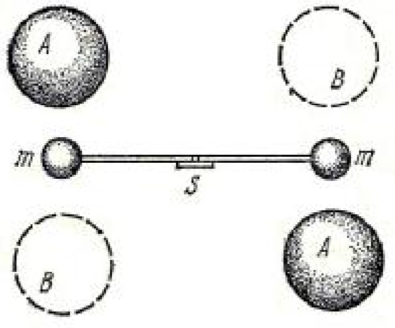
Демек зарядланған бөлекшелер арасындағы электрлик тәсир етисиў гравитациялық тәсир етисиўге салыстырғанда салыстырмас есе үлкен болады екен. Сонлықтан ядролық өлшемлерден үлкен (ядролық өлшемлер деп 10^{-13} см ден киши өлшемлерди айтамыз), ал астрономиялық өлшемлерден киши болған көлемлерде тийкарғы орынды электромагнитлик тәсирлесиў, ал астрономиялық қашықлықларда тийкарғы орынды гравитациялық күшлер ийелейди. Демек биз кристалларды, айырым атомлар менен молекулаларды изертлегенимизде гравитациялық тәсирлесиўди пүткиллей қолланбаймыз. Ал астрономиялық объектлер, соның менен бирге Жердиң жасалма жолдаслары ҳаққында гәп еткенимизде, космослық кораблердиң ушыў траекторияларын есаплағанымызда тек гравитациялық тәсирлесиўлерди пайдаланамыз.



24-2 сүўрет. Кавендиш тәжирийбесиниң схемасы



Кавендиш тәжирийбесиндеги бурылыўшы стерженьге қапталдан қарағанда.



Кавендеш тәжибийбесиндиге массалары M ҳәм m болған қорғасын шарлардың өз-ара жайласыўлары (төменнен ямаса жокарыдан қарағанда).

Гравитация турақлысы G ның мәнисин анықлағаннан кейин Жердиң массасы менен тығызлығын, басқа да планеталардың массаларын есаплаў мүмкин. Ҳақыйқатында да Жер бетиндеги берилген заттың салмағы

$$p = mg = G\frac{mM}{R^2}$$

формуласы жәрдеминде есапланады. Бул формулада m арқалы заттың массасы, g арқалы жер бетиндеги еркин түсиў тезлениўи, M арқалы Жердиң массасы, R арқалы Жердиң радиусы белгиленген.

Демек

$$g = G\frac{M}{R^2} = 9.80248077602129\ \frac{m}{s^2}$$

(бул астрофизикалық калькулятродың жәрдеминде SI системасында есаплағанды) ҳәм

$$M = \frac{g\,R^2}{G} = 5{,}946\cdot 10^{24}\quad kg$$

(бул да астрофизикалық калькулятор жәрдеминде есаплаған) шамасы алынады.

Жердиң көлеми $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ формуласы менен анықланады. Бундай жағдайда жоқарыда алынған массаның мәнисин пайдаланып $\rho = \frac{M}{V} = 5{,}5\ \frac{g}{sm^3}$ шамасын аламыз. Бул Жердиң орташа тығызлығы болып табылады.

Қуяш пенен Жер арасындағы қашықлықты R арқалы белгилейик. Бундай жағдайда усы еки дене арасындағы гравитациялық тартылыс күши

$$F_g = G\frac{M_J\, M_Q}{R^2}.$$

Жерге тәсир етиўши орайға умтылыўшы күштиң шамасы $F_O = \frac{M_J v^2}{R}$. Бул аңлатпада v арқалы Жердиң орбита бойынша қозғалысының (орбиталық қозғалысының) тезлиги белгиленген. Жердиң Қуяш дөгерегинде айланып шығыў дәўирин T арқалы белгилесек орбиталық тезликтиң мәниси $v = \frac{2\pi R}{T}$ шамасына тең болады. Сонлықтан $F_O = \frac{2\pi R M_J}{T}$.

$F_g = F_O$ шәртинен Қуяштың массасы ушын $M_Q = \frac{4\pi^2 R^3}{G\,T^2} \approx 2\cdot 10^{30}$ кг шамасын аламыз. Тап сол сыяқлы Айдың да массасын есаплаўымыз мүмкин.

Еркин түсиў тезлениўиниң мәниси R ге ғәрезли екенлигин жоқарыда көрдик $\left(g = G\frac{M}{R^2}\right)$. Усыған бейланыслы g ның Жер бетинен бийикликке байланыслы қалай өзгеретуғынлығын көрсететуғын кесте келтиремиз:

24-1 кесте.

Бийиклик, километрлерде	g, м/с^2
0	9.83
5	9.81
10	9.80
50	9.68
100	9.53
400[1)]	8.70
35 700[2)]	0.225
380 000[3)]	0.0027

[1)] Жердиң жасалма жолдаслары орбиталарының бийиклиги.
[2)] Жердиң стационар жасалма жолдасының бийиклиги.
[3)] Жер менен Ай арасындағы қашықлық.

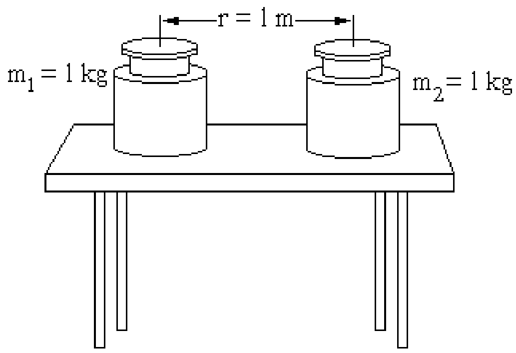
Енди жоқарыда келтирилген формулалар тийкарында Жердиң бетиндеги гравитациялық майданының кернеўлилиги H_0 (майданның берилген ноқатындағы бир бирлик массаға ийе денеге тәсир ететуғын күшти майданның сол ноқатының кернеўлилиги деп атаймыз, ал кернеўлиликти қашықлық r ге көбейтсек потенциал келип шығады) менен потенциалы φ_0 ди табамыз. Жоқарыда айтылғанларға байланыслы массасы m болған денениң гравитациялық майданының r қашықлықтағы кернеўлилигиниң сан мәнисиниң $H = G\frac{m}{r^2}$ ке тең, потенциалының $\varphi = -G\frac{m}{r}$ екенлигин аңсат келтирип шығара аламыз. Ал гравитациялық майданының (қәлеген майданның кернеўлилиги) кернеўлилиги деп

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{F}}{m}$$

векторлық шамасына айтамыз. Бул жерде **F** арқалы берилген ноқатқа орналастырылған массасы m болған денеге тәсир етиўши күш белгиленген. Демек Ньютонның екинши нызамы бойынша **H** = **a** екен. Жердиң бетинде бул тезлениў еркин түсиў тезлениўине тең $(\mathbf{a}=\mathbf{g})$. Солай етип $H_0 = g \approx 9{,}8$ м/с^2. Ал гравитация майданының Жер бетиндеги потенциалы

$$\varphi_0 = H_0\, r = -9{,}8 \cdot 6{,}4 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг} = -6{,}2 \cdot 10^7 \text{ Дж/кг.}$$

Демек массасы 1 кг болған денени Жердиң бетинен шексизликке алып кетиў ушын $6{,}2 \cdot 10^7$ Дж энергия керек болады екен



24-3 сүўрет.

Гравитация турақлысының физикалық мәнисин түсиндириўге арналған сүўрет.

С.Хокинг: Бизиң ҳәзирги теорияларымыз бенен Ньютонның тартылыс теориясы арасында ҳеш қандай айырма жоқ. Ҳәзирги теориялар тек әдеўир қурамалығы менен айрылып турады. Бирақ олардың барлығы да бир нәрсени аңлатады.

Орбиталары эллипс, парабола ҳәм гипербола тәризли болған қозғалыслар шәртлери. Траекториясы эллипс тәризли болған планетаның (Жердиң жасалма жолдасының) қозғалысы финитлик деп аталады. Бундай жағдайда планета кеңисликтиң шекленген бөлегинде қозғалады. Керисинше, параболалық ҳәм гиперболалық орбиталар бойынша планеталар инфинитли қозғалады. Бул жағдайда планеталар кеңисликте шексиз үлкен аралықларға қашықласады. Сонлықтан планеталар қозғалысларының финитлик ямаса инфинитлик шәртлерин анықлаў зәрүрлиги келип шығады.

Егер E арқалы планетаның толық энергиясы белгиленген болса, онда

$$\frac{mv^2}{2} - G\frac{Mm}{r} = E = \text{const}. \qquad (24.8)$$

Қуяшты қозғалмайды деп есаплаймыз ҳәм сонлықтан оның кинетикалық энергиясын есапқа алмаймыз. Қуяшқа салыстырғандағы планетаның импульс моментин **L** ҳәрипи менен белгилесек, онда

$$\mathbf{L} = m\, r^2 \dot{\boldsymbol{\varphi}} = \text{const} \qquad (24.9)$$

екенлигине ийе боламыз. Бул теңлемедеги $\dot{\varphi}$ мүйешлик тезликти жоғалтыўымыз керек. Бунның ушын толық тезлик v ны радиал v_r ҳәм азимутал $r\dot{\varphi}$ қураўшыларға жиклеймиз. Нәтийжеде:

$$\frac{mv^2}{2}=\frac{m}{2}v_r^2+\frac{m}{2}r^2\dot{\varphi}^2=\frac{m}{2}v_r^2+\frac{L^2}{2mr^2}. \qquad (24.10)$$

Енди $\frac{mv^2}{2}-G\frac{Mm}{r}=E=\mathrm{const}$ теңлемеси (кинетикалық ҳәм потенциал энергияларының қосындысына тең болған толық энергияның сақланыў шәрти)

$$\frac{m}{2}v_r^2-G\frac{Mm}{r}+\frac{L^2}{2mr^2}=E=\mathrm{const}. \qquad (24.11)$$

ямаса

$$\frac{m}{2}v_r^2+V(r)=E=\mathrm{const}.$$

түрине енеди. Бул формуладағы

$$V(r)=-G\frac{Mm}{r}+\frac{L^2}{2mr^2} \qquad (24.12)$$

потенциал энергия болып табылады. Кинетикалық энергия $\frac{m}{2}v_r^2>0$. Сонлықтан байланысқан ҳалдың жүзеге келиўи ушын барлық ўақытта

$$V(r)\le E$$

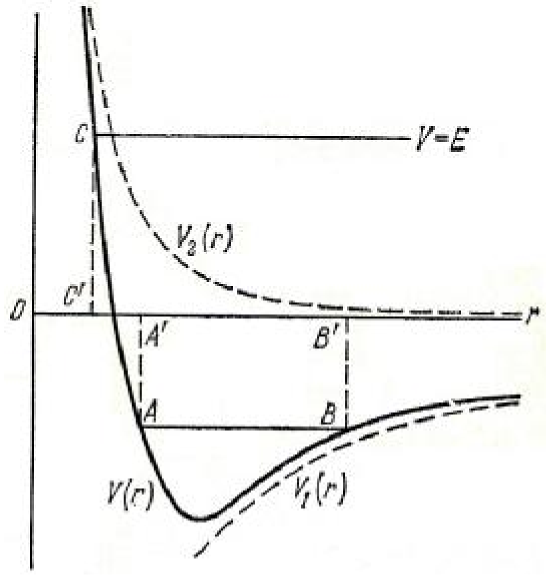
теңсизлигиниң орынланыўы керек.

Жоқарыда алынған теңлеме радиал тезлик болған v_r белгисизине ийе болады. Формал түрде бул кейинги теңлемени ноқаттың бир өлшемли болған радиал бағыттағы қозғалысының теңлемеси деп қараўға болады.

Енди мәселе $V(r)$ потенциал энергиясына ийе бир өлшемли қозғалыстың финитлик ямаса инфинитлик шәртлерин табыўдан ибарат болады. Сол мақсетте

$$V(r)=-G\frac{Mm}{r}+\frac{L^2}{2mr^2},\quad V_1(r)=-G\frac{Mm}{r},\quad V_2(r)=\frac{L^2}{2mr^2} \qquad (24\text{-}13)$$

функцияларының графиклерин қараймыз. L ди нолге тең емес деп есаплаймыз. r шамасы нолге умтылғанда ($r\to 0$) $V_2(r)$ функциясы $V_1(r)$ функциясына салыстырғанда шексизликке тезирек умтылады. Киши r лерде $V(r)$ функциясы оң мәниске ийе болады ҳәм $r\to 0$ шәрти орынланғанда шексизликке асимптота бойынша умтылады. Керисинше еки функцияның қосындысы (сүўретте тутас сызық) $r\to\infty$ шәрти орынланғанда асимптота бойынша нолге умтылады. Нәтийжеде $E > 0$ болған жағдайларда гиперболалық, $E = 0$ шәрти орынланғанда параболалық ҳәм $E < 0$ болғанда эллипс тәризли орбита менен қозғалыстың орын алатуғынлығын дәлиллеўге болады.



24-4 сүўрет.

Энергияның r ден ғәрезлилигин көрсететуғын графиклер.

Демек орайлық майданда қозғалыўшы денелердең траекториялары олардың энергиясына байланыслы болады екен.

Байланысқан ҳал тек ғана байланыс энергиясының (потенциал энергияның) мәниси нолден киши болғанда орын алады. Ал байланыс энергиясының нолден үлкен мәнислерине ийтерилис күшлери сәйкес келеди.

$r \to \infty$ шәрти орынланғанда V(r) = 0, сонлықтан

$$E = -G\frac{M\,m}{r} + \frac{m\,v^2}{2} = \frac{m}{2}v_\infty^2 .$$

Демек ***гиперболалық қозғалыста материаллық дене шексизликке шекли*** v_∞ ***тезлиги менен, ал параболалық қозғалыста материаллық дене шексизликке ноллик тезлик пенен жетип келеди*** (себеби $E = 0$ теңлигине сәйкес сәйкес $v_p = 0$, v_p арқалы параболалық тезлик белгиленген). Параболалық қозғалыў ушын материаллық ноқатқа берилиўи керек болған дәслепки тезлик параболалық тезлик деп аталады.

$$\frac{mv_p}{2} - G\frac{Mm}{r_0} = E = 0 \qquad (24.14$$

теңлемесинен параболалық тезлик ушын

$$v_p = \sqrt{2G\frac{M}{r_0}} \qquad (24.15)$$

аңлатпасы алынады.

Параболалық тезлик «шеңбер» тәризли тезлик v_{sh} менен әпиўайы байланысқа ийе. Қуяштың дөгерегинде шеңбер тәризли орбита бойынша қозғалатуғын планета усындай тезликке ийе болады. Радиусы r_0 болған шеңбер тәризли орбитаның жүзеге келиўи ушын $\frac{m v_{sh}^2}{r_0}$ орайға умтылыўшы күштиң шамасы гравитациялық тартылыс күши $G\frac{Mm}{r_0^2}$ тиң шамасына тең болыўы шәрт, яғный:

$$\frac{m v_{sh}^2}{r_0} = G\frac{Mm}{r_0^2}.$$

Буннан

$$v_{sh} = \sqrt{G\frac{M}{r_0}} \qquad (24.6)$$

екенлигин аламыз. Демек

$$v_p = v_{sh}\sqrt{2}. \qquad (24.17)$$

Орбиталардың параметрлерин есаплаў. Планетаның эллипс тәризли орбитасының узын ҳәм киши көшерлерин энергияның ҳәм импульс моментиниң сақланыў нызамлары жәрдеминде анықлаў мүмкин. Перигелий P ҳәм афелий A ноқатларында планеталардың радиал тезлиги нолге тең. (24.11) аңлатпасында $v_r = 0$ деп есаплап сол ноқатлар ушын

$$r^2 + G\frac{Mm}{E}r - \frac{L^2}{2mE} = 0 \qquad (24.18)$$

аңлатпасын аламыз. $E < 0$ болғанда бул теңлеме еки ҳақыйқый оң мәниске ийе r_1 ҳәм r_2 коренлерине (түбирлерине) ийе болады. Сол коренлердиң бири перигелий P ноқатына, екиншиси A афелий ноқатына сәйкес келеди. $r_1 + r_2$ қосындысы эллипстиң үлкен көшериниң узынлығына тең. Бул узынлықты $2a$ деп белгилеп

$$2a = r_1 + r_2 = -G\frac{Mm}{E} = -G\frac{M}{e} \qquad (24.19)$$

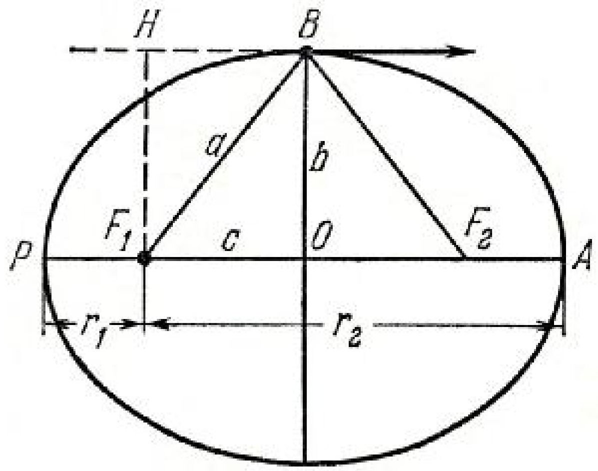
теңлемесине ийе боламыз.

Бул формуладағы $e = E/m$ арқалы планетаның масса бирлигине сәйкес келиўши толық энергиясы белгиленген. Эллипс бойынша қозғалыс ушын $e < 0$ болғанлықтан кейинги жазылған (24.19)-аңлатпа оң мәниске ийе.

Эллипс тәризли орбиталар белгили бир шәртлер орынланғанда шеңбер тәризли орбиталарға айланады. Биз қарап атырған жағдайларда шеңбер тәризли орбиталар эллипс тәризли орбиталардан $r_1 = r_2 = r$ болған жағдайда алынады. Бундай жағдайда $2E = -G\frac{Mm}{r}$ ямаса $2E = U$. Бул аңлатпаны $E = U - E$ деп жазып, $E = E_{kin} + U$ теңлигинен пайдаланып

$$E = -E_{kin} \tag{24.20}$$

теңлигин аламыз. Демек шеңбер тәризли орбита бойынша қозғалыста толық ҳәм кинетикалық энергиялардың қосындысы нолге тең.



24-5 сүўрет.

Орбитаның параметрлерин анықлаў ушын қолланылатуғын сүўрет.

Енди эллипстиң киши көшери b ның узынлығын табамыз. Бул мәселени шешиў ушын энергиядан басқа планетаның импульс моменти ҳәм оның секторлық тезлиги $s = \dot{s}$ ниң шамасын билиў керек. Тек энергияның мәниси арқалы келип шығатуғын эллипстиң үлкен көшери белгили деп есаплаймыз. Мейли киши көшердиң эллипс пенен кесилесетуғын ноқатлардың бири B болсын. Эллипстың фокуслары болған F_1 ҳәм F_2 ноқатларынан эллипстиң қәлеген ноқатына шекемги аралықлардың қосындысы турақлы ҳәм 2а ға тең болатуғынлығынан (бул эллипстиң анықламасынан келип шығады: эллипс деп фокуслары деп аталатуғын еки ноқаттан қашықлықларының қосындысы турақлы болып қалатуғын ноқатларлың геометриялық орнына айтамыз) $F_1B = a$ екенлиги келип шығады. В ноқатындағы секторлық тезлик

$$s = \frac{1}{2} b v .$$

шамасына тең. Себеби b узынлығы F_1 фокусынан усын ноқаттың тезлигиниң бағытына түсирилген F_1H перпендикулярының узынлығына тең. B ноқатындағы тезлик v энергия теңлемеси жәрдеминде анықланады. Бул теңлемеде $r = a$ деп шамалап

$$\frac{v^2}{2} - G\frac{M}{a} = \varepsilon.$$

формуласына ийе боламыз. Бул формулаға $e = E/m$ шамасын қоямыз ҳәм

$$b = 2\sigma\sqrt{\frac{a}{GM}}$$

екенлигине ийе боламыз.

Космослық тезликлер. Жоқарыда келтирилип өтилген финитли ҳәм инфинитли қозғалыслар теориясы Жердиң жасалма жолдасларының ушыўы ушын да қолланылыўы мүмкин.

Жердиң жасалма жолдасының массасын m ал Жердиң массасын M ҳәрипи менен белгилеймиз.

Жердиң аўырлық (Жердиң салмақ) майданындағы жасалма жолдастың ямаса космос кораблиниң (кемесиниң) толық энергиясы

$$E = \frac{mv^2}{2} - G\frac{Mm}{r} \tag{24.21}$$

ямаса

$$E = \frac{mv^2}{2} - mrg. \tag{24.22}$$

Егер E ниң мәниси терис болса қозғалыс финитлик болады ҳәм космос кемеси эллипс тәризли орбита бойынша қозғалады. Шеңбер тәризли қозғалыста

$$v_{sh} = \sqrt{G\frac{M}{r}} = \sqrt{gr}. \tag{24.23}$$

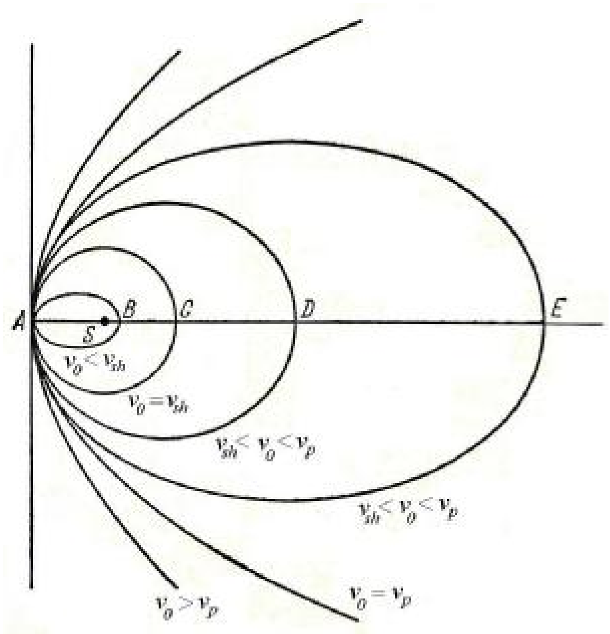
Бул аңлатпада g Жер бетиндеги еркин түсиў тезлениўи, ал r Жер шарының радиусы болғанда алынған тезликти ***биринши космослық тезлик*** деп атаймыз (шама менен 7,8 км/с шамасына тең).

Қозғалыстың инфинитли болыўы ушын E ниң ең киши мәниси нолге тең болады. Бундай жағдайда тезлиги

$$v_p = \sqrt{2gr} = v_{sh}\sqrt{2} \approx 11{,}2 \text{ км/с}. \tag{24.24}$$

болған парабола тәризли орбита бойынша қозғалыс орын алады. Бундай тезликти ***параболалық*** ямаса ***екинши космослық тезлик*** деп атаймыз. Параболалық тезлик пенен қозғалыўшы космос кораблиниң Жерден шексиз үлкен аралыққа қашықласқандағы тезлиги дәл нолге тең болады.

$E > 0$ болса ҳәм космос кораблиниң басланғыш тезлиги параболалық тезликтен жоқары болғанда ($v_0 > v_p$) қозғалыс гиперболалық қозғалысқа айланады.



24-6 сүўрет. Ноқатлық денениң гравитация майданында қозғалыстың мүмкин болған траекториялары (түсиниклер 24-2 кестеде берилген).

Белгилеўлер:
v_0 космос кораблиниң ямаса планетаның тезлиги,
v_{sh} шеңбер тәризли орбитаған сәйкес келиўши тезлик,
v_p параболалық тезлик,
$v_0 > v_p$ шәрти гиперболалық v_g тезлигине сәйкес келеди.

24-2 кесте.

Планетаның дәслепки тезлиги (v_0) ҳәм планетаның траекториялары

Дәслепки тезлик	Планетаның траекториясы
$v_0 = 0$	Қуяш арқалы өтетуғын туўры сызық (планета Куяшқа қулап түседи).
$v_0 < v_{sh}$	Перигелийи B ноқатында, афелийи A ноқатында болған эллипс.
$v_0 = v_{sh}$	Орайы Қуяш болған шеңбер.
$v_{sh} < v_0 < v_p$	Перигелийи A ноқатында, афелийи D ноқатында болған эллипс.
$v_0 = v_p$	Парабола.
$v_0 > v_p$	Эллипс.

Ескертиўлер:

Перигелий – аспан денесиниң (мысалы Жердиң, Қуяш дөгерегинде айланатуғын космос кораблиниң) орбитасының Қуяшқа ең жақын ноқаты (Жер ушын 147 млн км).

Афелий - аспан денесиниң (мысалы Жердиң, Қуяш дөгерегинде айланатуғын космос кораблиниң) орбитасының Қуяштан ең қашық ноқаты (Жер ушын 152 млн км).

Жер бетиндеги майдан. Жердиң радиусын R_0 арқалы (R_0=6378 км), ал Жер бетинен массасы m болған материаллық ноқатқа шекемги вертикал бағыттағы қашықлықты h арқалы белгилейик. $h << R_0$ шәрти орынланатуғын болсын. Жердиң орайынан материаллық ноқатқа шекемги толық қашықлық $h + R_0$ шамасына тең. Олай болса $F = G\frac{Mm}{r^2}$ формуласына сәйкес

$$F = G\frac{Mm}{(R_0 + h)^2}.$$

Әпиўайы алгебрадан

$$\frac{1}{(R_0+h)^2}=\frac{1}{R_0^2}\frac{1}{(1+h/R_0)^2}\approx\frac{1}{R_0^2}\left(1-2\frac{h}{R_0}+\mathbf{K}\right)$$

екенлигин билемиз. Бул аңлатпада $\left(\frac{h}{R_0}\right)^2$ ҳәм усы қатнастың жоқарырақ дәрежелери есапқа алынбаған. Себеби $\frac{h}{R_0}$ шамасының өзи жүдә киши. Мысалы самолетлар ушатуғын бийиклик болған $h=20$ км ушын $\frac{h}{R_0}\approx 3\cdot 10^{-3}$. Бул шаманың квадраты бирге салыстырғанда миллионлаған есе киши. Көпшилик жағдайларда салмақ күшиниң жүдә киши шамаларға өзгерислерин есапқа алўдың кереги болмайды. Мысалы 1 км ге шекемги бийикликлерден дене түскенде салмақ күшиниң өзгериси $2\left(\frac{h}{R_0}\right)\approx 3\cdot 10^{-4}$ шамасынан да киши болады. Усындай дәлликте салмақ күшин бийикликтен ғәрезсиз деп есаплай аламыз ҳәм жоқарыда келтирилген номерленбеген формулалар тийкарында

$$F_0=G\frac{Mm}{R_0^2}=mg$$

формуласы жәрдеминде есаплаўға болады. Бул аңлатпадағы $g=G\frac{Mm}{R_0^2}=9{,}8$ м/с^2 Жер бетиндеги еркин түсиў тезлениўи болып табылады. Усындай дәлликте Жер бетине жақын орынлардағы салмақ күшине байланыслы болған көп санлы мәселелер шешиледи (24-1 кестени қараңыз).

Гравитациялық энергия. Потенциал энергия ҳаққында жоқарыда келтирилген анықлама бойынша базы бир B ноқатында турған бөлекшениң потенциал энергиясы

$$U(B)=\int_{(B)}^{\infty}\mathbf{F}(\mathbf{r})\,d\mathbf{r}$$

аңлатпасы арқалы бериледи (демек анықлама бойынша протенциал энергия деп берилген B ноқатынан бөекшени шексизликке көширгенде исленген жумысты айтамыз). Бул аңлатпада жумыстың шамасы B ноқатынан басланып шексизликте тамам болатуғын қәлеген жол бойынша есапланады. Шексизликте $\mathbf{F}$ күши нолге айланады деп қабыл етемиз. Ал бөлекшени бир ноқаттан екинши ноқатқа көширгенимизде оның потенциал энергиясы өзгереди. Соның менен бирге оның кинетикалық энергиясының да тап сондай шамаға өзгериўи керек. Себеби энергиялардың қосындысы турақлы болып қалыўы керек. Соның ушын кинетикалық энергияны өзгертетуғын энергияның физикалық мәнисиниң неден ибарат екенлиги, яғный потенциал энергияны алып жүриўши физикалық орталықтың не екенлиги ҳаққында сораў пайда болады.

Кинетикалық энергия денелердиң қозғалысының салыстырмалы тезлиги, ал потенциал энергия болса сол денелердиң бир бирине салыстырғандағы орынлары бойынша алықланады. Бул жағдай потенциал энергияны алып жүриўши физикалық орталық денелердиң өз-ара жайласыўлары, яғный геометриялық қатнаслар емес пе деген ойға алып келеди. Бирақ денелердиң өз-ара жайласыўларындағы өзгерислер бул процесслерде орын алатуғын күшлерге байланыслы потенциал энергияның пүткиллей ҳәр қыйлы шамалардағы өсиўлерине ясмаса кемейиўлерине алып келеди. Сонлықтан денелердиң бир бирине салыстырғандағы жайласыўлары потенциал энергияның тек өлшеми ғана бола алады. Ал оның физикалық алып жүриўшиси болса күшлерди жүзеге келтиретуғын кеңисликтиң ҳалы болып табылады.

Күшлер тәсир ететуғын кеңисликтиң областы күшлер майданы деп аталады. Сонлықтан потенциал энергияны алып жүриўши де күшлер майданы болып табылады ҳәм денениң потенциал энергиясы сол майданның энергиясының есабынан жүзеге келеди. Қозғалыслардағы потенциал ҳәм кинетикалық энергиялардың бир бирине айланыўы мына түрде болады: денениң кинетикалық энергиясы ҳәм потенциал энергия менен тиккелей байланыспаған майдан энергиясы бар деп есаплаймыз. Дене қозғалғанда оның кинетикалық энергиясы ҳәм оған қарама-қарсы бағытта майданның энергиясы өзгереди. Яғный майдан энергиясы денениң кинетикалық энергиясына өтеди. Усының менен бирге майданның энергиясының абсолют мәниси ҳаққындағы мәселе ашық (шешилмеген) болып қалады. Майданның энергиясының өзгериси ғана бақланатуғын физикалық шама болып табылады. Сонлықтан оның есаплаў басын сайлап алыў ықтыярлы түрде әмелге асырылады.

Бөлекшениң кинетикалық энергиясы менен потенциал энергиясының қосындысы шын мәнисинде бөлекше-майдан системасының энергиясы болып табылады. Кинетикалық энергия бөлекшеге, ал потенциал энергия майданға тийисли.

Бөлекше қозғалғанда усы бөлекше ҳәм майдан арасында энергия алмасыў орын алады. Демек майдан материаллық денелердиң тәсир етисиў қубылысының әҳмийетли қатнасыўшысы болып табылады екен.

Гравитациялық тәсирлесиўди пайда ететуғын майданның энергиясын гравитациялық потенциал энергия деп атаймыз. Енди оның мәнисин есаплаў менен шуғылланамыз.

Шар тәризли денениң гравитациялық энергиясы. Мейли радиусы R, ал массасы M болған шар берилген болсын. Усы шарды қураўшы бөлекшелердиң өз-ара тәсирлесиўи гравитация майданының энергиясы менен байланыслы. Жоқарыда айтқанымыздай бундай энергияны гравитациялық энергия деп атаймыз. ***Гравитациялық энергияның санлық мәниси сол бөлеклерди бир биринен шексиз узақласқан аралықларға көширгенде исленген жумысқа тең***. Бул жағдайда биз тек гравитациялық күшлерди жеңиў ушын исленген жумысты ғана қараўымыз керек. Ал атомларды молекулаларда, молекулаларды катты ямаса суйық денелерде услап турыўшы эдектромагнит күшлерди есапқа алмаймыз.

Есаплаўларды аңсатластырыў ушын шар бойынша масса тең өлшеўли тарқалған деп есаплаймыз ҳәм бул жағдайда тығызлық $\rho = \frac{3}{4}\frac{M}{\pi R^3}$ формуласы менен анықланады. Бөлекшелерди шардан шарлық қатламларды бөлип алып узақластырған аңсат болады. Шексиз үлкен қашықлықларға узақластырылған қатламлар енди узақластырылатуғын қатламларға тәсир етпейди.

Орайдан қашықлығы r, қалыңлығы dr болған қатламдағы масса $\rho 4pR^2 dr$ шамасына тең. Бул қатламды узақластырғанда оған радиусы r болған шар тәсир етеди. Қашықластырыў жумысы

$$dU_{gr} = -G\frac{\left(\rho\frac{4\pi}{3}r^3\right)\rho 4\pi r^2 dr}{r} = -\frac{G}{r}\frac{4\pi\rho r^3}{3}\rho R \pi r^2 dr \tag{24.25}$$

ге тең. Бул аңлатпаны $r=0$ ден $r=R$ ге шекемги аралықта интеграллап шардың толық гравитациялық энергиясын аламыз:

$$U_{gr} = -G\frac{16\pi^2\rho^2}{3}\int_0^R r^4\,dr = -G\frac{16}{15}\pi^2\rho^2 R^5. \tag{24.26}$$

$r = \dfrac{M}{\frac{4}{3}pR^3}$ екенлигин есапқа алсақ (масса бөлинген шардың көлеми)

$$U_{gr} = -\frac{3}{5}\frac{G M^2}{R} \tag{24.27}$$

аңлатпасы келип шығады. Бул шарды қураўшы масса элементлериниң өз-ара тәсирлесиўине сәйкес келиўши гравитациялық энергия болып табылады. Бирақ бул аңлатпа гравитациялық майданның толық энергиясын емес, ал шардың бөлекшелердиң өз-ара тәсирлесиўине сәйкес келетуғын бөлегин береди. Бул шама шар болғандағы гравитация майданының энергиясының шар жоқ ўақыттағы гравитациялық майданның энергиясынан қанша шамаға артық екенлигин көрсетеди.

Гравитациялық радиус. M массасына ийе денениң тынышлықтағы энергиясы Mc^2 шамасына тең. Бир биринен шексиз қашықласқан материаллық ноқатлар жыйналып усы денени пайда еткен жағдайда сарып етилген гравитациялық майдан энергиясы толығы менен денениң тынышлықтағы энергиясына айланған жоқ па? деген сораў туўылады. Материяны шарға топлағанда гравитация майданының энергиясы $U_{gr} = -\frac{3}{5}\frac{G M^2}{R}$ шамасына кемейеди, ал пайда болған шар сәйкес энергияға ийе болыўы керек.

Шардың радиусын есаплаў ушын гравитациялық энергияны тынышлық массасы энергиясына теңеў керек (санлық коэффициентлерин таслап жазамыз)

$$G\frac{m^2}{r_g} = Mc^2. \tag{24.28}$$

Бул аңлатпадан

$$r_g = G\frac{M}{c^2}. \tag{24.29}$$

Бул шама гравитациялық радиус деп аталады.

Мысал ретинде массасы $M = 6 \cdot 10^{24}$ кг болған Жер ушын гравитациялық радиусты есаплаймыз. Нәтийжеде 0,4 см шамасын аламыз. Демек гравитациялық энергиясы тынышлық массасы энергиясына тең болыўы ушын Жерди диаметри шама менен 1 см болған шарға айланғандай етип қысамыз. Ал, ҳақыйқатында Жердиң диаметри шама менен 10^9 см ге тең. Алынған нәтийже Жердиң улыўмалық энергетикалық балансында (бул балансқа тынышлық массасының энергиясы да киреди) гравитациялық энергияның есапқа алмаслықтай орынды ийелейтуғынлығын көрсетеди. Тап сондай жағдай Қуяш ушын да орынланады. Оның гравитациялық радиусы 1 км ғана, ал радиусының ҳәзирги ўақытларындағы ҳақыйқат мәниси 696 мың километрдиң әтирапында.

Әлемниң өлшемлери. Астрономияда гравитациялық энергиясы тынышлық массасының энергиясына барабар объектлер де бар. Сол объектлер ишине Әлемниң өзи де киреди.

Бақлаў нәтийжелери тийкарында Әлемниң орташа тығызлығын табыў мүмкин. Ҳәзирги ўақытлары орташа тығызлық $\rho \approx 10^{-25}$ кг/м^3 = 10^{-28} г/см^3 деп есапланады. Демек Әлем тек протонлардан туратуғын болғанда 1 м^3 көлемде шама менен 100 протон болып, олар арасындағы орташа қашықлық 30 см ге тең болған болар еди.

Енди шардың ишинде жайласқан массаның энергиясы гравитациялық энергияға тең болатуғындай етип Әлемниң радиусын есаплаймыз. Шардың массасы M шамасының $\rho_0 R_0^3$ көбеймесине пропорционал екенлигинен (яғный масса тығызлық пенен көлемге туўры пропорционал) (24.29)-формула былай жазылады

$$R_0 \text{ » } G\frac{\rho_0 R_0^3}{c^2}. \tag{24.30}$$

Бул формуладан

$$R_0 \approx \frac{c}{\sqrt{G\,\rho_0}} \approx 10^{26} \text{ m} = 10^{28} \text{ sm}. \tag{24.31}$$

Солай етип биз есаплап атырған ***Әлемниң гравитациялық радиусы ҳәзирги ўақытлары Әлемниң радиусы ушын қабыл етилген шамаға тең*** болып шықты (бул ҳаққында төменде және де гәп етиледи). Улыўмалық салыстырмалық теориясынан базы бир шәртлерде Әлемниң өлшемлериниң шекли екенлигин тастыйықлаў барлық физикалық процесслер шекли көлемде туйықланған ҳәм сыртқа шықпайды дегенди аңлатады. Мысалы жақтылық нуры бул көлемнен шығып кете алмайды. Соның менен бирге есаплаўлар гравитациялық радиустың шамасынан ғәрезсиз сол радиустың ишинен сыртқа шыға алмайтуғынлығын көрсетеди. Радиусы гравитациялық радиустан кем болған, экспериментте еле ашылмаған астрономиялық объектлер «***қара қурдымлар***» деп аталады.

Жердиң «қара қурдым» ға айланыўы ушын оның радиусының қандай болыўының кереклигин есаплайық. Массасы m_2 ге тең дене қозғалмайды, ал массасы m_1 ге тең дене оның дөгерегинде r радиуслы орбита бойынша қозғалады деп қабыл етейик. Тартылыс (потенциал) энергиясы менен кинетикалық энергияны теңлестирип $\frac{m_1 m_2}{r} = \frac{m_1 v^2}{2}$ теңлигин аламыз.

Егер усы теңликти Жер ҳәм жақтылық ушын пайдаланатуғын болсақ

$$G\frac{m_2}{r} = \frac{c^2}{2}$$

Аңлатпасына ийе боламыз. Бул аңлатпада c арқалы жақтылық тезлиги, m_2 арқалы Жердиң массасы ҳәм r Жердиң радиусы балгиленген. Демек

$$r < 2G\frac{m_2}{c^2}$$

болыўы керек. Сан мәнислерин орынларына қойсақ r ≈ 0.8 см екенлигине ийе боламыз.

Қуяшты қара қурдымға айландырыў ушын оның радиусын 3 км ге шекем киширейтиў керек.

Бул нәтийжелерден «қара қурдымлардың» тығызлығының оғада үлкен болыўы керек деген нәтийже келип шықпайды. Буған жоқарыда келтирилген бизиң әлемимиздиң гигант үлкен болған «қара қурдым» екенлиги дәлил бола алады.

Әлемниң критикалық тығызлығын есаплаў. Ҳәзирги космологиялық моделлер бойынша Әлемниң геометриясы оның толық энергиясына байланыслы. Усыған байланыслы үш жағдайдың орын алыўы мүмкин:

$\frac{v^2}{2} > G\frac{M}{r}$ Толық энергия нолден үлкен, сонлықтан бул жағдайда Әлем шексиз кеңейе береди (ашық Әлем). $r \to \infty$ те $v > 0$.

$\frac{v^2}{2} = G\frac{M}{r}$ Толық энергия нолге тең, бул жағдайда да Әлем шексиз кеңейе береди (ашық Әлем). $r \to \infty$ те $v = 0$.

$\frac{v^2}{2} < G\frac{M}{r}$ Толық энергия нолден киши. Әлемниң кеңейиўи қысылыўға айланады (жабық Әлем). $r \to \infty$ шәрти орын алмайды.

Биз кеңейиўши Әлемде жасап атырмыз. Усы Әлемдеги қалеген 1- ҳәм 2- ноқатлары бир биринен усы ноқатлар арасындағы қашықлық r_{12} ге пропорционал тезлик v_{12} менен қашықласады. Әлемниң бундай бир текли кеңейиў нызамын Хаббл нызамы деп атаймыз. Яғный

$$v_{12} = H \cdot r_{12}.$$

Бул аңлатпада H арқалы Хаббл турақлысы белгиленген. Бул шаманың ҳәзирги ўақытлардағы мәниси $H \approx 73 \pm 8$ км/(с*Мпк) ≈ $23{,}3 \cdot 10^{-19}$ 1/с.

Олай болса

$$\frac{4}{3}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{\pi}{\pi}\cdot H^2\cdot\frac{r^2}{2} = G M.$$

Бул аңлатпада M арқалы Әлемниң массасы белгиленген. $\rho_{krit} = \frac{M}{V}$ ҳәм $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ екенлигин есапқа алсақ

$$\rho_{krit} = \frac{M}{V} = \frac{3}{8}\frac{H^2}{\pi G} \approx 8,4 \cdot 10^{-30}\ \frac{g}{sm^3} \approx 10^{-29}\ \frac{g}{sm^3}$$

екенлигине ийе боламыз.

Критикалық тығызлықтың бул шамасы ҳәзирги ўақытлары қабыл етилген астрофизикалық нәтийжелерге сәйкес келеди (бул ҳаққында жоқарыда гәп етилди).

Материаллық дененың көлеминиң шексиз киши элементи массасы усы дененың тығызлығы менен шексиз киши элементтиң көлеминиң көбеймесине тең материаллық ноқат деп қабыл етиледи.

Шар тәризли дененың майданын материаллық ноқаттың майданына аралықтың квадратына байланыслы кемейетуғын барлық күшлер ушын (соның ишинде Кулон нызамы боынша тәсир ететуғын электрлик күшлер ушын да) алмастырыў мүмкин (яғный күш аралықтың квадратына керип пропорционал кемейиўи орын алған жағдайларда).

Салмақ күшин есаплағанда материаллық дененың ишиндеги қуўыслықты тутас денедеги «терис белгиге ийе масса» деп қараў мүмкин.

Орбитаның ҳәр бир ноқатындағы тартылыс күшин еки қураўшыға жиклеў мүмкин: тезлик бағытындағы тангенсиал ҳәм тезликке перпендикуляр болған нормал күшлер. Тангенсиал қураўшы планетаның тезлигиниң абсоабсолют мәнисин, ал нормал қураўшы тезликтиң бағытын өзгертеди.

Орайлық күшлер майданында қозғалыўшы дененың орбитасының формасы дененың толық энергиясы бойынша анықланады.

Сораўлар:

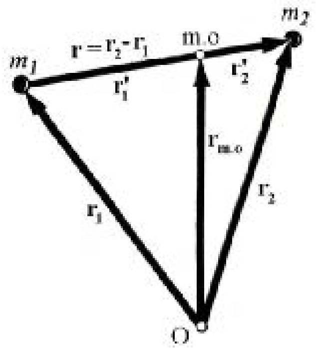
1. Орайлық күшлердиң барлық ўақытта потенциал күшлер екенлигин дәлиллей аласызба?
2. Сфералық жақтан симметриялы шар тәризли дененың гравитациялық энергиясы неге тең?
3. Гравитациялық радиус дегенимиз не?
4. Жер менен Қуяштың гравитациялық радиуслары неге тең?
5. «Қара қурдымлар» дегенимиз не? Усындай объектлердиң бар екенлиги ҳаққында дәлиллер бар ма?
6. Орайлық майдандағы қозғалыстың тегис қозғалыс екенлиги қалай дәлилленеди?
7. Кеплердиң екинши нызамы қайсы сақланыў нызамының нәтийжеси болып табылады?
8. Ноқатлық дененың тартылыс майданында қозғалғанда материаллық ноқат қандай траекторияларға ийе болыўы мүмкин?

25-§. Еки дене машқаласы

Келтирилген масса. Массалар орайы системасына өтиў. Тасыўлар ҳәм қайтыўлар.

Келтирилген масса. Әдетте пүткил дүньялық тартылыс нызамын талқылағанда Қуяшты, сол сыяқлы гравитациялық майданның тийкарғы дереги болған үлкен массалы денелерди қозғалмайды деп есапланады. Бул бир дене машқаласы болып табылады ҳәм әлбетте дурыс емес нәтийжелерге алып келеди.

Егер еки дене қаралса, сондай-ақ олардың массасы бир бирине барабар болса, онда ол объектлердиң ҳеш бирин де қозғалмайды деп қараўға болмайды. Мысал ретинде қос жулдызды көрсетиў мүмкин. Ал Жер менен Айдың қозғалысын қарағанда да Жерди қозғалмай турған объект деп қараў әдеўир сезилерликтей қәтелерге алып келеди. Сонлықтан да бир бири менен тәсир етисиўши еки дененин де қозғалысын есапқа алыўға туўры келеди. Бул еки дене машқаласы деп аталады.



25-1 сүўрет. Еки дене қозғалысы мәселесин шешиўгше арналған схема.

О арқалы радиус векторларды есаплаў басы белгиленген.

Мейли массалары m_1 ҳәм m_2 болған еки дене бир бири менен тартысыў күши арқалы тәсир етисетуғын болсын. Инерциал есаплаў системасындағы олардың қозғалыс теңлемеси төмендегидей болады (25-1 сүўрет):

$$m_1\frac{d\mathbf{r}_1^2}{dt^2}=G\frac{m_1m_2}{r^2}\frac{1}{r}\mathbf{r},\qquad (25.1)$$
$$m_2\frac{d\mathbf{r}_2^2}{dt^2}=G\frac{m_1m_2}{r^2}\frac{1}{r}\mathbf{r}.$$

Бул аңлатпаларда $\mathbf{r}=\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1$ арқалы өз ара тәсир етисиўши денелерди тутастыратуғын ҳәм массасы m_1 болған денеден массасы m_2 болған денеге қарап бағытланған вектор. Қозғалыстың улыўмалық характерин 9-параграфтағы материаллық ноқатлар системасы қозғалысын қарағанымызда гәп етилген көз-караслар бойынша үйрениў мүмкин.

$$\mathbf{r}_{m.o}=\frac{m_1\mathbf{r}_1+m_2\mathbf{r}_2}{m_1+m_2}\qquad (25.2)$$

радиус-векторы менен характерленетуғын масса орайы туўры сызықлы ҳәм тең өлшеўли қозғалатуғынлығы ҳәм m_1 менен m_2 массаларының масса орайы системасындағы импульсларының қосындысы нолге тең екенлиги анық. Қәлеген инерциаллық системада (соның ишинде масса орайы менен байланысқан системада да) бул массалардың импульс моменти сақланады.

Бирақ, ***еки дене мәселесин шешиў масса орайы менен байланысқан системада емес, ал сол еки дененең биреўи менен байланысқан есаплаў системасында шешкен қолайлырақ. Соның ушын бул жағдайда еки дене машқаласы бир дене машқаласына алып келинеди***. Бул мақсетте (25.1)-теңлемелерди m_1 ҳәм m_2 массаларына бөлемиз ҳәм екиншисинен бириншисин аламыз. Бундай жағдайда

$$\frac{d^2}{dt^2}(\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1)=\frac{d^2\mathbf{r}}{d\,t^2}=-\left(\frac{1}{m_1}+\frac{1}{m_2}\right)G\,\frac{m_1m_2}{r^2}\,\frac{\mathbf{r}}{r}. \quad (25.3)$$

Қаўсырма белгиси ишинде турған кери массаларды

$$\frac{1}{\mu}=\frac{1}{m_1}+\frac{1}{m_2} \quad (25.4)$$

арқалы белгилеймиз. Бул жердеги μ шамасы ***келтирилген масса*** деп аталады. Бундай жағдайда (25.3) былай жазылады:

$$\mu\,\frac{d^2\mathbf{r}}{d\,t^2}=-G\,\frac{m_1\,m_2}{r^2}\,\frac{\mathbf{r}}{r}. \quad (25.5)$$

Бул бир дене машқаласының теңлемеси болып табылады. Себеби теңлемедиги белгисиз шама тек бир $\mathbf{r}$ векторы болып табылады. Бул жағдайда тәсир етисиў m_1 ҳәм m_2 массалары арасында болады, ал инерциялық қәсийет келтирилген масса μ арқалы анықланады. Бир дене мәселесин шешкенде денелердиң бири қозғалмайды, усы дене есаплаў системасының басында жайласады деп есапланады, ал екинши дененең қозғалысы биринишисине салыстырыў арқалы анықланады.

Массалар орайы системасына өтиў. (25.5) теңлемесин шешиўдиң нәтийжесинде $\mathbf{r}=\mathbf{r}(t)$ байланысы алынады. Буннан кейин массалар орайы системасында еки дененең де траекториясын анықлаўға мүмкиншилик туўады. Егер m_1 ҳәм m_2 массаларының радиус-векторларын сәйкес $\mathbf{r}_1'$ ҳәм $\mathbf{r}_2'$ арқалы белгилесек, усы векторлардың есаплаў басы ретинде массалар орайы ноқатын алсақ, онда 25-1 сүўретте көрсетилген жағдайға сәйкес

$$\mathbf{r}_1'=-\frac{m_2}{m_1+m_2}\mathbf{r}, \qquad \mathbf{r}_2'=\frac{m_1}{m_1+m_2}\mathbf{r}. \quad (25.6)$$

Бул аңлатпалардың жәрдеминде және $\mathbf{r}=\mathbf{r}(t)$ ғәрезлилигин биле отырып $\mathbf{r}_1'(t)$ ҳәм $\mathbf{r}_2'(t)$ ларды сызыў мүмкин. Еки дененең де траекториясы масса орайына салыстырғандағыға уқсас болады. Қала берсе бул уқсаслықтың қатнасы массалардың қатнасына тең.

Тасыўлар ҳәм қайтыўлар. Бир ***текли емес гравитациялық майданда*** қозғалғанда денени деформациялаўға қаратылған күшлер пайда болады ҳәм соған сәйкес денелер деформацияланады.

Мейли ҳәр қайсысының массасы m ге тең болған ҳәм салмағы жоқ пружина менен тутастырылған үш материаллық ноқат олардың орайларын тутастыратуғын туўры бағытында бир текли емес тартылыс майданында еркин қулайтуғын болсын. Оларға тәсир ететуғын салмақ күшлери өз-ара тең емес. Жоқарғы ноқат төменги ноқатқа салыстырғанда кемирек тартылады. 25-2 сүўретте көрсетилген жағдайға (ситуацияға) төмендегидей жағдай эквивалент: үш денеге де ортаңғы денеге тәсир еткендей шамадағы күш тәсир етеди, бирақ жоқарыдағы денеге жоқарыға қарай бағытланған, ал төмендеги денеге төменге қарай бағытланған қосымша күш тәсир етеди. Демек пружинаның созылыўы тийис. Демек

бир текли емес тартылыс майданы материаллық денени усы бир текли емеслик бағытында созыўға тырысады.

Мәселен Қуяш Жерди олардың орайларын тутастыратуғын туўры бағытынды созады. Тап сондай эффектти Жерде Ай пайда етеди. Эффекттиң шамасы тартылыс күшине емес, ал усы күштиң өзгериў тезлигине байланыслы.

Қуяштың дөгерегиндеги планетаның қозғалыўы еркин түсиў (қулаў) болып табылады. Планета менен Қуяштың орайларын тутастыратуғын туўрыға түсирилген перпендикулярға урынба бағытындағы тезлигиниң бар болғанлығы себепли планета Қуяшқа қулап түспейди. Бир аспан денесиниң салмақ майданында қозғалатуғын екинши денесине жоқарыда тәрипленгендей деформациялаўшы күш тәсир етеди.

Шар тәризли денениң майданында орайдан r қашықлығындағы тартылыс күши

$$F = -G\frac{Mm}{r^2}$$

қа тең (24-параграфта бул хаққында толық баянланғанлығын еске түсиремиз). Бул күштиң қашықлыққа ғәрезли өзгериўи ушын тартылыс күши F тен ўақыт бойынша туўынды алып

$$\frac{dF}{dr} = 2G\frac{Mm}{r^3}$$

формуласына ийе боламыз ($-\frac{1}{x^2}$ шамасынан x бойынша туўынды алсақ $\frac{2}{x^3}$ ға тең болатуғынлығын еске түсиремиз).

Қуяш пенен Айдың Жердеги тартылыс майданы ушын

$$2G\frac{M_{Quyash}m_{Jer}}{r^3_{Quyash-Jer}} = 0{,}8\cdot 10^{-13}\ \frac{1}{s^2},$$

$$2G\frac{M_{Ay}m_{Jer}}{r^3_{Ay-Jer}} = 1{,}8\cdot 10^{-13}\ \frac{1}{s^2}.$$

Бул аңлатпалардағы $r_{Quyash-Jer}$ арқалы Қуяш пенен Жер арасындағы қашықлық, r_{Ay-Jer} арқалы Ай менен Жер арасындағы қашықлық, M_{Quyash}, M_{Ay} ҳәм m_{Jer} арқалы Қуяштың, айдың ҳәм Жердиң массалары белгиленген. Бул формулалардан Ай тәрептен Жерге тәсир етиўши «деформациялаўшы» күштиң Қуяш тәрептен Жерге тәсир етиўши «деформациялаўшы» күшке қарағанда шама менен еки есе артық екенлиги көринип тур.

Бул «деформациялаўшы» күш Жердиң қатты қабығын сезилерликтей «деформациялай» алмайды. Бирақ Жердеги океанлардағы суўдың формасы әдеўир өзгериске ушыратады. Тартылыс күшиниң бир тексизлиги бағытында океан суўының қәдди көтериледи, ал оған перпендикуляр бағытта океан суўының қәдди төменлейди. Жер өз көшери дөгерегинде айланатуғын болғанлықтан қәдди көтерилген ҳәм төменлеген аймақлар дәўирли түрде өзгереди. Жағысларда бул қубылыс тасыўлар ҳәм қайтыўлар түринде көринеди. Сутка ишинде еки рет тасыў ҳәм еки рет қайтыў орын алады. Егер Жердиң бети толығы менен суў менен қапланған болса есаплаўлар бойынша суўдың қәдди максимум 56 сантиметрге өзгерген болар еди. Бирақ Жер бетиндеги құрғақшылықтың тәсиринде өзгерис ҳәр қыйлы орынларда нолден 2 метрге шекем өзгереди.

Тасыўлар горизонт бағытларда суўдың ағысына, ал бул қубылыс өз гезегинде сүйкелиске ҳәм энергияның сарыпланыўына алып келеди. Демек тасыў сүйкелисиниң тәсиринде Жердиң өз көшери дөгерегинде айланыў тезлигиниң киширейиўи керек деген сөз. Бирақ бул сүйкелис үлкен емес.

Жердиң тартылыс майданында қозғалғанлығынан пайда болған сүйкелис күшлериниң салдарынан Ай барлық ўақытта да Жерге бир тәрепи менен қараған. Бундай қозғалыста сүйкелис күшлери пайда болмайды.

Тасыў сүйкелисиниң салдарынан Жер өз көшери дөгерегинде бир рет толық айланғанда оның айланыў дәўири $4{,}4 \cdot 10^{-8}$ секундқа үлкейеди. Бирақ Жер-Ай системасында импульс моментиниң сақланыўы керек. Жер өз көшери дөгерегинде, сондай-ақ Ай Жердиң дөгерегинде бир бағытта айланады. Сонлықтан Жердиң импульс моментиниң киширейиўи олардың ***улыўмалық массалар орайы дөгерегинде айланыўындағы Жер-Ай системасының импульс моментиниң артыўына алып келеди***. Жер-Ай системасының импульс моментин М ҳәрипи менен белгилеймиз:

$$M = \mu v r. \tag{25.7}$$

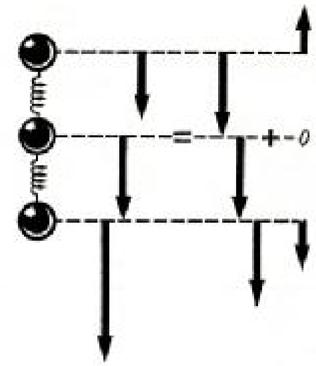
Бул аңлатпада μ арқалы (25.4) формула бойынша есапланған келтирилген массаның шамасы белгиленген, Жер менен Ай арасындағы қашықлық r ҳәрипи менен белгиленген. Олардың орбиталарын шеңбер тәризли деп есаплап

$$G\frac{m_{Jer}m_{Ay}}{r^2} = \frac{\mu v^2}{r}. \tag{25.8}$$

(25.7) менен (25.8) ден

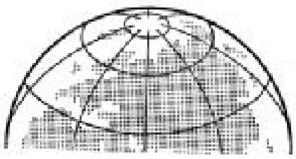
$$r = \frac{M^2}{G\, m_{Jer} m_{Ay} m}; \quad v = \frac{G\, m_{Jer} m_{Ay}}{M} \tag{25.9}$$

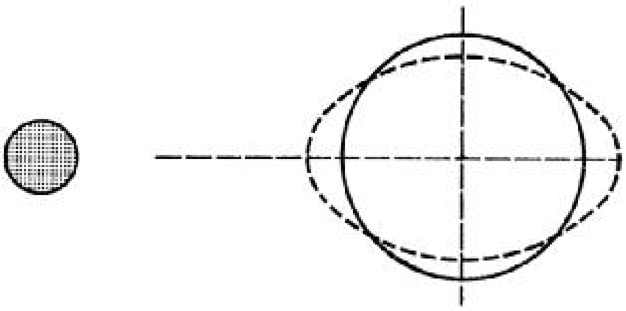
Демек тасыў сүйкелисине байланыслы ***Жер-Ай системасының импульс моментиниң артыўы*** Жер менен Ай арасындағы қашықлықтың үлкейиўине алып келеди ҳәм Айдың Жердиң дөгерегин айланып шығыў дәўири киширейеди екен. Ҳәзирги ўақытлары Жер менен Ай арасындағы қашықлықтың өсиўи бир суткада 0,04 см шамасында. Бул жүдә киши шама болса да, бир неше миллиард жыллар даўамында Жер менен Ай арасындағы қашықлық еки еседей шамаға өседи.



25-2 сүўрет.

Тасыў күши тартылыс күшиниң қашықлыққа байланыслы өзгериўине ғәрезли.





25-3 сүўрет. Жер бетиндеги тасыўлар менен қайтыўлар Айдың тартылыс майданы тәсиринде болатуғынлығын көрсетиўши сүўрет. Қуяштың тартылыс майданы тәрепинен болатуғын тасыўлар менен қайтыўлар буннан шама менен еки есе киши болады.

Еки дене машқаласы өз-ара тәсирлесиў теориясы ушын тәсирлесиўдиң ең әпиўайы мәселеси болып табылады. Бир қанша жағдайларда бул машқала дәл шешимге ийе болады. Үш дене машқаласы бирқанша қурамалы болып, бул машқала аналитикалық түрдеги дәл шешимлерге ийе болмайды.

Сораўлар:

1. Кетирилген масса денелердиң массасынан үлкен бе, киши ме, ямаса сол массалар арасындағы мәниске ийе ме?
2. Қандай жағдайларда еки дене машқаласында тәсирлесиўши денелердиң бирин қозғлмайды деп қараўға болады?
3. Массалар орайы системасында тәсирлесиўши бөлекшелердиң траекториялары қандай түрге ийе болады?
4. Келтирилген массаны өз ишине алыўшы еки дене машқаласының қозғалыс теңлемеси қандай координаталар системасында жазылған: инерциал координаталар системасында ма ямаса инерциал емес координаталар системасында ма?

26-§. Қатты денелердеги деформациялар ҳәм кернеўлер

Серпимли ҳәм пластик (эластик) деформациялар. Изотроп ҳәм анизотроп денелер. Серпимли кернеўлер. Стерженлерди созыў ҳәм қысыў. Деформацияның басқа да түрлери (жылжыў ҳәм буралыў деформациялары). Серпимли деформацияларды тензор жәрдеминде тәриплеў. Деформацияланған денелердиң энергиясы.

Биз күнделикли турмысымызда көрип жүрген денелердиң барлығы деформацияланады. Сырттан түсирилген күшлер тәсиринде олар формаларын ҳәм көлемлерин өзгертеди. Бундай өзгерислерди деформациялар деп атаймыз. Әдетте еки түрли деформацияны айырып айтады: ***серпимли деформация*** ҳәм ***пластик (эластик) деформация***. Серпимли деформация деп тәсир етиўши күшлер жоғалғаннан кейин жоқ болып кететуғын деормацияға айтылады. Пластик ямаса қалдық деформация деп тәсир етиўши күшлер жоғалғаннан кейин қандай да бир дәрежеде сақланып қалатуғын деформацияға айтамыз. Деформацияның серпимли ямаса пластик болыўы тек ғана деформацияланатуғын денелердиң материалына байланыслы болып қалмастан, деформациялаўшы күшлердиң шамасына да байланыслы. Егер түскен күштиң шамасы ***серпимлилик шеги*** деп аталатуғын шектен артық болмаса серпимли деформация орын алады. Егер күштиң шамасы бул шектен артық болса пластик деформация жүз береди. Серпимлик шеги жүдә анық болмаған шама болып ҳәр қыйлы материаллар ушын ҳәр қыйлы мәниске ийе.

Қатты денелер ***изотроп*** ҳәм ***анизотроп*** болып екиге бөлинеди. ***Изотроп*** денелердиң қәсийетлери барлық бағытлар бойынша бирдей болады. Ал анизотроп денелерде ҳәр қандай бағытлар бойынша қәсийетлер ҳәр қыйлы. Анизотроп денелердиң ең айқын ўәкиллери ***кристаллар*** болып табылады. Соның менен бирге денелер айырым қәсийетлерине қарата изотроп, ал айырым қәсийетлерине қарата анизотроп болыўы мүмкин.

Әпиўайы мысалларды көремиз. Стерженниң деформацияланбастан бурынғы узынлығы l_0 болсын, ал деформация нәтийжесинде оның узынлығы l ге жетсин. Демек узынлық өсими $\Delta l = l - l_0$. Бундай жағдайда

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

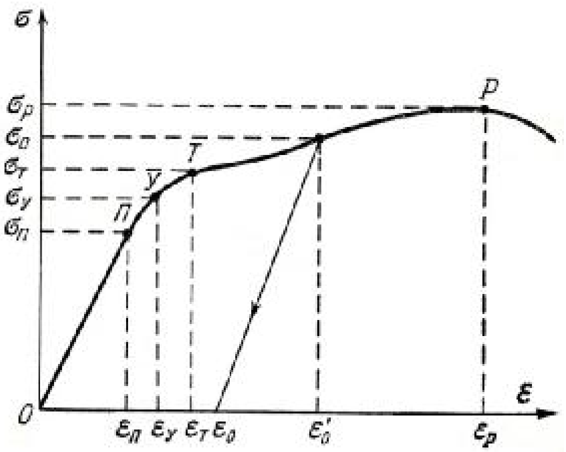
шамасы ***салыстырмалы узайыў*** (узарыў) деп аталады. Ал стерженниң кесе-кесиминиң бир бирлигине тәсир етиўши күштиң шамасын

$$\sigma = \frac{F}{S}$$

кернеў деп атаймыз.

Улыўма жағдайда кернеў менен деформация арасындағы байланыс 26-1 сүўретте көрсетилген. Үлкен емес күшлерде кернеў σ менен деформация ε өз-ара пропорционал. Усындай байланыс Π ноқатына шекем даўам етеди. Буннан кейин деформация тезирек өседи. T ноқатынан баслап дерлик турақлы кернеўде деформация жүреди. Усы ноқаттан басланатуғын деформациялар областы ***ағыў областы*** ямаса ***пластик деформациялар областы*** деп аталады. Буннан кейин P ноқатына шекем деформацияның өсиўи менен кернеў де өседи. Ақырғы областта кернеўдиң мәниси киширейип стерженниң үзилиўи орын алады.

Кернеўдиң $\sigma_{у}$ мәнисинен кейин деформация қайтымлы болмайды. Бундай жағдайда стерженде ***қалдық деформациялар*** сақланады. $\sigma(\varepsilon)$ байланысындағы $O-\sigma_{у}$ областы берилген материалдың ***серпимли деформациялар областы*** деп аталады. $\sigma_{п}$ менен $\sigma_{Т}$ шамалары арасындағы ноқат ***серпимлилик шегине*** сәйкес келеди. Дене өзине сәйкес серпимлилик шегине шекемги кернеўдиң мәнислеринде серпимлилик қәсийет көрсетеди.



26-1 сүўрет.

Деформацияның кернеўге ғәрезлилигин сәўлелендириўши диаграмма.

Серпимли кернеўлер. Деформацияға ушыраған денелердиң хәр қыйлы бөлимлери бир бири менен тәсирлеседи. Ықтыярлы түрде деформацияланған денени ямаса орталықты қарйық (26-2 а сүўрет). Ойымызда оны I хәм II бөлимлерге бөлемиз. Еки бөлим арасындағы шегара тегислик AB арқалы белгиленген. I дене деформацияланған болғанлықтан II денеге белгили бир күш пенен тәсир етеди. Сол себепли өз гезегинде II дене де I денеге бағыты бойынша қарама-қарсы бағытта тәсир етеди. Бирақ пайда болған деформацияны анықлаў ушын AB кесе-кесимине тәсир етиўши қосынды күшти билип қойыў жеткиликсиз. Усы кесе-кесим бойынша қандай күшлердиң тарқалғанлығын билиў шәрт. Кесе кесимнен dS киши майданын сайлап аламыз. II бөлимлен I бөлимге тәсир етиўши күшти $d\mathbf{F}$ арқалы балгилеймиз. ***Майдан бирлигине тәсир етиўши күш*** $\frac{d\mathbf{F}}{dS}$ шамасы AB ***шегарасында*** I ***бөлимге тәсир етиўши кернеў деп аталады***. Усы ноқатта II денеге тәсир етиўши кернеў де тап сондай мәниске, ал бағыты жағынан қарама-қарсы бағытланған болады.

dS майданының бағытын (ориентациясын) усы майданга түсирилген нормалдың бағыты менен бериў мүмкин. Усы нормалды $d\mathbf{F}$ күши тәсир ететуғын беттиң 26-2 сүўретте көрсетилгендей етип сырт тәрепинде өткериў шәртин қабыл етемиз. Усындай нормалдың бирлик векторын $\mathbf{n}$ арқалы, ал сәйкес кернеўди $\boldsymbol{\sigma}_{n}$ арқалы белгилеймиз. Бундай жағдайда $\boldsymbol{\sigma}_{-n}$ кернеўи I денен менен шегараласқан II денениң AB бетиндеги кернеўди аңғартады. $\boldsymbol{\sigma}_{n}$ векторын $\mathbf{n}$ нормал бағытындағы хәм AB бетине түсирилген урынба бағытындағы қураўшыларға жиклеў мүмкин. Биринши қураўшыны AB бетине түсирилген ***нормал кернеў***, ал екинши қураўшыны кернеўдиң AB бетине түсирилген ***тангенсиал кернеў*** деп атаймыз. Қәлеген вектордағы сыяқлы $\boldsymbol{\sigma}_{n}$ векторын да X, Y, Z бағытларындағы үш қураўшының жәрдеминде тәриплеймиз. Бул қураўшыларды $\sigma_{nx}, \sigma_{ny}, \sigma_{nz}$ арқалы белгилеймиз. Бул аңлатпалардағы биринши индекс денениң dS бети жатқан бетине түсирилген сыртқы нормалдың бағытын, ал екениши индекс $\boldsymbol{\sigma}_{n}$ кернеўи түсирилип атырған көшердиң бағытын аңғартады. Мысал ушын дара жағдайда $\boldsymbol{\sigma}_x$ шамасы сыртқы нормалы X көшерине параллел болған майдандағы кернеўди аңғартады. Ал $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$ шамалары болса $\boldsymbol{\sigma}_x$ векторының координаталар көшерлерине түсирилген проекцияларын билдиреди.

Теорема: ***Ықтыярлы түрде бағытланған майданда алынған қандай да бир ноқаттағы кернеўди анықлаў ушын усы ноқат арқалы өтетуғын үш өз-ара перпендикуляр майданшалардағы кернеўлердиң мәнислери бериў жеткиликли***. Бул айтылған жағдай тынышлықта турған орталық ушын да, ықтыярлы түрде тезлениўши орталық ушын да дурыс болады. Усы теореманы дәлиллеў ушын алынған орталықта жайласқан жоқарыда айтылған сол ноқатқа координата басын орналастырамыз. Буннан кейин координата тегисликлери менен шекленген ҳәм бул тегисликлерди ABC тегислиги менен кесиўши OABC шексиз киши көлем элементин айырып аламыз (26-2 b сүўрет). Мейли $\mathbf{n}$ арқалы үш мүйешликтиң ABC тегислигине түсирилген сыртқы нормал белгиленген болсын. Бундай жағдайда ABC қапталындағы айырып алынған элементке орталық тәрепинен тәсирететуғын күштиң шамасы $\boldsymbol{\sigma}_n S$ ке тең болады (S арқалы усы қапталдың майданы белгиленген). Үш қаптал батлерине тап сондай етип тәсир ететуғын күшлердиң шамалары $\boldsymbol{\sigma}_{-x}S_x$, $\boldsymbol{\sigma}_{-y}S_y$ ҳәм $\boldsymbol{\sigma}_{-z}S_z$ шамаларына тең болады. Бул аңлатпалардағы S_x, S_y ҳәм S_z лер арқалы усы қапталлардың майданлары белгиленген. Бул күшлер менен бир катар сол айырып алынған элементке ***массалық*** ямаса ***көлемлик*** күшлер де тәсир ете алады (мысалы салмақ күши). Усындай күшлердиң тең тасир етиўшисин $\mathbf{f}$ арқалы белгилейик. Усы $\mathbf{f}$ күшиниң шамасы айырып алынған элементтиң көлемине туўры пропорционал. Егер усы элементтиң массасы m ге, ал тезлениўи $\mathbf{a}$ ға тең болса, онда күш ушын

$$m\mathbf{a} = \mathbf{f} + \boldsymbol{\sigma}_n S + \boldsymbol{\sigma}_{-x}S_x + \boldsymbol{\sigma}_{-y}S_y + \boldsymbol{\sigma}_{-z}S_z \tag{26.1}$$

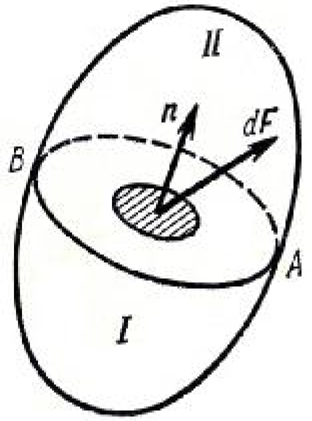
аңлатпасын аламыз. Усы қатнасты сақлаў менен бирге OABC элементин ноқатқа алып келемиз. Бундай шеклерде $m\mathbf{a}$ менен $\mathbf{f}$ лерди есапқа алмаўға болады. Бул шамалар OABC элементиниң көлемине пропорционал ҳәм сонлықтан элементтиң бетине пропорционал болған басқа ағзаларға салыстырғанда ***жоқары тәртиптеги*** шексиз киши шамалар болып табылады. Геометриядан бизге S майданының координата тегисликлерине түсирилген проекцияларның

$$S_x = Sn_x,\ S_y = Sn_y,\ S_z = Sn_z$$

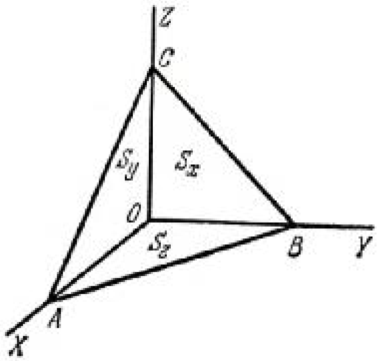
шамаларына тең болатуғынлығын билемиз. Усыларды билиў менен бирге $\boldsymbol{\sigma}_{-x} = -\boldsymbol{\sigma}_x$, $\boldsymbol{\sigma}_{-y} = -\boldsymbol{\sigma}_y$, $\boldsymbol{\sigma}_{-z} = -\boldsymbol{\sigma}_z$ теңликлериниң орын алатуғынлығын да есапқа аламыз. Усындай шеклерге өтиўдиң салдарында мынаған ийе боламыз:

$$\boldsymbol{\sigma}_n = \boldsymbol{\sigma}_x n_x + \boldsymbol{\sigma}_y n_y + \boldsymbol{\sigma}_z n_z . \tag{26.2}$$

X, Y, Z координата көшерлерин ықтыярлы түрде алыў мүмкин болғанлықтан кейинги алынған қатнас теореманың дәлили болып табылады.



a)



b)

26-2 сүўрет.

a). Ықтыярлы түрде деформацияланған дене схемасы.

b)

Координата тегисликлери менен шекленген ҳәм ABC тегислиги менен кесилисетуғын OABC шексиз киши көлем элементи.

Улыўма жағдайда $d\mathbf{S}$ майданының бағытын бул майданға түсирилген нормал $\mathbf{n}$ арқалы бериў мүмкин. Бундай жағдайда кернеў $d\mathbf{S}$ ҳәм $\mathbf{n}$ векторлары арасындағы байланысты береди. Еки вектор арасындағы байланысты векторлардың проекциялары болған тоғыз шама менен бериў мүмкин. Бул

$$\begin{matrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{matrix} \qquad (26.3)$$

шамалары болып, бул тоғыз шаманың жыйнағы ***серпимли кернеўлер тензоры*** деп аталады.

Бул шамалардың мәниси улыўма жағдайларда ноқаттан ноқатқа өткенде өзгереди, яғный координаталардың функциясы болып табылады.

(26.3) серпимли кернеў тензоры симметриялық тензор болып табылады, яғный

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji}, \qquad (i,\, j = x,\, y,\, z) \qquad (26.4)$$

Демек (26.3) диң симметриялы екенлигине тоғыз қураўшының алтаўы бир биринен ғәрезсиз болып шығады.

X, Y, Z координаталарының бағытларын сайлап алыў арқалы (26.3) деги барлық диагоналлық емес ағзаларды нолге тең болатуғын етип алыўға болады. Бундай жағдайда серпимли кернеў тензоры

$$\begin{vmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{vmatrix} \quad (26.5)$$

түрине келеди. Бул түрдеги тензорды бас көшерлерге келтирилген тензор деп атаймыз. Сәйкес координаталар көшерлери кернеўдиң бас көшерлери деп аталады.

Бир өлшемли кернеў (сызықлы-кернеўли жағдай) былай жазылады:

$$\begin{vmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Еки көшерли кернеў (тегис кернеўли жағдай) былайынша көрсетиледи:

$$\begin{vmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Гидростатикалық басым

$$\begin{vmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{vmatrix}$$

Стерженлерди созыў ҳәм қысыў. 26-3 сүўретте көрсетигендей стержень алып оның ултанларына созыўшы ҳәм қысыўшы күшлер түсиремиз.

Егер стержень созылатуғын болса әдетте кернеў ***керим*** деп аталып

$$T = \frac{F}{S} \quad (26.6)$$

формуласы менен анықланады. Егер стержень қысылатуғын болса кернеў басым деп аталады ҳәм

$$P = \frac{F}{S} \quad (26.7)$$

формуласы менен анықланады.

Басымды кери керим ямаса керимди кери басым деп атаў мүмкин, яғный

$$P = -T. \quad (26.8)$$

Стерженниң салыстырмалы узарыўы деп

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \tag{26.9}$$

шамасына айтамыз. Созыўшы күшлер тәсир еткенде $\varepsilon > 0$, ал қысыўшы күшлер тәсир еткенде $\varepsilon < 0$.

Тәжирийбе

$$T = E\frac{\Delta l}{l_0}, \qquad P = -E\frac{\Delta l}{l_0} \tag{26.10}$$

екенлигин көрсетеди. Стерженниң материалына байланыслы болған E шамасы Юнг (1773-1829) модули деп аталады. (26.10)-формулалар Гук (1635-1703) нызамын аңлатады. Был нызам тәжирийбеде дәл орынланбайды. Гук нызамы орынланатуғын деформациялар киши деформациялар деп аталады. (26.11) те $\Delta l = l_0$ болғанда $T = E$. Сонлықтан Юнг модулин стреженниң узынлығын еки есе арттырыў ушын керек болатуғын керим сыпатында анықлайды. Бундай деформациялар ушын Гук нызамы дурыс нәтийже бермейди: буншама деформация нәтийжесинде дене яки қыйрайды, яки түсирилген кернеў менен деформация арасындағы байланыс бузылады.

Енди серпимли деформациялардың әпиўайы түрлерин қарап шығамыз.

Дәслепки узынлығы l_0 болған стерженди қысқанда ямаса созғандағы деформация былай есапланады:

$$l = l_0 + \Delta l.$$

Өз гезегинде $l = \alpha l_0 \sigma$. Сонлықтан

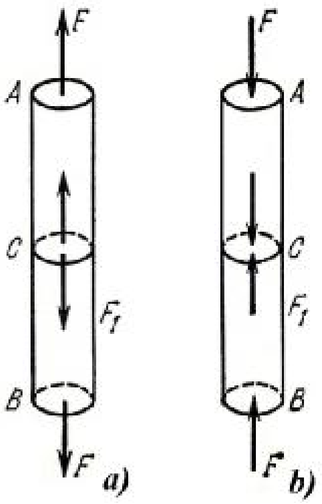
$$l = l_0(1 + \alpha\sigma).$$

Бул формуладан серпимли деформация шеклеринде стерженниң узынлығынынң түскен кернеў σ ға туўры пропорционал өзгеретуғынлығын көремиз.

Енди ***жылжыў деформациясын*** қараймыз (26-4 сүўрет). Бундай деформация урынба бағытындағы f_τ күшиниң (соған сәйкес урынба кернеўдиң) тәсиринде жүзеге келеди.

Жылжыў мүйеши ψ киши мәниске ийе болған жағдайда былай жаза аламыз:

$$\psi = bb'/d.$$



26-3 сүўрет. Созылыў ҳәм қысқарыў деформациялары.

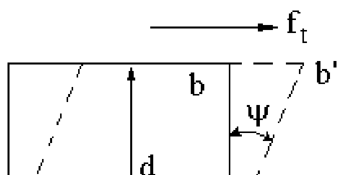
Бул аңлатпадағы d дененин қалыңлығы, bb' жоқарғы қабаттың төменги қабатқа салыстырғандағы жылжыўының абсолют шамасы. Бул аңлатпада жылжыў мүйеши ψ ның салыстырмалы жылжыўды сыпатлайтуғынлығы көринип тур. Сонлықтан былай жаза аламыз:

$$\psi = n\frac{f_\tau}{S}.$$

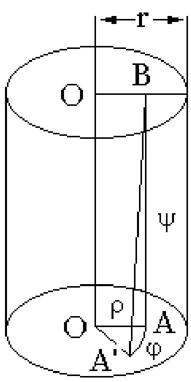
Бул аңлатпадағы n жылжыў коэффициенти деп аталады. Бул коэффициенттиң мәниси деформацияланыўшы дененин материалына байланыслы. S арқалы беттиң майданы, f_τ арқалы сол бетке түсирилген күш белгиленген. $\sigma_\tau = \frac{f_\tau}{S}$ кернеўин енгизип кейинги формуланы былайынша көширип жазамыз:

$$\psi = n\sigma_\tau.$$

Жылжыў кожффициенти n ге кери шама болған $N = 1/n$ шамасын жылжыў модули деп атаймыз.



26-4 сүўрет. Жылжыў деформациясы



26-5 сүўрет. Буралыў деформациясы

Бир текли изотроплық денелерде жылжыў модули N ниң сан мәниси шама менен Юнг модули E ниң сан мәнисиниң 0.4 бөлегине тең болады.

Енди жылжыў деформациясының бир түри болған ***буралыў деформациясын*** қараймыз (26-5 сүўрет).

Узынлығы l, радиусы R болған цилиндр тәризли стержень алайық (жоқарыда 26-5 сүўретте көрсетилген). Стерженниң жоқарғы ултаны бекитилген, ал төменги ултанына оны бурайтуғын күш моменти M түсирилген. Төменги ултанда радиус бағытында узынлығы $OA=\rho$ болған кесинди алайық. Бурайтуғын моменттиң тәсиринде OA кесиндиси φ мүйешке бурылады ҳәм OA' аўҳалына келеди. Стержень узынлығының бир бирлигине сәйкес келиўши буралыў мүйеши болған φ/l шамасы салыстырмалы деформация болып табылады. Серпимли деформация шеклеринде бул шама буралыў моменти M ге пропорционал болады, яғный

$$\varphi/1 = cM.$$

Бул аңлатпадағы c пропорционаллық коэффициенти қарап атырған стержень ушын турақлы шама. Бул шаманың мәниси стерженниң материалына, өлшемлерине (узынлығы менен радиусы) байланыслы болады. Сол c шамасын анықлаў ушын буралыў деформациясын жылжыў деформациясы менен байланыстырайық.

Стерженди бурғанда оның төменги кесе-кесими жоқарғы кесе-кесимине салыстырғанда жылжыйды. BA туўрысы буралып BA' туўрысына айланады. ψ мүйеши жылжыў мүйеши болып табылады. $\psi = n\sigma_\tau = \frac{1}{N}\sigma_\tau$ формуласы бойынша жылжыў мүйеши мынаған тең:

$$\psi = \frac{1}{N}\sigma_\tau.$$

Бул аңлатпадағы σ_τ шамасы dS беттиң A' ноқатындағы элементине түсирилген урынба кернеў, N жылысыў модули.

Жоқарыдағы 26-5 сүўреттен $\psi = AA'/1 = \varphi\rho/l$ екенлиги көринип тур. Демек

$$\sigma_\tau = N\psi = N\varphi\rho/1.$$

Беттиң dS элементине түсирилген күш $\sigma_\tau dS$ ке тең, ал оның моменти $dM = \rho\sigma_\tau dS$. Егер φ ҳәм ρ поляр координаталарды енгизсек, онда бет элементиниң $dS = \rho\, d\rho\, d\varphi$ екенлигин табамыз. Демек

$$dM = \sigma_\tau \rho^2 d\rho\, d\varphi = \frac{N\varphi}{l}\rho^3\, d\rho\, d\varphi.$$

Радиусы ρ болған дөңгелектиң тутас майданы бойынша dM өсимин интеграллап, стерженниң төменги бетиниң барлық жерине түсетуғын M толық моментти табамыз:

$$M = \frac{N\varphi}{l}\int_0^{2\pi}\int_{\rho=0}^{r}\rho^3 d\rho d\varphi = \frac{\pi N r^4}{2}\frac{\varphi}{l}.$$

Демек

$$\varphi = \frac{2}{\pi N}\frac{l M}{r^4}.$$

Бул формуланы $\frac{\varphi}{l} = c M$ формуласы менен салыстырып

$$c = \frac{2}{\pi N}\frac{1}{r^4}$$

екенлиги табамыз.

$\varphi = \frac{2}{\pi N}\frac{l \cdot M}{r^4}$ формуласынан $M = \frac{\pi N}{2}\frac{\varphi}{l} r^4$ екенлиги келип шығады. Сонлықтан сымды φ мүйешине бурыў ушын r диң төртинши дәрежесине туўры пропорционал, ал сымның узынлығы l ге кери пропорционал момент түсириў керек деп жуўмақ шығарамыз.

Улыўма түрде деформация былай тәрипленеди. Деформацияланбастан бурын денеде алынған базы бир векторы **b** деформацияланғаннан кейин **b**' векторына айланады, ал $x\,(x, y, z)$ ноқаты $x'\,(x_1', x_2', x_3')$ ноқатына айланады. Әдетте Δu кесиндисин x ноқатының аўысыўы деп атайық. Үш өлшемли кеңисликте

$$x_i' = x_i + \Delta u_i \qquad (i = 1, 2, 3) \tag{26.11}$$

екенлигин аңсат түсиниўге болады.

Қатты денеде киши деформацияларда (үш өлшемли кеңислик, анизотроп орталық) аўысыўдың қураўшылары ноқаттың дәслепки аўҳалынан ғәрезли:

$$\begin{aligned}
\Delta u_1 &= e_{11}x_1 + e_{12}x_2 + e_{13}x_3;\\
\Delta u_2 &= e_{21}x_1 + e_{22}x_2 + e_{23}x_3;\\
\Delta u_3 &= e_{31}x_1 + e_{32}x_2 + e_{33}x_3.
\end{aligned}$$

ямаса

$$\Delta u_i = e_{ij}x_j \tag{26.12}$$

Тоғыз дана e_{ij} коэффициентлери ***деформация тензоры*** деп аталатуғын екинши рангалы тензорды пайда етеди.

$\overrightarrow{OX'}$ векторы да x ноқатының дәслепки ҳалының функциясы болып табылады:

$$x_i' = x_i + e_{ij}x_j \tag{26.13}$$

ямаса

$$x_1' = (1+e_{11})x_1 + e_{12}x_2 + e_{13}x_3,$$
$$x_2' = e_{21}x_1 + (1+e_{11})x_2 + e_{23}x_3,$$
$$x_2' = e_{31}x_1 + e_{32}x_2 + (1+e_{33})x_3.$$

Енди e_{ij} тензорының физикалық мәнисин түсиндиремиз. Буның ушын x_1 ноқаты X_1 көшеринин бойында орналасқан ҳәм деформацияның нәтийжесинде x_1' ноқатына жылысты деп есаплаймыз (буның дара жағдай болып табылатуғынлығын аңлаўымыз керек). Бундай жағдайда

$$x_1' = (1+e_{11})x_1. \tag{26.14}$$

Буннан

$$e_{11} = \frac{x_1' - x_1}{x_1} \tag{26.15}$$

Демек e_{11} қураўшысы X_1 көшери бағытындағы салыстырмалы узырыўды береди екен. Ал e_{22} ҳәм e_{33} қураўшылары сәйкес X_2 ҳәм X_3 көшерлери бойынша салыстырмалы узырыўды (узайыўды) береди.

Енди биз қарап атырған ноқаттың X_2 көшери бағытындағы аўысыўын қарайық.

$$\Delta u_2 = e_{21}x_1. \tag{26.16}$$

Буннан

$$e_{21} = \frac{\Delta u_2}{x_1} \approx \mathrm{tg}\,\vartheta, \tag{26.17}$$

яғный e_{21} қураўшысы X көшерине параллел болған сызықлы элементтиң Y көшери дөгерегиндеги айланыўына сәйкес келеди.

Денениң ҳақыйқый деформациясын анықлаў ушын денениң тутасы менен айланыўын алып таслаўымыз керек. Соның ушын e_{ij} тензорын симметриялық ҳәм антисимметриялық бөлеклерге бөлемиз. Ямаса

$$e_{ij} = \omega_{ij} + \varepsilon_{ij}. \tag{26.18}$$

Тензордың антисимметриялық бөлими

$$\omega_{ij} = \frac{1}{2}(e_{ij} - e_{ji}) \tag{26.19}$$

денениң тутасы менен бурылыўын (айланыўын) береди.

Тензордың симметриялық бөлими

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(e_{ij} + e_{ji}\right) \tag{26.20}$$

деформация тензорының өзи болып табылады. Бул тензор былай жазылады:

$$\begin{vmatrix} e_{11} & \frac{1}{2}(e_{12}+e_{21}) & \frac{1}{2}(e_{13}+e_{31}) \\ \frac{1}{2}(e_{21}+e_{12}) & e_{22} & \frac{1}{2}(e_{23}+e_{32}) \\ \frac{1}{2}(e_{31}+e_{13}) & \frac{1}{2}(e_{32}+e_{23}) & e_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{vmatrix}. \tag{26.21}$$

Тензордың диагоналлық қураўшылары e_{ii} узарыў менен қысқарыўға сәйкес келеди. Қалған e_{ij} қураўшылары жылжыўға сәйкес келеди.

Мысалы $2\varepsilon_{13}$ қураўшысы деформацияға шекем X_2 ҳәм X_3 көшерлерине параллел болған еки элемент арамсындағы мүйештиң өзгерисине тең. Егер усы мүйеш киширейсе $2\varepsilon_{13}$ деформациясын оң мәниске ийе деформация деп есаплаў қабыл етилген. Узайыў деформациясы ушын e_{11}, e_{22} ҳәм e_{33} қураўшыларының мәнислери оң белгиге, ал қатты денеге гидростатикалық басым түскенде сол e_{11}, e_{22} ҳәм e_{33} қураўшылары терис мәниске ийе ийе болады.

Симметриялы болган деформация тензорын да төмендеги схема бойынша бас көшерлерге келтириў мүмкин:

$$\begin{vmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{vmatrix} \to \begin{vmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{vmatrix} \to \begin{vmatrix} \varepsilon_{1} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{2} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{3} \end{vmatrix}. \tag{26.22}$$

Енди Гук нызамын былай жаза аламыз:

$$\varepsilon = s\sigma \text{ ямаса } \sigma = c\varepsilon. \tag{26.23}$$

Бул аңлатпалардағы σ кернеў, ε деформация, s пенен c шамалары қатты денениң серпимли қәсийетлерин тәриплейди. Әдетте c шамасын ***қаттылық*** (және серпимлилик константасы, қаттылық турақлысы ямаса серпимли қаттылық турақлысы атларын да қолланылады) деп, а s шамасын ***берилгишлик*** ямаса ***серпимли модуль*** (және жумсақлық турақлысы, серпимлилик модули, серпимли берилгишлик атлары да қолланылады) деп аталады.

Анизотроп денелер ушын Гук нызамы былайынша жазылады:

$$\varepsilon_{ij} = s_{ijkl}\sigma_{kl} \text{ ямаса } \sigma_{ij} = c_{ijkl}\varepsilon_{kl} \tag{26.24}$$

Бул жағдайда симметриялы ***төртинши рангалы*** s_{ijkl} тензоры ***серпимли берилгишлик тензоры***, ал c_{ijkl} тензоры ***серпимли қаттылық тензоры*** деп аталады.

Бул тензорлардың симметриялылығына байланыслы 81 коэффициенттиң орнына бир биринен ғәрезсиз 36 коэффициент қалады.

Енди деформацияланған денелердиң серпимли энергиясын аңсат есаплаўға болады. Стерженниң бир ушына $f(x)$ созыўшы күшин түсиремиз ҳәм оның мәнисин $f=0$ ден $f=F$ мәнисине шекем жеткеремиз. Нәтийжеде стержень $x=0$ ден ақырғы $x=\Delta x$ шамасына шекем узарады. Гук нызамы бойынша $f(x)=kx$, бул аңлатпадағы k Юнг модулиниң жәрдеминде аңсат есапланатуғын пропорционаллық коэффициенти. Стерженди созыў барысында исленген жумыс серпимли энергия U дың өсими ушын жумсалады.

$$U=\int_0^{\Delta l} f(x)dx = k\int_0^{\Delta l} xdx = \frac{1}{2}(\Delta l)^2. \tag{26.25}$$

Ақырғы ҳалда $x=\Delta l$, $F=F(\Delta l)=k\Delta l$ болғанлықтан

$$U=\frac{1}{2}F\Delta l. \tag{26.26}$$

Енди серпимли энергияның көлемлик тығызлығын анықлаймыз (қысылған ямаса созылған дenениң көлем бирлигиндеги серпимли энергиясы, оны u арқалы белгилеймиз). Бул шама $U=\frac{1}{2}F\Delta l$ шамасын стерженниң көлеми $V=S\cdot l$ ге бөлгенге тең. Демек

$$u=\frac{1}{2}F\cdot\Delta l/(S\cdot l)=\frac{1}{2}T\cdot\varepsilon. \tag{26.27}$$

Формуласы $\varepsilon=\frac{\Delta l}{l_0}$ түриндеги Гук нызамынан пайдаланатуғын болсақ, онда кейинги формуланы былайынша өзгертиў қыйын емес:

$$u=\frac{1}{2}E\varepsilon^2=\frac{T^2}{2E}=\frac{P^2}{2E}. \tag{26.28}$$

Көп сандағы тәжирийбелер созыўлар ямаса қысыўлар нәтийжесинде стерженниң тек ғана узынлықлары емес, ал кесе-кесимлериниң де өзгеретуғынлығын көрсетеди. Егер дене созылса оның кесе-кесими киширейеди. Керисинше, егер дене қысылса оның кесе-кесими артады. Мейли d_0 стерженниң деформацияға шекемги қалыңлығы, ал d деформациядан кейинги қалыңлығы болса, онда $\frac{\Delta d}{d}\approx\frac{\Delta d_0}{d}$ стерженниң салыстырмалы көлденең қысылыўы деп аталады $(\Delta d=d-d_0)$.

$$\frac{\Delta d}{d}\Big/\frac{\Delta l}{l}=\frac{\Delta d}{\Delta l}\Big/\frac{1}{d}=\mu$$

Бул аңлатпадағы μ Пуассон коэффициенти деп аталады (көпшилик жағдайларда $\mu\approx\frac{1}{3}$).

Юнг модули E ҳәм Пуассон коэффициенти μ изотроп материалдың серпимли қәсийетлерин толығы менен тәриплейди.

27-§. Газлер ҳәм суйықлықлар механикасы

Газлер ҳәм суйықлықлардың қәсийетлери. Суйықлықлардың стационар ағыўы. Ағыс найы ҳәм үзликсизлик теңлемеси. Ағыстың толық энергиясы. Бернулли теңлемеси. Динамикалық басым. Қысылыўшылықты дыққатқа алмаслық шәрти. Суйықлықтың най бойлап ағыўы. Суйықлықтың жабысқақлығы. Ламинар ҳәм турбулент ағыс. Рейнольдс саны. Пуазейл нызамы. Суйықлық ямаса газдиң денелерди айланып ағып өтиўи. Ағыстың үзилиўи ҳәм ийримлердиң пайда болыўы. Шегаралық қатлам. Маңлай қарсылық ҳәм қанаттың көтериў күши. Жуковский-Кутта формуласы. Гидродинамикалық уқсаслық нызамлары.

Қатты денелер тең салмақлылық ҳалда формасын сақлайды ҳәм усыған байланыслы биз қатты денелер ***форма серпимлилигине*** ийе деп есаплаймыз. Суйықлықлар болса бундай форма серпимлилигине ийе емес, ал олар ушын сақлаўға умтылатуғын шама көлем болып табылады. Демек ***олар тек көлемлик серпимлиликке ийе болады***. Тең салмақлық ҳалда газ бенен суйықлықтағы кернеў барлық ўақытта да тәсир етиўши майданға нормал бағытланған. Тең салмақлық ҳалда урынба кернеўлер пайда болмайды. Соның ушын механикалық көз-қараслар бойынша ***суйықлықлар менен газлер тең салмақлықта урынба кернеўлер пайда болмайтуғын объектлер болып табылады***.

Соның менен бирге тең салмақлық ҳалда суйықлықлар менен газлерде нормал кернеўдиң (P басымының) шамасы тәсир етип турған майданшаның бағытына байланыслы емес. Мейли $\mathbf{n}$ векторы сол майданға түсирилген нормаль болсын. Кернеў майданшаға перпендикуляр болғанлықтан $\boldsymbol{\sigma}_n = -P\,\mathbf{n}$ деп жазамыз. Сәйкес координаталар көшерлерине перпендикуляр кернеўлерди былай жазамыз:

$$\boldsymbol{\sigma}_x = -P_x\mathbf{i}, \quad \boldsymbol{\sigma}_y = -P_y\mathbf{j}, \quad \boldsymbol{\sigma}_z = -P_z\mathbf{k}\,. \tag{27.1}$$

Бул аңлатпалардағы $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ лар координаталық ортлар. Бул мәнислерди (26.2) аңлатпасына қойып (бул аңлатпаның $\sigma_n = \sigma_x n_x + \sigma_y n_y + \sigma_z n_z$ түрине ийе екенлигин еске түсиремиз)

$$P\mathbf{n} = P_x n_x \mathbf{i} + P_y n_y \mathbf{j} + P_z n_z \mathbf{k} \tag{27.2}$$

аңлатпасына ийе боламыз. Бул қатнасты $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$ ларға көбейтип

$$P = P_x + P_y + P_z\,. \tag{27.3}$$

теңликлерин аламыз. Бул Паскаль нызамы болып табылады. Оның мәниси: ***тең салмақлық ҳалында нормал кернеўдиң шамасы (*** P ***басымының шамасы) ол тәсир етип турған беттиң бағытына ғәрезли емес***. Басқаша түрде Паскаль нызамын былайынша айтамыз:

Суйықлық ямаса газ өзине түсирилген бесимды барлық тәреплерге теңдей етип жеткерип береди.

Газлер жағдайында нормал кернеў барлық ўақытта газдың ишине қарай бағытланған (яғный басым түринде болады). Ал суйықлықта болса нормал кернеўдиң керим болыўы да мүмкин. Бундай жағдайда суйықлық үзилиўге қарсылық жасайды. Бул қарсылықтың мәниси әдеўир үлкен шама ҳәм айырым суйықлықларда 1 квадрат миллиметрге бир неше ньютон күштиң сәйкес келиўи мүмкин (бет керими ҳаққында кейинирек толық баянланады). Бирақ әдеттеги суйықлықлардың барлығы да бир текли емес. Суйықлықлар ишинде газлердиң майда көбикшелери көплеп ушырасады. Олар суйықлықлардың үзилиўге болған қарсылығын ҳәлсиретеди. Сонлықтан басым көпшилик суйықлықларда кернеў басым түрине ийе ҳәм нормал кернеўди $+\mathrm{T}\mathbf{n}$ арқалы емес (керим), ал $+\mathrm{P}\mathbf{n}$ арқалы (басым) белгилеймиз. Егер басым кернеўге өтсе оның белгиси терис белгиге айланады, ал бул өз гезегинде суйықлықтың тутаслығының бузылыўына алып келеди. Усындай жағдайға байланыслы газлер шексиз көп кеңейе алады, газлер барқулла ыдысты толтырып турады. Суйықлық болса, керисинше, өзиниң меншикли көлемине ийе. Бул көлем сыртқы басымға байланыслы аз шамаға өзгереди. Суйықлық еркин бетке ийе ҳәм тамшыларға жыйнала алады. Усы жағдайды атап айтыў ушын суйық орталықты ***тамшылы-суйық орталық*** деп те атайды. Механикада тамшылы суйықлықлардың ҳәм газлердиң қозғалысын қарағанда газлерди суйықлықлардың дара жағдайы сыпатында қарайды. Солай етип суйықлық деп яки тамшылы суйықлықты, яки газди түсинемиз. ***Механиканың суйықлықлардың тең салмақлығы менен қозғалысын изертлейтуғын бөлими гидродинамика деп аталады.***

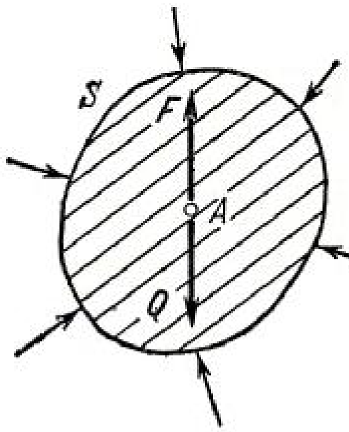
Архимед (бизиң эрамызға шекемги шама менен 287-212 жыллар) **нызамы**. Бул нызам гидростатиканың тийкарғы нызамларының бири болып, әдетте қозғалмайтуғын суйықлықта тең салмақлықта турған денелер ушын қолланылады ҳәм мынадай мазмунға ийе: ***Суйықлық өзине түсирилген денеге вертикаль бағытта сол дене тәрепинен қысып шығарылған суйықлықтың салмағына тең күш пенен тәсир етеди***. Архимед нызамы газлер ушын да орынланады. Сонлықтан оны толық етип былайынша айтамыз:

Суйықлық ямаса газ өзине түсирилген денеге вертикаль бағытта сол дене тәрепинен қысып шығарылған суйықлықтың ямаса газдиң салмағына тең күш пенен тәсир етеди.

Архимед нызамының орынланыўы ушын денениң суйықлықта тең салмақлық халда турыўының зәрүр екенлигин есапқа алсақ Архимед нызамына

Егер суйықлыққа батырылған дене тең салмақлық халда услап турылатуғын болса, онда денеге қоршаған суйықлықтың гидростатикалық басымынан пайда болатуғын қысып шығарыўшы куш тәсир етип, бул күштиң шамасы дене тәрепинен қысып шығарылған суйықлықтың салмағына тең. Бул кысып шығарыўшы күш жоқары қарай бағытланған ҳәм дене тәрепинен қысып шығарылған суйықлықтың масса орайы арқалы өтеди.

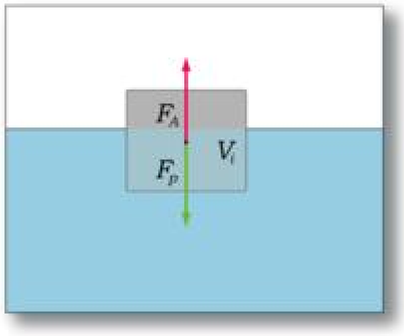
Жоқарыда гәп етилген жағдай 27-1 сүўретте көрсетилген.



27-1 сүўрет.

S бетине тәсир етиўши гидростатикалық басымның салдарынан пайда болатуғын қысып шығарыўшы күш **F** тиң шамасы S бети менен шекленген суйықлықтың салмағы Q ға тең болыўы, бул күштиң бағыты жоқары қарай бағытланған ҳәм суйықлықтың айырып алынған көлеминдеги массалар орайы A арқалы өтиўи керек.

Егер қысып шығарылған суйықлықтың ямаса газдиң салмағы дениниң салмағынан киши болса дене толық батып кетеди. Мысалы 1 см^3 темирдиң салмағы 7,67 Г ға тең. Ал 1 см^3 суўдың салмағы 1 Г. Сонлықтан куб ямаса сфера формасындағы бир текли темир суўда батады және оның суў ишиндеги салмағы 7,67 Г – 1 Г = 6,67 Г ға тең болады (суўға батырылған темир жеңиллейди). Ал егер сол темирди жуқа қаңылтырға айландырып ҳәм сол қаңылтырдан қуты соғып алған болсақ, онда қуты салмағы 7,67 Г ға тең суўды қысып шығарады ҳәм суў бетинде қалқып турады.



27-2 сүўрет.

Егер Архимед күши F_A дениниң салмағы F_p ке тең болса дене суў бетине қалқып шығады. $F_A = -F_p$. Соның менен бирге F_A ның сан шамасы V көлеминдеги суйықлықтың салмағына тең.

Екинши мысал ретинде ҳаўаны аламыз. Оның салыстырмалы салмағы 1,2928 Г/литр. салмағы 80 кГ шығатуғын ўлкен адам шама менен 76 литр көлемге ийе (адамның орташа тығызлығын 1,05 г/см^3 деп есаплаймыз). Ал 76 литр көлемге ийе ҳаўаның салмағы $1{,}2928 \cdot 76$ Г = 98,5 Г. Демек Жер бетинде тәризиде өлшенип 80 кГ шыққан адамның салмағы ҳақыйқатында 80 лГ 98,6 Г ға тең болады (яғный ҳаўа адамның салмағын 98,6 Г шамасына киширейтеди екен).

Үшинши мысал ретинде суў менен салмағы 80 кГ шығатуғын, ал көлеми 76 литр болған адамды аламыз. Бул адам суўға сүңгигенде өзиниң көлемине тең болған 76 литр көлемдеги яғный салмағы 76 кГ болған суўды қысып шығарады. Демек суўдың ишиндеги адамның салмағы тек 80 кГ – 76 кГ = 4 кГ ғана болады екен (яғный биз қараған жағдайда суў салмағы 80 кГ болған адамның салмағын 76 кГ ға киширейтеди екен).

Суйықлық ишиндеги басым қысыўдың салдарынан пайда болады. Урынба кернеўлердиң болмайтуғынлығына байланыслы киши деформацияларға қарата суйықлықлардың серпимли қәсийетлери тек бир коэффициент - ***қысылыў коэффициенти*** менен тәрипленеди:

$$\gamma = -\frac{1}{V}\frac{dV}{dP}. \quad (27.4)$$

Бул шамаға кери болған

$$K = -V\frac{dP}{dV} \tag{24.5}$$

шамасын ҳәр тәреплеме қысыў модули деп атайды. Қысыў процессинде суйықлықтың температурасы турақлы болып қалады деп болжаймыз. Температура турақлы болып қалатуғын болса (27.4) ҳәм (27.5) аңлатпаларының орнына мынадай аңлатпаларды жазамыз:

$$\gamma_T = -\frac{1}{V}\left(\frac{dV}{dP}\right)_{T=const}, \tag{24.6}$$

$$K_T = -V\left(\frac{dP}{dV}\right)_{T=const}. \tag{24.7}$$

Бул аңлатпалардағы γ_T ҳәм K_T шамаларын сәйкес ҳәр тәреплеме қысыўдың изотермалық коэффициенти ҳәм модули деп атайды.

Тең салмақлық ҳалда суйықлықтың (ямаса газдиң) басымы P тығызлық ρ менен температура T ға байланыслы өзгереди. Басым, тығызлық ҳәм температура арасындағы

$$P = f(\rho, T) \tag{24.8}$$

қатнасы ***ҳал теңлемеси*** деп аталады[12]. Бул теңлеме ҳәр қандай затлар ушын ҳәр қандай түрге ийе болады. Теңлемениң ең әпиўайы түри тек сийреклетилген газ жағдайында алынады.

Егер суйықлық қозғалыста болса нормал күшлер менен бирге урынба бағытланған күшлердиң де пайда болыўы мүмкин. Урынба күшлер суйықлықтың деформациясы бойынша емес, ал оның тезликлери (деформацияның ўақыт бойынша алынған туўындысы) менен анықланады. Сонлықтан урынба күшлерди ***сүйкелис күшлери*** ямаса ***жабысқақлық*** классына киргизиў керек. Олар ***ишки сүйкелистиң урынба*** ямаса ***жылысыў күшлери*** деп аталады. Бундай күшлер менен бир қатарда ишки сүйкелистиң ***нормал*** ямаса ***көлемлик күшлериниң*** де болыўы мүмкин. Әдеттегидей басымларда бул күшлер қысылыўдың ўақыт бойынша өзгериў тезлиги менен анықланады.

Ишки сүйкелис күшлери пайда болмайтуғын суйықлықларды ***идеал суйықлықлар*** деп атаймыз. Идеал суйықлықлар деп әдетте тек P нормал басым күшлери ғана болатуғын суйықлыққа айтамыз.

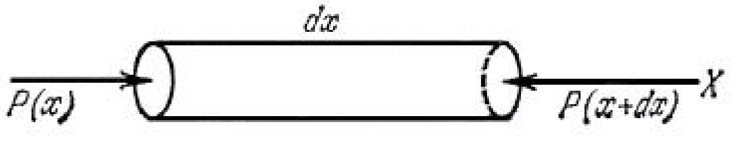
Айырым денелер тезлик пенен болатуғын сыртқы тәсирлерде қатты дене қәсийетлерине, ал киши тезликлер менен өзгеретуғын сыртқы тәсирлерде жабысқақ суйықлықтай қәсийетлерди көрсетеди. Бундай затларды ***аморф қатты денелер*** деп атаймыз.

Суйықлықлардың тең салмақта турыўының ҳәм қозғалысының тийкарғы теңлемелери. Суйықлықларға тәсир ететуғын күшлер, басқа жағдайлардағыдай,

[12] Хал теңлемелери физикада оғада кеңнен қолланылады. Мысалы термодинамикалық системаның (идеал газдиң, катты дененинң) ҳал теңлемеси, әдеттеги жулдызлардың, нейтрон ямаса кварк жулдызлардың, пүткил Әлемниң ҳал теңлемелери болады.

массалық (көлемлик) ҳәм ***бетлик*** болып екиге бөлинеди. Массалаық күшлер масса m ге ҳәм соның менен бирге көлем элементи dV ға туўры пропорционал. Бул күшти $\mathbf{f}\,dV$ арқалы белгилеймиз ҳәм $\mathbf{f}$ ти күштиң көлемлик тығызлығы деп атаймыз. Массалық күшлердиң әҳмийетли мысаллары болып салмақ күшлери менен инерция күшлери саналады. Салмақ күши болғанда $\mathbf{f} = \rho\mathbf{g}$. Ал бетлик күшлер болса суйықлықты қоршап турған орталық арқалы берилип, нормал ҳәм урынба кернеўлер арқалы суйықлықтың ҳәр бир көлемине бериледи.

Урынба күшлер жоқ, тек ғана нормал күшлер бар болған жағдайды қараймыз. Идеал суйықлықларда бундай жағдай барқулла орын алады. Ал қалған суйықлықларда бул аўҳал суйықлық тынышлықта турғанда, яғный ***гидростатика*** жағдайында орын алады.



27-3 сүўрет. Суйықлықтың қозғалысы менен тең салмақлылығының теңлемесин келтирип шығарыўға арналған схема.

Суйықлықтың шексиз киши көлеминиң dV элементине тәсирететуғын тең тәсир етиўши басым күшин анықлаймыз (27-3 сүўрет). Басым күшиниң X көшерине түсетуғын проекциясы

$$\left[P(x) - P(x+dx)\right]dS \tag{27.9}$$

Квадрат скобкадағы шексиз киши айырманы P функциясының дифференциалы менен алмастырыў мүмкин:

$$P(x+dx) - P(x) = dP_{\substack{y=const,\\ z=const,\\ t=const.}} = \left(\frac{dP}{dx}\right)_{\substack{y=const,\\ z=const,\\ t=const.}} dx. \tag{27.10}$$

Қосымша берилген $y = const,\ \ z = const,\ \ t = const,$ шәртлери $\frac{dP}{dx}$ туўындысын ҳәм dP дифференциалын алғанда бул шамалардың турақлы болып қалатуғынлығын билдиреди. $P(x, y, z, t)$ функциясынан усындай шәртлер орынланғандағы алынған туўынды ***дара туўынды*** деп аталады ҳәм $\frac{\partial P}{\partial t}$ ямаса $\partial P/\partial t$ ($\frac{\partial P}{\partial x}$ ямаса $\partial P/\partial x$) деп белгиленеди. Усы белгилеўлерди пайдаланып егер $dS\,dx$ көбеймесиниң dV шамасына тең екенлигин итибарға алсақ, онда есапланып атырған күштиң проекциясы ушын

$$-\frac{\partial P}{\partial x}dS\,dx = -\frac{\partial P}{\partial x}dV \tag{27.11}$$

аңлатпасын аламыз. Солай етип проекция dV көлем элементине туўры пропорционал ҳәм оны $s_x\,dV$ деп белгилеў мүмкин. Бул жердеги s_x шамасы кеңисликте P басымының өзгериўинен пайда болған суйықлық көлеминиң бирлигине тәсир етиўши күштиң x қураўшысы болып табылады. Өзиниң мәниси бойынша ол dV көлеминиң формасына байланыслы болыўы мүмкин емес. Басқа көшерлер бойынша түсетуғын күштиң қураўшыларын да табыўымыз мүмкин. Солай етип суйықлық көлеминиң бир бирлигине басымның бетлик күши тәрепинен пайда болған **s** күши тәсир етеди. Оның проекциялары

$$s_x = -\frac{\partial P}{\partial x}, \quad s_y = -\frac{\partial P}{\partial y}, s_z = -\frac{\partial P}{\partial z}. \tag{27.12}$$

Ал $\mathbf{s}$ векторының өзи

$$\mathbf{s} = -\frac{\partial P}{\partial x}\mathbf{i} - \frac{\partial P}{\partial y}\mathbf{j} - \frac{\partial P}{\partial z}\mathbf{k} \tag{27.13}$$

ямаса қысқаша түрде

$$\mathbf{s} = -\text{grad } P \tag{27.14}$$

түринде жазылады. Биз бул жерде мынадай белгилеў қабыл еттик:

$$\text{grad } P \equiv \frac{\partial P}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial P}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial P}{\partial z}\mathbf{k} \tag{27.15}$$

Бул вектор P ***скалярының градиенти деп аталады***. Солай етип ***суйықлықтың көлеминиң элементине тәсир етиўши басым күшиниң көлемлик тығызлығы терис белгиси менен алынған*** P ***ның градиентине тең***. Бул жерде $\mathbf{s}$ күшиниң шемасының P ның шамасына емес, ал оның кеңисликтеги өзгериўине байланыслы екенлиги көринип тур.

Тең салмақлық ҳалында $\mathbf{s}$ күши менен массалық күш $\mathbf{f}$ өз-ара тең болыўы керек. Бул

$$\text{grad } P = \mathbf{f} \tag{27.16}$$

теңлемесиниң пайда болыўына алып келеди. ***Бул теңлеме гидростатиканың тийкарғы теңлемеси болып табылады***. Координаталық түрде (формада) бул теңлеме

$$\frac{\partial P}{\partial x} = f_x, \quad \frac{\partial P}{\partial y} = f_y, \quad \frac{\partial P}{\partial z} = f_z. \tag{27.17}$$

Енди идеал суйықлық гидродинамикасының ең тийкарғы теңлемесин де жазыў мүмкин:

$$\rho\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{f} - \text{grad } P. \tag{27.18}$$

Бул жерде $\frac{d\mathbf{v}}{dt}$ арқалы қарап атырған ноқаттағы суйықлықтың тезлиги белгиленген. ***Бул теңлеме Эйлер теңлемеси деп аталады***.

Қысылмайтуғын суйықлықтың гидростатикасы. Массалық күш болмаса (яғный $\mathbf{f} = 0$) онда (27.7) теңлемеси

$$\frac{\partial P}{\partial x}=\frac{\partial P}{\partial y}=\frac{\partial P}{\partial z}=0$$

теңлемесине айланады. Демек тең салмақлық халында басым P суйықлық көлеминиң барлығында бирдей болады деген сөз.

Егер суйықлық салмақ майданында жайласқан болса, онда $\mathbf{f}=m\mathbf{g}$. Z көшериниң бағытын жоқарыға қарай бағытланған деп есаплаймыз. Онда суйықлықтың тең салмақлығының тийкарғы теңлемеси

$$\frac{\partial P}{\partial x}=\frac{\partial P}{\partial y}=0\,,\quad \frac{\partial P}{\partial z}=-\rho g \tag{27.19}$$

ға айланады. Бул теңлемелерден механикалық тең салмақлық орнағанда басымның x пенен y тен ғәрезли емес болатуғынлығын көрсетеди. Басым $z=\text{const}$ болған горизонт бағытындағы хәр бир тегисликте турақлы болып қалады. Демек горизонт бағытындағы тегисликлердиң мәниси ***бирдей басымлар тегислиги*** болады екен. Мысалы суйықлықтың еркин бети барлық ўақытта да горизонт бағытында. Себеби бул бет атмосфераның турақлы басымында турады. Демек механикалық тең салмақлықта басым тек z координатасынан ғана ғәрезли болады деген сөз. (27.19) дағы үшинши теңлемеден механикалық тең салмақлық жағдайында ρg көбеймесиниң тек z координатасынан ғәрезли болыўының шәр екенлиги көринеди. Еркин түсиў тезлениўи g шамасының x пенен y тен ғәрезсизлигинен (биз бул жерде g шамасының географиялық кеңлик пенен узынлықтан ғәрезли екенлигин есапқа алмаймыз) тығызлық ρ ның тек z координатасынан ғәрезли екенлиги келип шығады. Ҳал теңлемеси болған (24.8) ден басым P хәм тығызлық ρ жәрдеминде суйықлықтың температурасы T анықланады. Солай етип механикалық тең салмақлықта суйықлықтың басымы, температурасы хәм тығызлығы тек z тиң функциялары болады хәм x пенен y координаталарына байланыслы бола алмайды.

Енди суйықлықты бир текли хәм қысылмайды деп есаплаймыз ($\rho=\text{const}$). Соның менен бирге еркин түсиў тезлениўи болған g шамасын да турақлы деп қабыл етемиз (g шамасының бийиклик z тен ғәрезлилигин есапқа алмаймыз). Бундай жағдайда (27.19) теңлемелер системасының кейинги теңлемеси аңсат интегралланады. Усындай интеграллаўдың нәтийжесинде

$$P=P_0-\rho g z \tag{27.20}$$

формуласы алынады. Интеграллаў турақлысы болған P_0 суйықлықтың $z=0$ бийиклигиндеги басымы, яғный координаталар басы суйықлықтың еркин бетинде жайластырылған жағдайдағы атмосфералық басым болып табылады. (27.20) формуласы суйықлықтың ыдыстың түбине хәм дийўалларына түсиретуғын басымын, соның менен бирге суйықлыққа батырылған қәлеген денениң бетине суйықлық тәрепинен түсирилетуғын басымды анықлайды.

Мысал келтиремиз. Тереңлиги 100 метр болған суўдың түбиндеги басымды анықлаў керек болсын ($z=-100$ м). Суўдың тығызлығын турақлы хәм $\rho=1$ г/см^3 қа тең деп есаплайық. Олай болса $P=P_0-\rho g z=P_0+10$ кГ/см^2. Демек 100 м тереңликтеги суўдың басымы Жер бетиндеги суўдың басымынан 10 кГ/см^2 шамасына артық болады екен.

Барометрлик формула. Қысылмайтуғын суйықлық гидростатикасына итибар беремиз. P басымы тек z көшерине байланыслы болған жағдайды қараймыз. Бундай жағдайда

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g \,. \tag{27.21}$$

Басым P, тығызлық ρ ҳәм T абсолют температура арасындағы байланыс Клапейрон (1799-1864) теңлемеси жәрдеминде бериледи:

$$P = \frac{\rho}{\mu} RT \tag{27.22}$$

Бул аңлатпада μ арқалы газдың молекулалық салмағы белгиленген. R = $8{,}31 \cdot 10^7$ эрг*К$^{-1}$*мол$^{-1}$ = 8.31 Дж*К$^{-1}$*мол$^{-1}$ шамасы универсал газ турақлысы деп аталады.

Енди

$$\frac{dP}{dz} = -\frac{\mu P z}{RT} \tag{27.23}$$

теңлемесин аламыз. Бул теңлемениң шешими

$$P = P_0 e^{-\frac{\mu g z}{RT}} \tag{27.24}$$

түрине ийе болады.

Тап усындай нызам менен газдың тығызлығы да өзгереди:

$$\rho = \rho_0 e^{-\frac{\mu g z}{RT}} \tag{27.25}$$

Кейинги еки формула ***барометрлик формулалар*** деп аталады. Сол формулалардағы P_0 ҳәм ρ_0 Жер бетиндеги басым менен тығызлыққа сәйкес келеди. Басым менен тығызлық бийикликке байланыслы экспоненциал нызам бойынша кемейеди, яғный олардың мәниси

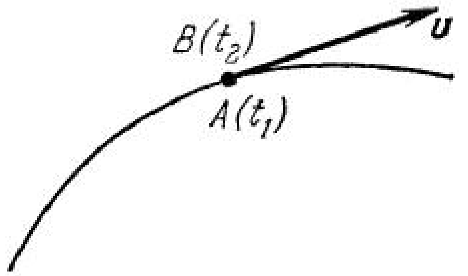
$$h = \frac{RT}{\mu g} \tag{27.26}$$

бийиклигине көтерилгенде $e = 2{,}71828$ есе кемейеди. Бул h ***бир текли атмосфера бийиклиги деп аталады***. $T = 273\,K \approx 0^0 C$ температурасында $h \approx 8$ км. Алынған h тың мәнисин (27.24)-формулаға қойсақ

$$P = P_0 e^{-z/h}$$

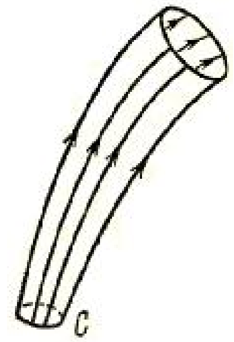
аңлатпасын аламыз. Бундай түрдеги барометрлик формула Жер атмосферасының хәр қыйлы ноқатларындағы басымлар айырмасын анықлаў ушын қолайлы. Бунның ушын усы ноқатлардағы хаўаның басымы менен температурасын билиў керек.

Суйықлықтың қозғалысын кинематикалық тәриплеў. Суйықлықтың қозғалысын тәриплеў ушын еки түрли жол менен жүриў мүмкин: Суйықлықтың ***хәр бир бөлекшесиниң қозғалысын*** бақлап барыў мүмкин. Усындай жағдайда хәр бир ўақыт моментиндеги суйықлық бөлекшесиниң тезлиги хәм турған орны бериледи. Солай етип суйықлық бөлекшесиниң траекториясы анықланады. Бирақ басқаша да жол менен жүриў мүмкин. Бул жағдайда кеңисликтиң хәр бир ноқатында ўақыттың өтиўи менен не болатуғынлығын гүзетиў керек. Усының нәтийжесинде кеңисликтиң бир ноқаты арқалы хәр қандай ўақыт моментлеринде өтип атырған бөлекшелердиң тезликлери менен бағытлары анықланады. Усындай усыл менен тәриплеўди жүргизгенимизде нәтийжеде ***тезликлер майданы*** алынады. Кеңисликтиң хәр бир ноқатына тезлик векторы сәйкеслендириледи. Усындай сызықлар ***тоқ сызығы*** деп аталады. Егер ўақыттың өтиўи менен тезликлер майданы хәм соған сәйкес тоқ сызығы өзгермесе суйықлықтың қозғалысы ***стационар қозғалыс*** деп аталады. Басқаша жағдайда суйықлықтың қозғалысы ***стационар емес қозғалыс*** деп аталады. Стационар қозғалыста $\mathbf{v} = \mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$, ал стационар қозғалыста $\mathbf{v} = \mathbf{v}(\mathbf{r})$.



27-3 сүўрет.

Тек стационар ағыста ғана тоқ сызықлары бөлекшелердиң траекторияларына сәйкес келеди.



27-4 сүўрет.

Ықтыярлы түрде алынған C туйық контурындағы тоқ сызықлары.

Стационар емес қозғалыста тоқ сызықлары суйықлық бөлекшелериниң траекториялары менен сәйкес келмейди. Хақыйқатында да траектория суйықлықтың тек бир бөлекшесиниң қозғалыс барысындағы жолын көрсетеди. Ал тоқ сызығы болса биз қарап атырған ўақытта усы сызықта жайласқан ***шексиз көп бөлекшелердиң қозғалыс бағытын*** тәриплейди. Тек ***стационар ағыста ғана тоқ сызықлары бөлекшелердиң траекториялары менен сәйкес келеди***. Дәлиллеў ушын ықтыярлы түрде алынған A бөлекшесиниң траекториясын аламыз (27-3 сүўрет). Мейли $A(t_1)$ арқалы бөлекшениң t_1 ўақыт моментиндеги орны белгиленген болсын. Басқа бир B ноқатын алайық хәм ол базы бир t_2 ўақыт моментинде t_1 ўақыт моментинде A бөлекшеси ийелеген орынды ийелесин. Қозғалыс стационар болғанлықтан $A(t_1)$ ноқаты арқалы t_1 ўақыт моментинде A бөлекшеси қандай тезлик пенен өткен болса t_2 ўақыт моментинде B ноқаты тап сондай тезлик пенен өтеди. Демек B ноқатының $A(t_1)$ноқатындағы тезлиги A ноқатының траекториясына урынба бағытта бағытланган деген жуўмақ шығарамыз. t_2 ўақыт моментин ықтыярлы түрде алатуғын болғанлықтан A бөлекшесиниң траекториясы тоқ сызығы боып табылады деп жуўмақ шығарамыз.

Ықтыярлы түрде C туйық контурын аламыз ҳәм оның ҳәр бир ноқатында ўақыттың бир моменти ушын тоқ сызықларын өткеремиз (27-4 сүўрет). Тоқ сызықлары базы бир най бетинде жайласқан болып, бул бетти ***тоқ найы*** деп атаймыз. Суйықлық бөлекшелериниң тезликлери тоқ сызықларына урынба бағытында бағытланғанлықтан суйықлық ағыўдың салдарында тоқ найының қаптал бети арқалы өте алмайды. Суйықлық ағып атырған қатты материалдан исленген най қандай болса, тоқ найы да сондай қәсийетке ийе болады. Суйықлық ийелеп турған кенисликти усындай тоқ найларына бөлиў мүмкин. Егер тоқ найының кесе-кесими шексиз киши болса, онда суйықлықтың тезлиги найдың кесе-кесиминиң барлық ноқатларында бирдей ҳәм найдың көшери бағытында бағытланған болады.

dt ўақыт аралығында найдың кесе-кесими арқалы өткен суйықлықтың массасы

$$dm = \rho v S dt \qquad (27.27)$$

арқалы найдың кесе-кесими белгиленген. Стационар ағыста

$$\rho_1 v_1 S_1 = \rho_2 v_2 S_2 \qquad (27.28)$$

теңлиги орынланады. Суйықлық қысылмайтуғын болса $(\rho_1 = \rho_2)$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{S_2}{S_1}. \qquad (27.29)$$

Демек ***найдағы*** (қысылмайтуғын жабысқақ емес) ***суйықлықтың тезлиги сол найдың кесе-кесиминиң майданына кери пропорционал*** екен.

Бул теңлемени басқаша жазамыз. Найдың ҳәр қыйлы кесе-кесими арқалы ўақыт бирлигинде ағып өтетуғын қысылмайтуғын суйықлықтың муғдарының бирдей болатуғынлығын көрдик. (27.28)-формула да усы жағдайды дәлиллейди ҳәм

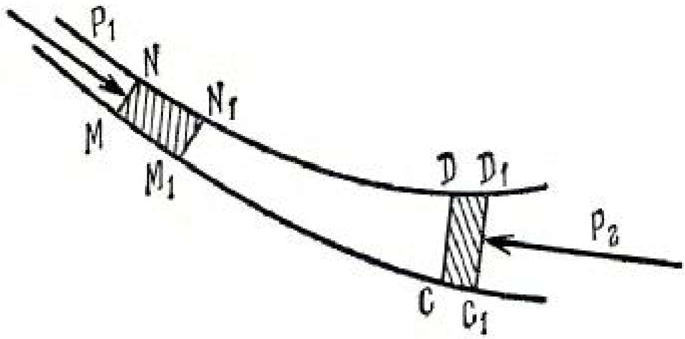
$$\Delta S_1 v_1 = \Delta S_2 v_2$$

теңлемесин жазыўға мүмкиншилик береди. Бул теңлемеден

$$\Delta S \cdot v = \mathrm{const}$$

екенлиги келип шығады. Демек қысылмайтуғын (соның менен бирге жабысқақ емес) ***суйықлық ағысы тезлиги менен суйықлық ағыўшы түтикшениң кесе-кесиминиң майданы турақлы шама*** болады екен. Бул ***қатнас ағыстың үзликсизлиги теоремасы*** деп аталады.

Бернулли теңлемеси. Ҳақыйқый суйықлықлар менен газлердиң қозғалысларын үйрениў физиканың оғада қыйын мәселелериниң қатарына жатады. Бул мәселелерди шешиў ушын дәслеп ишки сүйкелис күшлерин есапқа алмайды. Көп жағдайларда идеал суйықлық ушын мәселелерди шешиўге умтылады. Анықламасы бойынша идеал суйықлықларда ишки сүйкеслитиң урынба ҳәм нормал бағытлардағы күшлери пайда болмайды. Идеал суйықлықлардағы тәсир ете алатуғын бирден бир күш нормал басым күши P болып табылады. Қала берсе P ның шамасы суйықлықтың тығызлығы ҳәм температурасы жәрдеминде бир мәнисли анықланады. мәселени шешиўди әпиўайыластырыў ушын суйықлықты қысылмайды деп есаплайды.



27-4 сүўрет. Бернулли теңлемесин келтирип шығарыўға арналған сүўрет.

Қандай да бир консерватив күштиң (мысалы салмақ күшиниң) тәсириндеги идеал суйықлықтың стационар қозғалысын қараймыз. Бул ағысқа энергияның сақланыў нызамын қолланамыз ҳәм суйықлықтың бөлимлери менен сыртқы орталық арасындағы жыллылық алмасыў орын алмайды деп есаплаймыз. Суйықлықта шексиз киши $MNDC$ ноқатлары менен шекленген тоқ найын аламыз. Усы бөлим $M_1N_1D_1C_1$ аўҳалына көшсин ҳәм бунда исленген жумысты есаплаймыз. MN сызығы M_1N_1 ге көшкендеги исленген жумыс $A = P_1 S_1 l_1$ ($l_1 = MM_1$ арқалы көшиўдиң шамасы белгиленген). $S_1 l_1 = \Delta V_1$ көлемин киргизиў арқалы жумысты былай жазамыз: $A_1 = P_1 \Delta V_1$ ямаса $A_1 = P_1 \dfrac{\Delta m_1}{\rho_1}$. Бул жерде Δm_1 арқалы MNN_1M_1 көлеминдеги суйықлықтың массасы белгиленген. Усындай таллаўлардан кейин

$$A = A_1 - A_2 = \left(\frac{P_1}{\rho_1} - \frac{P_2}{\rho_2} \right) \cdot \Delta m \qquad (27.29)$$

теңлигин аламыз. Бул жумыс суйықтықтың айырып алынған бөлиминдеги толық энергияның өсими ΔE ниң есабынан исълениўи керек. Ағыс стационар болғанлықтан суйықлықтың энергиясы CDD_1C_1 көлеминде өзгермейди. Сонлықтан ΔE ниң шамасы Δm массалы суйықлықтың энергиясының CDD_1C_1 ҳәм MNN_1M аўҳаллары арасындағы айырмасына тең. Масса бирлигине сәйкес келиўши толық энергияны ε ҳәрипи менен белгилеп $\Delta E = (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)\Delta m$ екенлигин табамыз. Бул шаманы жумыс A ға теңлестирип ҳәм Δm ге қысқартып

$$\varepsilon_1 + \frac{P_1}{\rho_1} = \varepsilon_2 + \frac{P_2}{\rho_2}. \qquad (27.30)$$

аңлатпасын аламыз. Демек ***идеал суйықлықтың стационар ағысында тоқ сызығы бойында*** $\varepsilon + \dfrac{P}{\rho}$ ***шамасы турақлы болып қалады*** екен. Яғный

$$\varepsilon + \frac{P}{\rho} = B = const. \quad (27.31)$$

Бул қатнас ***Даниил Бернулли*** (1700-1782) ***теңлемеси***, ал B шамасы болса Бернулли турақлысы деп аталады. Ол бул жумысының нәтийжесин 1738-жылы баспадан шығарды. Усы теңлемени келтирип шығарарда суйықлықтың қысылмаслығы ҳаққында ҳеш нәрсе айтылмады. Сонлықтан Бернулли теңлемеси қысылмайтуғын суйықлықлар ушын да дурыс болатуғынлығы өз-өзинен түсиникли. Тек гана суйықлықтың идеал суйықлық, ал ағыстың стационар болыўы талап етиледи.

Енди Жер менен тартысыўды есапқа алып теңлемеге өзгерислер киргиземиз. Д.Бернуллидиң дәслеп Жер менен тартысыўды есапқа алған халда (27.31)-теңлемени келтирип шығарғанлығын атап өтемиз. Барлық ε энергиясы кинетикалық ҳәм потенциал энергиялардан туратуғынлығын есапқа алайық. Сонлықтан

$$\frac{v^2}{2} + gh + \frac{P}{\rho} = B = const. \quad (27.32)$$

Бернулли турақлысы B бир тоқ сызығының бойында тек бирдей мәниске ийе болады. Бирақ бир тоқ сызығынан екинши тоқ сызығына өткенде өзгере алады. Соның менен бирге Бернулли турақлысы барлық ағыс ушын бирдей мәниске ийе болатуғын жағдайлар да бар. Биз ҳәзир усы жағдайлардың ишинде жүдә жийи ушырасатугын бир жағдайды қарап өтемиз. Мейли суйықлықтың тезлиги нолге тең орынларда тоқ сызығы басланатуғын ҳәм тамам болатуғын болсын. Усындай областтағы тоқ сызығының бир ноқатын аламыз. Онда (27.31)-теңлемеге $v = 0$ шамасын қойыўымыз керек. Демек $B = gh + \frac{P}{\rho}$. Бирақ суйықлық тынышлықта турған барлық областларда $gh + \frac{P}{\rho} = const$ тең салмақлық шәрти орынланады. Демек ***Бернулли турақлысы қарап атырылган жағдайдағы суйықлықтың барлық ағысы ушын бирдей мәниске ийе болады екен***.

Бернулли теңлемесин басқаша физикалық шамаларды қолланыў арқалы жазамыз ҳәм 27-5 сүўреттен пайдаланамыз. ΔS_1 кесе-кесиминен өтетуғын суйықлықтың Δm массасының толық энергиясы E_1 болсын, ал ΔS_2 кесе-кесиминен ағып өтетуғын суйықлықтың толық энергиясы E_2 болсын. Энергияның сақланыў нызамы бойынша E_2 - E_1 өсими Δm массасының ΔS_1 кесе-кесиминен ΔS_2 кесе-кесимине шекем қозғалтатуғын сыртқы күшлердиң жумысына тең болады:

$$E_2 - E_1 = A.$$

Өз гезегинде E_1 ҳәм E_2 энергиялары Δm массасының кинетикалық ҳәм потенциал энергияларының қосындысынан турады, яғный

$$E_1 = \frac{\Delta m\, v_1^2}{2} + \Delta m\, gh_1,$$

$$E_2 = \frac{\Delta m\, v_2^2}{2} + \Delta m\, gh_2.$$

A жумысының ΔS_1 ҳәм ΔS_2 кесе-кесимлери арасындағы барлық суйықлық қозғалғанда Δt ўақты ишинде исленетуғын жумысқа тең келетуғынлығына көз жеткизиў қыйын емес. Бундай жағдайда Δt ўақыты ишинде кесе-кесимлерден Δm массалы суйықлық ағып өтеди. Δm массасының биринши кесе-кесим арқалы өткизиў ушын $v_1\Delta t = \Delta l_1$, ал екинши кесе-кесим арқалы өткизиў ушын $v_2\Delta t = \Delta l_2$ аралықларына жылжыўы керек. Бөлинип алынған суйықлық участкаларының еки шетиниң ҳәр қайсысына түсетуғын күшлер сәйкес $f_1 = p_1\Delta S_1$ ҳәм $f_2 = p_2\Delta S_2$ шамаларына тең. Биринши күш оң шама, себеби ол ағыс бағытына қарай бағытланған. Екинши күш терис шама ҳәм суйықлықтың ағысы бағытына қарама-қарсы бағытланған. Нәтийжеде төмендегидей теңлеме алынады:

$$A = f_1\Delta l_1 + f_2\Delta l_2 = p_1\Delta S_1 v_1\Delta t - p_2\Delta S_2 v_2\Delta t.$$

Енди E_1, E_2, A шамаларының табылған усы мәнислерин $E_2 - E_1 = A$ теңлемесине қойсақ

$$\frac{\Delta m v_2^2}{2} + \Delta m\, g h_2 - \frac{\Delta m v_1^2}{2} + \Delta m\, g h_1 = p_1\Delta S_1 v_1\Delta t - p_2\Delta S_2 v_2\Delta t$$

теңлемесин аламыз ҳәм оны былай жазамыз:

$$\frac{\Delta m\, v_1^2}{2} + \Delta m\, g\, h_1 + p_1\Delta S_1 v_1\Delta t = \frac{\Delta m\, v_2^2}{2} + \Delta m\, g\, h_2 + p_2\Delta S_2 v_2\Delta t \tag{27.32a}$$

Ағыстың үзликсизлиги ҳаққындағы нызам бойынша суйықлықтың Δm массасының көлеми турақлы болып қалады. Яғный

$$\Delta V = \Delta S_1 v_1\Delta t = \Delta S_2 v_2\Delta t.$$

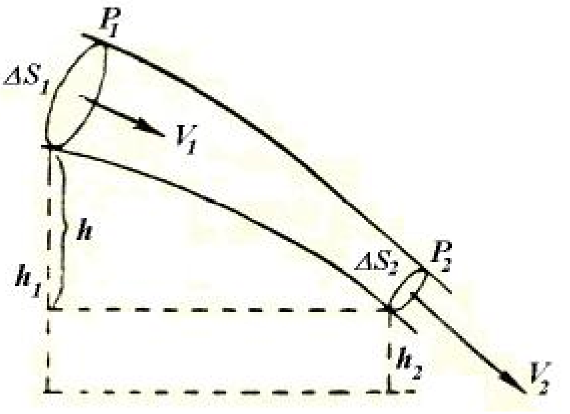
Енди (27.32а) теңлемесиниң еки тәрепин де ΔV көлемине бөлемиз ҳәм $\dfrac{\Delta m}{\Delta V}$ шамасының суйықлықтың тығызлығы ρ екенлигин есапқа аламыз. Бундай жағдайда

$$\frac{\rho\, v_1^2}{2} + \rho\, g\, h_1 + p_1 = \frac{\rho\, v_2^2}{2} + \rho\, g\, h_2 + p_2 \tag{27.31a}$$

теңлемесин аламыз. Жоқарыда айтылғанындай бул теңлемени ең биринши рет усы түрде Даниил Бернулли келтирип шығарды.

Суйықлық ағып турған түтикше горизонтқа параллель етип жайластырылса $h_1 = h_2$ ҳәм

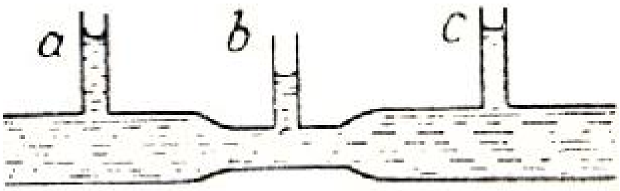
$$\frac{\rho\, v_1^2}{2} + p_1 = \frac{\rho\, v_2^2}{2} + p_2 \tag{27.31б}$$

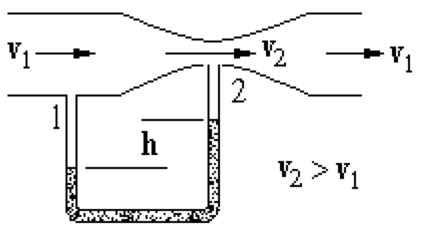


27-5 сүўрет.

Суйықлық ағысының найы.

(27.31б) формула ҳәм ағыстың үзликсизлиги ҳаққындағы теоремаға тийкарланып суйықлық ҳәр қыйлы кесе-кесимге ийе горизонт бойынша жайластырылған най арқалы аққанда най жиңишкерген орынларда суйықлық тезлигиниң үлкен болатуғынлығын, ал най кеңейген орынларда басымның үлкен болатуғынлығын аңғарыўға болады. Усы айтылғанлардың дурыслығы найдың ҳәр қыйлы участкаларына a, b ҳәм c манометрлерин орнатып тексерип көриўге болады (27-8 сүўретте көрсетилген).



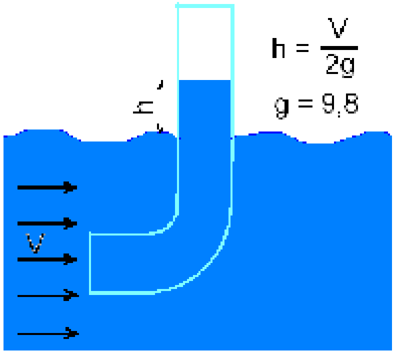


27-6 сүўрет. Басымның найдың диаметринен ғәрезлилигин көрсетиўши тәжирийбелер схемалары

Енди най арқалы ағыўшы суйықлыққа қозғалмайтуғын манометр орнатайық ҳәм оның төменги түтикшесин ағысқа қарама-қарсы бағытлайық (Бул Пито түтикшеси 27-7 сүўретте көрсетилген). Бундай жағдайда түтикше тесиги алдында суйықлықтың тезлиги нолге тең болады. (27.31б) формуласын қоллансақ ҳәм $v_2 = 0$ деп уйғарсақ, онда

$$p_2 = \frac{\rho v_1^2}{2} + p_1$$

теңлигин аламыз. Демек манометр түтикшесиниң тесигин ағысқа қарсы қойғанымызда өлшенетуғын p_2 басымы p_1 басымынан $\frac{\rho v_1^2}{2}$ шамасына артық болады екен. Егер p_1 басымы белгили болса p_2 басымын өлшеў арқалы ағыстың v_1 тезлигин есаплаўға болады. Ал $\frac{\rho v_1^2}{2}$ басымын көбинесе ***динамикалық басым*** деп те атайды.



27-7 сүўрет.

Пито түтикшеси сызылмасы.

Ағыс тезлиги жоқары болғанда найдың жиңишке жерлериндеги басым p ның мәниси терис шама болыўы мүмкин. Бул жағдайда найдың жиңишке участкаларынан ағып өтетуғын суйықлық қысылады. Егер найдың жуўан жерлериндеги басым атмосфера басымына тең болса, найдың жиңишке жерлериндеги басым атмосфера басымынан кем болады. Бул жағдайда ағыс сорып алыўшы (әтираптағы ҳаўаны) сорыўшы хызметин атқарады. Бир канша әсбаплардың (мысалы пульверизаторлар менен хаўаны сораўшы айырым нассослардың) жумыс ислеўи усы қубылыска тийкарланған.

Бернулли теңлемесин пайдаланыў арқалы суйықлықтың тесикшеден ағып шығыў тезлигин анықлаўға болады. Егер ыдыстың өзи кең, ал тесикшеси киши болса ыдыстағы суйықтықтың тезлиги киши болады ҳәм барлық ағысты бир ағыс түтикшеси деп қараўға болады. Басым ыдыстың төменги кесе-кесиминде де, жоқарғы кесе-кесиминде де атмосфералық басым p_0 ге тең деп есаплаймыз. Сонлықтан Бернулли теңлемеси былай жазылады (27-9 сүўрет):

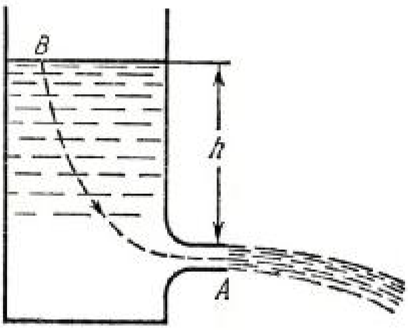
$$\frac{v_1^2}{2}+g(h_1-h_2)=\frac{v_2^2}{2}.$$

Егер ыдыстағы суйықлықтың тезлиги $v_1=0$ деп есапланса ҳәм $h_1-h_2=h$ болған жағдайда (ыдыстағы тесикше горизонт бағытында тесилген)

$$v_2=\sqrt{2gh}$$

шамасына тең болады. Яғный суйықлықтың тесикше арқалы ағып шығыў тезлиги дене h бийиклигинен еркин түскенде алатуғын тезлигине тең болады екен.

Бернулли теңлемеси жәрдеминде ***Торричелли формуласын*** келтирип шығарыў мүмкин.



27-8 сүўрет.

Торичелли формуласын келтирип шығарыўға арналған сүўрет.

Мейли суйықлық қуйылған ыдыстың төменги бөлиминде тесикше болсын ҳәм бул тесикше арқалы ағып шығып атырған суйықлықтың тезлигин анықлайық. Бул жағдайда Бернулли теңлемеси

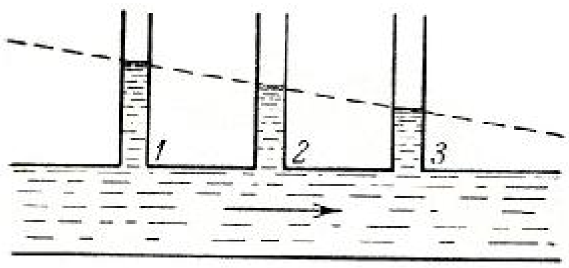
$$\frac{P_0}{\rho} + gh = \frac{P_0}{\rho} + \frac{v^2}{2}. \qquad (27.33)$$

Бул аңлатпада h арқалы тесикше менен суўдың қәдди арасындағы қашықлық, P_0 арқалы атмосфералық басым белгиленген. Жоқарыдағы теңлемеден

$$v = \sqrt{2gh} \qquad (27.34)$$

формуласына ийе боламыз. Бул формула ***Торичелли формуласы*** деп аталады. Бул формуладан суйықлықтың тесикшеден ағып шығыў тезлиги h бийиклигинен еркин түскенде алынған тезликке тең болатуғынлығы келип шығады.

Жабысқақлық. Реал (ҳақыйқый) суйықлықларда нормал басымнан басқа суўықлықлардың қозғалыўшы элементлери шегараларында ***ишки сүйкелистиң урынба күшлери*** ямаса ***жабысқақлық*** орын алады. Бундай күшлердиң бар екенлигине әпиўайы тәжирийбелерден көрсетиўге болады. Мысалы жабысқақлық есапқа алынбай келтирилип шығарылған Бернулли теңлемесинен былайынша жуўмақлар шығарамыз: Егер суйықлық горизонт бойынша жатқан, барлық жерлеринде кесе-кесими бирдей болған найдан ағатуғын болса басымның ҳәмме ноқатларда бирдей болыўы шәрт. Ҳақыйқатында басым ағыс бағытында төменлейди (27-9 сүўрет). Стационар ағысты пайда етиў ушын найдың ушларында турақлы түрде басымлар айырмасын пайда етип турыў керек. Бул басымлар айырмасы сүйкелис күшлерин жоқ етиў ушын зәрүр.



27-9 сүўрет.

Кесе-кесими өзгермейтугын най арқалы ҳақыйқый суйықлық аққандағы жабысқақлық күшлериниң бар екенлигин көрсететуғын тәжирийбениң схемасы.

Басқа бир мысал ретинде айланыўшы ыдыстағы суйықлықтың қозғалысын бақлаўдан келип шығады. Егер ыдысты ветрикал бағыттағы көшер дөгерегинде айландырсақ суйықлықтың өзи де айланысқа келеди. Дәслеп ыдыстың дийўалларына тиккелей тийип турған суйықлықтың қатламлары айлана баслайды. Кейин айланыс ишки қатламларға бериледи. Солай етип ыдыс пенен суйықлық бирдей болып айланаман дегенше ыдыстан суйықлыққа айланбалы қозғалыс берилиўин даўам етеди. Усындай берилиўди қозғалыс бағытына урынба болып бағытланған күшлер тәмийинлейди. Усындай урынба бағытында бағытланған күшлерди ***ишки сүйкелис күшлери*** деп атаймыз. ***Жабысқақлық күшлери*** деп аталатуғын сүйкелис күшлери де айрықша әҳмийетке ийе.

Ишки сүйкелистиң санлық нызамларын табыў ушын әпиўайы мысалдан баслаймыз. Арасында жабысқақ суйықлық жайласатуғын өз-ара параллел, шексиз узын пластиналарды қараймыз (27-10 сүўрет). Төменги AB пластинасы қозғалмайды, ал жоқарғы CD пластинкасы оған салыстырғанда v_0 тезлиги менен қозғалсын. CD пластинасының тең өлшеўли қозғалысын тәмийинлеў ушын оған турақлы түрде қозғалыс бағытындағы $\mathbf{F}$ күшин түсириў керек. Бир орында услап турыў ушын AB пластинасына да тап усындай, бирақ қарама-қарсы бағытланған күш тиң түсиўи керек. Ньютон тәрепинен XVII әсирдиң екинши ярымында усы **F** күшиниң пластиналардың майданы S ке, тезик v_0 ге туўры пропорционал, ал пластиналар арасындағы қашықлық h қа кери пропорционал екенлигин дәлилледи. Демек

$$F = \eta \frac{Sv_0}{h}. \qquad (27.35)$$

Бул формулада η ***ишки сүйкелис коэффициенти*** ямаса ***суйықлықтың жабысқақлығы*** деп аталыўшы турақлы шама (коэффициент). Оның мәниси пластиналардың материалына байланыслы болмай, ҳәр қыйлы суйықлықлар ушын ҳәр қыйлы мәнислерге ийе болады. Ал берилген суйықлық ушын η ның мәниси биринши гезекте температураға ғәрезли болады. (27.35) тен жабыскақлық CGS системасында *г/см·сек* өлшем бироигине ийе. Бул бирлик Пуазейлдиң ҳүрметине «пуаз» деп аталады. SI системасында жабыскақлық *н·сек/м*^{2} өлшем бирлиги менен өлшенеди.

F күшиниң мәнисин өлшеў арқалы ишки сүйкесли коэффициенти η ның мәнисин анықлаў мүмкин[13].

Мысал ретинде айырым суйықлықлар ҳәм газлер ушын жабыскақлық коэффициентлериниң мәнислерин келтиремиз:

Суйықлық ямаса газ	Жабысқақлық коэффициенти (пуазларда)			
	$t = 0^0 C$	$t = 15^0 C$	$t = 99^0 C$	$t = 302^0 C$
Суйықлықлар				
Глицерин	46	15	-	-
Суў	$1{,}8 \cdot 10^{-2}$	$1{,}1 \cdot 10^{-2}$	$0{,}29 \cdot 10^{-2}$	-
Сынап	$1{,}7 \cdot 10^{-2}$	$1{,}6 \cdot 10^{-2}$	$1{,}2 \cdot 10^{-2}$	$0{,}9 \cdot 10^{-2}$
Газлер				
Ҳаўа	$171 \cdot 10^{-6}$	$181 \cdot 10^{-6}$	$220 \cdot 10^{-6}$	$299 \cdot 10^{-6}$
Суў пуўы	$90 \cdot 10^{-6}$	$97 \cdot 10^{-6}$	$131 \cdot 10^{-6}$	-

AB пластинасының бир орында тыныш турыўы да шәрт емес. AB пластинасы v_1, ал CD пластинасы v_2 тезлиги менен қозғалатуғын болса **F** күши ушын:

$$F = \eta \frac{S(v_1 - v_2)}{h}. \qquad (27.36)$$

аңлапасын аламыз. Бул аңлатпаның дурыслығына көз жеткериў ушын AB пластинкасы тынышлықта туратуғын есаплаў системасына өтиў жеткиликли.

[13] Ҳақыйқатында сүйкелис коэффициентин әдетте басқа усыллардың жәрдеминде анықлайды.

27-10 сүўрет.

Арасында жабысқақ суйықлық жайласқан өз-ара параллел, шексиз узын пластиналарды қараў ушын арналған сүўрет.

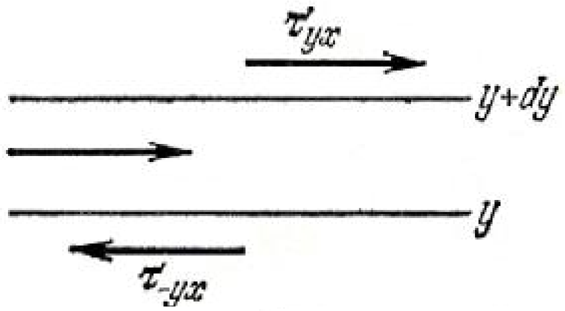
Бул формуланы улыўмаластырыў ушын суйықлық X бағытында қозғалады деп есаплаймыз. Бундай жағдайда ағыс тезлиги тек y координатасынан ғәрезли болады:

$$v_x = v_x(y), \quad v_y = v_z = 0. \tag{27.37}$$

Суйықлық қатламын Y қатламына перпендикуляр бағытта жуқа қатламларға бөлемиз (27-11 сүўрет). Мейли бул тегисликлер Y көшерин y ҳәм $y + dy$ ноқатларында кесип өтсин. Жоқарыда жайласқан қатламның шегарасы майданының бир бирлигине жоқарыда жайласқан қатламның өзи тәрепинен тәсир етиўши урынба күшти τ_{yx} арқалы белгилеймиз. Бундай жағдайда

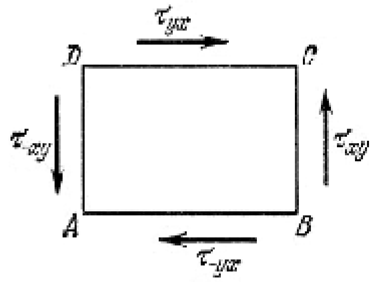
$$\tau_{yx} = \eta \frac{\partial v_x}{\partial y} \tag{27.38}$$

Тәжирийбелер бул формуланың тек турақлы тезлик пенен болатуғын қозғалыслар ушын ғана емес, ал тезлик v_x тың шамасы ўақытқа ғәрезли болған жағдайлар ушын да дурыс болатуғынлығын көрсетеди. Қатламның төменги шегарасындағы урынба кернеў τ_{-yx} тың бағыты τ_{yx} тың бағытына қарама-қарсы. Қатламлардың қалыңлығы dy шексиз киши болғанлықтан τ_{yx} тың абсолют мәниси τ_{-yx} тың абсолют мәнисинен шексиз киши мәниске парық қылады, яғный $\tau_{yx} = -\tau_{-yx}$.



27-11 сүўрет.

Жоқарыда жайласқан қатламның шегарасы майданының бир бирлигине жоқарыда жайласқан қатламның өзи тәрепинен тәсир етиўши урынба күштиң τ_{yx} екенлигин сәўлелендиретуғын сүўрет.



27-12 сүўрет.

Урынба кернеўлердиң тек ағысқа параллел болған тегисликлерде ғана емес, ал ағысқа перпендикуляр тегисликлерде де бар болатуғынлығын көрсететуғын сүўрет.

Жоқарыда гәп етилген суйықлықтың параллел ағысында қапталлары координата көшерлерине параллел болған шексиз киши ABCD параллелопипедин айырып аламыз (27-12 сүўрет). Қатты денелердиң механикалық қәсийетлерин үйренгенимизде кернеўлер тензорының симметриялы екенлигин көрген едик. Сонлықтан (симметрияның себебинен) параллелопипедтиң ағысқа перпендикуляр болған BC ҳәм AD тийкарларында да урынба кернеўлердиң бар болыўының кереклиги келип шығады. Соның менен бирге $\tau_{xy}=\tau_{yx}=\eta\frac{\partial v_x}{\partial y}$. Солай етип ***урынба кернеўлер тек ағысқа параллел болған тегисликлерде емес, ал ағысқа перпендикуляр тегисликлерде де бар болады***.

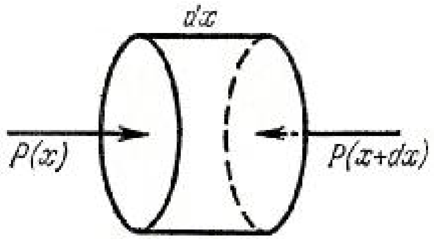
Енди суйықлықты параллел ағыс түринде емес, ал ықтыярлы түрде ағады деп есаплайық. Жабысқақлық кернеўлер тензорының урынба қураўшылары тек суйықлықтың деформацияланыў тезлигинен ғәрезли деп қабыл етемиз (ал деформацияның өзинен ҳәм оның ўақыт бойынша алынған жоқары туўындыларынан ғәрезли деп есапламаймыз). Сызықлы жақынласыў менен шекленемиз (яғный деформацияның тезлигиниң квадратын, кубын ҳәм оннан да жоқары дәрежелерин киши шамалар деп санап есапқа алмаймыз). Бундай жақынласыўда ***урынба кернеўлер деформацияның тезликлери болған*** $\frac{\partial v_x}{\partial y}$, $\frac{\partial v_y}{\partial x}$, $\frac{\partial v_y}{\partial z}$, $\frac{\partial v_z}{\partial y}$, $\frac{\partial v_z}{\partial x}$, $\frac{\partial v_x}{\partial z}$ ***шамаларының сызықлы, бир текли функциялары болып табылады***. Усы алты туўындының CD шегарасында тек $\frac{\partial v_x}{\partial y}$ туўындысы нолге тең болмаса, онда X көшериниң бойынша $\tau_{yx}'=\eta\frac{\partial v_x}{\partial y}$ урынба кернеў тәсир еткен болар еди. Егер тек $\frac{\partial v_y}{\partial x}$ туўындысы ғана нолге тең болмаса, онда урынба кернеў сол бағытта $\tau_{yx}''=\eta\frac{\partial v_y}{\partial x}$ шамасына тең болған болар еди. Ал сол $\frac{\partial v_x}{\partial y}$ ҳәм $\frac{\partial v_y}{\partial x}$ туўындыларының екеўи де нолге тең болмаса, онда CD шегарасындағы кернеў $\tau_{yx}=\tau_{yx}'+\tau_{yx}''=\eta\left(\frac{\partial v_x}{\partial y}+\frac{\partial v_y}{\partial x}\right)$ шамасына тең болған болар еди.

Тап усындай талқылаўлар нәтийжесинде төмендегидей теңликлерди аламыз:

$$\tau_{xy}=\tau_{yx}=\eta\left(\frac{\partial v_x}{\partial y}+\frac{\partial v_y}{\partial x}\right),$$
$$\tau_{yz}=\tau_{zy}=\eta\left(\frac{\partial v_y}{\partial z}+\frac{\partial v_z}{\partial y}\right),$$
$$\tau_{zx}=\tau_{xz}=\eta\left(\frac{\partial v_z}{\partial x}+\frac{\partial v_x}{\partial z}\right).$$

Егер суйықлық қысылмайтуғын болса бул теңликлер суйықлықлардың қозғалысының дифференциал теңлемесин келтирип шығарыў ушын толық жеткиликли. Ал егер суйықлық қысылатуғын болса, онда алынған аңлатпаларда урынба кернеўлер менен бир қатарда нормал кернеўлер де орын алады.

Суйықлықтың туўры сызықлы най арқалы стационар ағысы. Мейли қысылмайтуғын жабысқақ суйықлық радиусы R болған туўры мүйешли най арқалы ағатуғын болсын (27-13 сүўрет). Тоқ сызықлары найдың көшерине параллель. Егер ықтыярлы шексиз жиңишке тоқ найын сайлап алатуғын болсақ, онда қысылмаўшылық шәртинен усы тоқ найының барлық узынлығы бойынша ағыс тезлиги v турақлы болып қалатугынлығына көз жеткериўге болады (най бойынша суйықлықтың тезлиги өзгериске ушырамайды). Суйықлықтың тезлиги найдың көшеринен қашықлық болған r диң өзгериўине байланыслы өзгеретуғынлығы түсиникли. Солай етип суйықлықтың тезлиги радиус r диң функциясы болып табылады.



27-13 сүўрет.

Най бойынша ағыўшы жабысқақ суйықлықтың тезлигиниң радиус r диң функциясы екенлигин дәлиллеў ушын арналған сүўрет.

27-13 сүўретте көрсетилгендей жағдайды талқылаймыз. Найдың көшери ретинде ағыс бойынша бағытланған X көшерин аламыз. Найда узынлығы dx, радиусы r болған шексиз киши цилиндрлик бөлимди кесип аламыз. Усы цилиндрлик қаптал бетке қозғалыс бағытында $dF = 2\pi r l \eta \frac{dv}{dr} dx$ күши тәсир етеди (l арқалы найдың узынлығы белгиленген). Соның менен бирге цилиндрдиң ултанларына басымлар айырмасынан пайда болған күш тәсир етеди:

$$dF_1 = \pi r^2 \left[P(x) - P(x+dx) \right] = -\pi r^2 \frac{dP}{dx} dx . \tag{27.39}$$

Стационар ағыста бул еки күштиң қосындысы нолге тең болыўы керек. Сонлықтан

$$2\eta \frac{dv}{dr} = r \frac{dP}{dx} . \tag{27.40}$$

Тезлик $v(r)$ ҳәм $\frac{dv}{dr}$ туўындысы x тың өзгериўи менен өзгермей қалады. Усының нәтийжесинде

$$\frac{dv}{dr} = -\frac{(P_1 - P_2) r}{2\eta l} . \tag{27.41}$$

Интеграллап

$$v = -\frac{(P_1 - P_2) r^2}{4\eta l} + C . \tag{27.42}$$

формуласын аламыз. $r = R$ болғанда $v = 0$. Сонлықтан

$$v = -\frac{(P_1 - P_2)(R^2 - r^2)}{4\eta l} . \tag{24.43}$$

Суйықлықтың тезлиги труба орайында $(r = 0)$ өзиниң ең үлкен мәнисине ийе:

$$v_0 = -\frac{(P_1 - P_2)R^2}{4\eta\, l}. \tag{27.44}$$

Енди ***суйықлықтың ағып өткен муғдарын*** есаплаймыз. Бир секунд ўақыт даўамында r ҳәм $r + dr$ радиуслары арасындағы сақыйна тәризли майдан арқалы ағып өткен суйықлықтың муғдары $dQ = 2\pi r\, dr\, \rho\, v$. Бул аңлатпаға v ның мәнисин қойып ҳәм интеграллаў арқалы суйықлықтың ағып өткен муғдарын билемиз:

$$Q = \pi\rho \frac{P_1 - P_2}{2\eta\, l} \int_0^R \left(R^2 - r^2\right) r\, dr = \pi\rho \frac{(P_1 - P_2)R^4}{8\eta\, l}. \tag{27.45}$$

Демек ***ағып өткен суйықлықтың муғдары басымлар айырмасы*** $P_1 - P_2$ ***ге, найдың радиусының 4-дәрежесине туўры, ал найдың узынлығы менен суйықлықтың жабысқақлық коэффициентине кери пропорционал екен***. Бул нызам 1839-жылы Гаген ҳәм 1840-жылы Пуазейль (1799-1869) тәрепинен бир биринен ғәрезсиз тәжирийбе өткериў жолы менен ашылған. Гаген суўдың най арқалы қозғалысын, ал Пуазейль болса капиллярлардағы суйықлықлардың ағысын изертлеген. (27.45)-формула формула ***Пуазейл формуласы*** деп аталады (Пуазейль бул формуланы келтирип шығармады, ал мәселени тек эксперимент өткериў менен изертледи).

(24.45)-формуланы $Q = \pi\rho R^2 \cdot \frac{v_0}{2}$ түринде де жазыў мүмкин. Егер биз $Q = \pi\rho R^2 \cdot \bar{v}$ аңлатпасы арқалы ағыстың орташа тезлиги $\bar{v}$ түсинигин киргизиў мүмкин. Усы еки аңлатпаны салыстырыў арқалы

$$\bar{v} = \frac{1}{2} v_0$$

екенлигине ийе боламыз. v_0 аркалы найдың дәл ортасындағы суйықлықтың тезлигиниң белгиленгенлигин умытпаймыз.

Пуазейл формуласы тек ***ламинар ағыслар*** ушын ғана дурыс болады. Ламинар ағыста суйықлық бөлекшелери найдың көшерине параллел болған сызық бойынша қозғалады. Ламинар ағыс үлкен тезликлерде бузылады ҳәм ***турбулентлик ағыс*** пайда болады.

Ҳәр секунд сайын найдың кесе-кесими арқалы алып өтилетуғын ***кинетикалық энергия***:

$$K = \int_0^R \frac{\rho v^2}{2} 2\pi r\, v\, dr \tag{27.46}$$

Бул аңлатпаға v ның мәнисин қойып ҳәм интеграллаў нәтийжесинде аламыз:

$$K = \frac{1}{4} Q v_0^2 = Q(\bar{v})^2. \tag{27.47}$$

Ҳәр секунд сайын суйықлық үстинен исленетуғын жумыс басымлар айырмасы $P_1 - P_2$ айырмасына туўры пропорционал ҳәм

$$A = \int v\left(P_1 - P_2\right)2\pi r\,dr$$

формуласы жәрдеминде анықланады. Ямаса

$$A = \frac{P_1 - P_2}{\rho} \cdot Q \qquad (27.48)$$

Шамасы усындай болған, бирақ белгиси бойынша терис A' жумысты ишки сүйкелис күшлери орынлайды. $A' = -Av_0 = -\frac{\left(P_1 - P_2\right)R^2}{4\eta l}$ формуласынан басымлар айырмасын табамыз ҳәм

$$A' = -\frac{4\eta v_0 l}{\rho R^2} Q. \qquad (27.49)$$

Алынған формулалар қандай жағдайда сүйкелис күшлерин есапқа алмаўға болатуғынлығына (ямаса Бернулли теңлемесин пайдаланыўға) жуўап береди. Буның ушын жабысқақлыққа байланыслы кинетикалық энергияның жоғалыўы суйықлықтың өзиниң кинетикалық энергиясына салыстырғанда салыстырмас дәрежеде аз болыўы керек, яғный $|A'| << A$. Бул

$$\frac{v_0 R^2}{16\nu l} >> 1 \qquad (27.50)$$

теңсизлигине алып келеди. Бул жерде ν белгиси менен ***кинематикалық жабысқақлық*** белгиленген.

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \qquad (27.51)$$

Әдетте η шамасын ν шамасынан айырып көрсетиў керек болған жағдайларда η ны ***динамикалық жабысқақлық*** деп атайды.

Потенциал ҳәм ийрим қозғалыслар. Суйықлықтардың қозғалысы ҳаққында гәп етилгенде қозғалысларды ***потенциал*** ҳәм ***ийрим*** қозғалысларға бөлемиз. Белгиленген ўақыт моментиндеги суйықлықтың $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ тезликлер майданын қараймыз. Суйықлықта C туйық контуры аламыз ҳәм айланып шығыўдың оң бағытын белгилеймиз (27-14 сүўрет). Мейли $\boldsymbol{\tau}$ арқалы бирлик урынба вектор, $d\mathbf{s}$ арқалы оң бағытта өткерилген контур узынлығы элементи белгиленген болсын. C туйық контуры бойынша алынған

$$\Gamma = \oint v_\tau ds = \oint \left(\mathbf{v}\, d\mathbf{s}\right) \qquad (27.52)$$

интегралы C контуры бойынша ***тезлик векторының циркуляциясы*** деп аталады. Егер циркуляция туйық контур бойынша нолге тең болса суйықлықтың қозғалысы ***потенциал қозғалыс*** деп аталады. Циркуляция нолге тең болмаған жағдайда қозғалысты ***ийримли қозғалыс*** деп атаймыз.

Биз қарап атырған жағдайдағы суйықлық ағып атырған кеңисликтиң областы ***бир байланыслы*** деп қабыл етиледи. Бунлың мәниси мынадан ибарат: усындай областтағы қәлеген контур деформацияның тәсиринде ағыс ишинде турған денени кесип өтпестен ноқатқа алып келинеди. Егер область бир байланыслы болмаса (мысалы тордың этирапынан ағыўшы суйықлық) жоқарыда келтирилген анықламаны төмендегидей ескертиўлер менен толықтырыў керек болады. C сыпатында қәлеген контурды алмастан, суйықлықтың шегараларынан шығып кетпестен үзликсиз деформацияның тәсиринде ноқатқа алып келиниўи мүмкин болған ықтыярлы туйық контурды аламыз. Ағыслар ишиндеги ең әҳмийетлиси ***тегис ағыс*** деп аталатуғын ҳақыйқый ағысларды идеалластырыў жолы менен алынатуғын ағыс болып табылады. Мейли ағыстың ишиндеги дене сыпатында кесе-кесими ықтыярлы болған шексиз узын цилиндр алынған, ал суйықлық болсы усы цилиндрдиң көшерине перпендикуляр бағытланған болсын. Бундай жағдайда сол көшерге перпендкуляр болған бир тегисликлердиң биреўиндеги ағысты қараў менен шеклениў мүмкин. Усындай тегисликтеги ағысты тегис ағыс деп атаймыз. Ағыс ишиндеги цилиндрди өз ишине қамтымайтуғын қәлеген контур бойынша (мысалы C контурын, 27-15 сүўретти қараңыз) алынған тезликтиң циркуляциясы нолге айланатуғын болса ағысты потенциал ағыс деп атаймыз. Бирақ цилиндрди қоршайтуғын C контуры бойынша циркуляцияның нолге тең болмаўы мүмкин. Потенциал ағыста цилиндрдиң этирапын бир рет айланып шығатуғын барлық туйық контурлар ушын Γ циркуляциясының бир мәниске ийе болатуғынлығын көрсетиў қыйын емес. Егер $\Gamma \neq 0$ болса, онда циркуляция менен потенциал ағыс ҳаққында гәп етиледи.

Потенциал ағыстың анықламасы консервативлик күшлердиң анықламасына жүдә уқсас. Сонлықтан потенциал ағыста A ҳәм B ноқатларын тутастырыўшы туйық емес сызық бойы менен алынған $\int\limits_{AB} (\mathbf{v}\,d\mathbf{s})$ сызықлы интегралы усы иймекликтиң ең шетки A ҳәм B ноқатларынан ғәрезли болып, AB сызығының формасынан ғәрезли болмайды. Потенциал энергияны талқылағандағыдай талқылап координаталардың функциясы болған φ функциясын киргизиў мүмкин болып, бул функцияның жәрдеминде тезлик $\mathbf{v}$ былайынша анықланады:

$$\mathbf{v} = \operatorname{grad} \varphi \qquad (27.53)$$

Бул аңлатпадағы φ функциясын ***тезликлер потенциалы*** деп атаймыз.

Потенциал ағысқа мысал ретинде суйықлықтың турақлы тезлик пенен өз-ара параллел сызықлар бойы менен ағысын көрсетиўге болады. ***Идеал суйықлықтың консервативлик күшлер тәсиринде тынышлық ҳалынын қәлеген түрдеги қозғала баслаўының потенциал ағыс*** болып табылатуғынлығын көрсетиўге болады.

Ийрим қозғалыстың мысалы ретинде суйықлықтың бир тегисликте концентрлик шеңберлер бойынша бир ω мүйешлик тезлиги бойынша қозғалыўын көрсетиўге болады (27-14 а сүўрет). Бул жағдайда r радиуслы шеңбер бойынша тезликтиң циркуляциясы

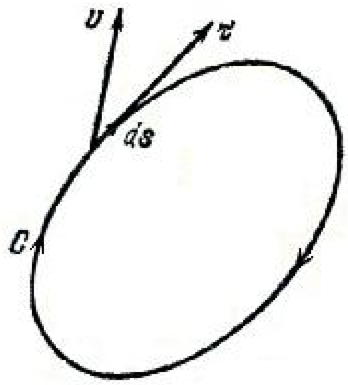
$$\Gamma = 2\pi r v = 2\pi r^2 \omega.$$

Оның контур майданы πr^2 қа қатнасы $\frac{\Gamma}{\pi r^2} = 2\omega$, яғный радиус r ге байланыслы емес. Егер айланыўдың мүйешлик тезлиги радиус r ге байланыслы болатуғын болса, онда

$\frac{\Gamma}{\pi r^2}$ қатнасының орнына оның $r \to \infty$ болғандағы шеги бериледи. Бул шек O көшериниң әтрапындаға суйықлық бөлекшелериниң айланыўының мүйешлик тезликтиң екилетилген көбеймесине тең. Бул шек $\mathbf{v}$ тезлигиниң ***қуйыны*** ямаса ***роторы*** (дәлиреги контур тегислигине перпендикуляр болған тегисликке түсирилген ротор векторының проекциясы) деп аталады. Ықтыярлы қозғалыс ушын $\mathbf{v}$ тезлигиниң роторы өзиниң ықтыярлы бағытқа түсирилген проекциясы менен былайынша анықланады. Майданы ΔS ке тең сыртқы нормалы $\mathbf{n}$ болған ықтыярлы шексиз киши контур алынады. $\mathbf{n}$ нормалы бағытындағы $\mathrm{rot}\,\mathbf{v}$ векторының проекциясы деп

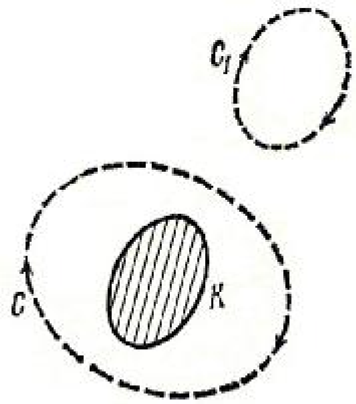
$$\mathrm{rot}_n \mathbf{v} = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Gamma}{\Delta S} \tag{27.54}$$

шамасына айтамыз. Бул аңталпада Γ арқалы биз қарап атырған контур бойынша $\mathbf{v}$ векторының циркуляциясы белгиленген.



27-14 сүўрет.

Суйықлықта алынған C туйық контурын ҳәм айланып шығыўдың қабыл етилген оң бағытын сәўлелендириўши сүўрет.



27-15 сүўрет.

Ағыс ишиндеги цилиндрди өз ишине қамтымайтуғын қәлеген контур бойынша (мысалы C контуры) алынған тезликтиң циркуляциясы нолге айланатуғын болса ағысты потенциал ағыс деп атаймыз

Мысал ретинде суйықлықтың X көшери бағытындағы тегисликтеги ағысын алып қараймыз (27-14 b сүўрет). Ағыс тезлиги көлденең бағытта $v_x = ay$ нызамы бойынша өзгерсин. Ийрим тәризли қозғалыстың орын алатуғынлығына исениў ушын тәреплери координата көшерлерине параллел болған ABCD контурын аламыз. Бул контур бойынша тезлик циркуляциясы

$$\Gamma = (x_2 - x_1)(v_1 - v_2) = -a(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)$$

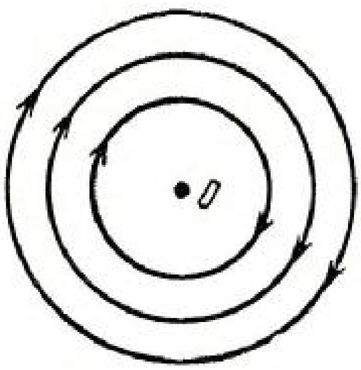
Бул шаманың контур майданы $\Delta S = (x_2 - x_1)(y_2 - y_1)$ ға қатнасы ямаса $\mathbf{v}$ тезлигиниң роторы

$$\mathrm{rot}_z\mathbf{v} = -a \qquad (27.55)$$

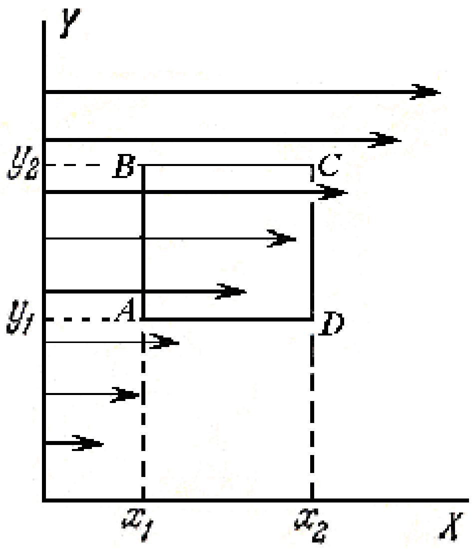
ямаса

$$\mathrm{rot}_z\mathbf{v} = -\frac{\partial v_x}{\partial y}. \qquad (27.56)$$

шамасына тең болады. Егер v_x тың шамасы координата y ке сызықлы нызам бойынша ғәрезли болмай, қандай да бир ықтыярлы түрдеги байланыска ийе болса да (27.56)-формула дурыс болып қалады. Бирақ $\mathrm{rot}_z\mathbf{v}$ тың шамасы y координатасының функциясына айланады.



a)



b)

27-16 сүўрет.

a)

Ийрим қозғалыстың мысалы ретинде суйықлықтың бир тегисликте концентрлик шеңберлер бойынша бир ω мүйешлик тезлиги бойынша қозғалыўын көрсетиўге болады.

b)

Суйықлықтың X көшери бағытындағы тегис ағысы.

Биз жоқарыда қарап шыққан мысалда $\mathbf{v}$ тезлигин $\mathbf{v}_1$ ҳәм $\mathbf{v}_2$ еки векторының векторлық қосындысы түринде көрсетиў мүмкин. Олардың қураўшылары

$$v_{1x} = \frac{v_x}{2} = \frac{a}{2}y, \quad v_{2x} = \frac{v_x}{2} = \frac{a}{2}y,$$

$$v_{1y} = -\frac{a}{2}x, \quad v_{2y} = \frac{a}{2}x.$$

$\mathbf{v}_1$ векторы

$$\mathbf{v}_1 = -\frac{a}{2}\left[\mathbf{k}\,\mathbf{r}\right] = \frac{a}{2}y\mathbf{i} - \frac{a}{2}x\mathbf{j}$$

векторлық көбеймеси түринде бериледи. Сонлықтан $\mathbf{v}_1$ тезлиги менен қозғалысты Z көшериниң этирапындағы $\boldsymbol{\omega} = -\frac{a}{2}\mathbf{k}$ мүйешлик тезлиги менен болатуғын қозғалыс түринде интерпретация қылынады. Ал $\mathbf{v}_2$ ниң қураўшылары $\varphi = \frac{a}{2}xy$ тезлик потенциалларынан

$$v_{2x} = \frac{\partial\varphi}{\partial x}, \quad v_{2y} = \frac{\partial\varphi}{\partial y}$$

формулалары жәрдеминде алынады. Демек $\mathbf{v}_2$ тезлигиндеги қозғалыс потенциал қозғалыс болып табылады. тап усындай жоллар менен суйықлықтың ықтыярлы қозғалысын ***айланбалы*** ҳәм ***потенциал ағыс*** деп екиге бөлиўге болады. Соның менен бирге айланыўдың мүйешлик тезлиги ҳәм оның кеңисликтеги бағыты бир ноқаттан екинши ноқатқа өткенде үзликсиз түрде өзгере алады.

Тангенциал үзилиўди ийрим тәризли ағыстың мысалы сыпатында көрсетиўге болады. Тангенциал үзилиў ыдырап ийрим тәризли турбулент қозғалысқа өтеди.

Шегаралық қатлам ҳәм үзилиў қубылысы. Рейнольдс санының үлкен мәнислеринде сүйирленген денелер бетлеринен қашық орынларда жабысқақлық күшлери ҳеш қандай әҳмийетке ийе болмайды. Бул көшлердиң мәниси басымлар айырмасының салдарынан пайда болған күшлерден әдеўир кем. Бул күшлерди есапқа алмай кетиўге ҳәм суйықлықты идеал деп есаплаўға болады. Бирақ сол сүйирленген денелерге тийип туған орынларда ондай емес. Жабысқақлық күшлери денелердиң бетлерине суўықлықтың жабысыўына алып келеди. Сонлықтан денелер бетине тиккелей тийип турған орынларда жабысқақлыққа байланыслы сүйкелис күшлериниң шамасы басымлар айырмасы күшлери менен барабар деп жуўмақ шығарыўға болады. Усындай жағдайдың орын алыўы ушын суйықлықтың тезлиги денеден алыслаў менен тез өсиўи керек. Тезликтиң усындай тез өсиўи жуқа бетке тийип турған ***шегаралық қатламда*** орын алады.

Бул шегаралық қатламның қалыңлығы δ айқын түрде анықланған физикалық шамалар қатарына кирмейди. Себеби қатламның анық шегарасы жоқ. Қатламның қалыңлығы тек ғана суйықлықтың қәсийетлерине байланыслы болып қалмай, сүйирленген дененң формасына да байланыслы болады. Соның менен бирге шегаралық қатлам қалыңлығы ағыстың бағыты бойынша сүйирленген дененң алдыңғы жағынан арқы жағына қарай өседи. Сонлықтан δ ның дәл мәниси ҳаққында айтыўдың мүмкиншилиги болмайды. Оның мәнисин тек баҳалаў керек.

Шегаралық қатламның қалыңлығын усы қатламдағы жабысқақлық күшлери менен басым айырмасынан пайда болған күшлер менен теңлестирип анықлаў мүмкин. Дәслеп шегаралық қатламдағы суйықлықтың бир бирлик көлемине тәсир ететуғын сүйкелис күши $f_{su'yk}$ тиң мәнисин баҳалаймыз. Ағыс бағытына перпендикуляр бағытта суйықлық тезлигиниң градиенти шама менен $\frac{v}{\delta}$ ға барабар. Бир бирлик көлемге тәсир етиўши күш

$$f_{su'yk} \sim \frac{\eta S v/\delta}{S\delta} = \eta \frac{v}{\delta^2}.$$

Енди басымлар айырмасынан пайда болған күштиң шамасын баҳалаймыз. $f_{bas} = \text{grad}\, P$. Бизди тек ***ағыс бағытындағы басымның градиенти*** қызықтырады. Бернулли теңлемесинен

$$P = P_0 - \frac{1}{2}\rho v^2.$$

Буннан

$$\text{grad}\, P = -\frac{\rho}{2}\text{grad}\, v^2.$$

Демек мәниси бойынша f_{bas} күшиниң шамасы $f_{bas} \sim \frac{\rho v^2}{l}$ шамасындай болады. Бул аңлатпада l арқалы суйықлық ағысы ишинде турган денениң сызықлы үлкенлиги. Еки $f_{su'yk}$ ҳәм f_{bas} күшлерин теңлестирип ҳәм әдеттеги арифметикалық әпиўайыластырыўды әмелге асырып

$$\delta \sim \sqrt{\frac{\eta l}{\rho v}}$$

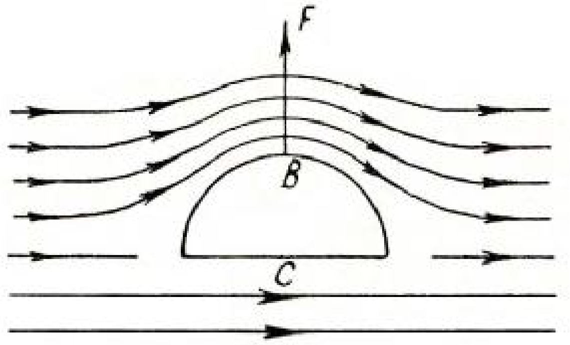
ямаса

$$\delta \sim \frac{l}{\sqrt{\text{Re}}} \tag{27.57}$$

аңлатпасын аламыз. Мысалы диаметри D = 10 см, ҳаўадағы тезлиги v = 30 м/с болған шар ушын Рейнольдас саны $\text{Re} = \frac{vD}{\nu} = 2 \times 10^5$ ке (20^0C температурада ҳаўаның кинематикалық жабысқақлығы $\nu = 0{,}15$ см^2/с), ал шегаралық қатламның қалыңлығы $\delta \sim 0{,}2$ миллиметрге тең.

Рейнольдс санының мәниси киши, шама менен бирдиң әтирапында болған жағдайларда да $\delta \sim \frac{l}{\sqrt{\text{Re}}}$ формуласын келтирип шығарғанда ислеген болжаўларымызды пайдаланыўға болмайды. Бирақ бул шегаралық қатламның өлшемлери денениң өзиниң өлшемлери менен теңлесетуғын жағдайда да (27.57)-формула сапалық жақтан дурыс нәтийжелерди береди. Бунда шегаралық қатлам ҳаққында айтыў мәнисин жоғалтады. Шегаралық қатлам ҳаққындағы көз-қарас стационар ламинар ағыс ушын да дурыс келмейди. Буның себеби жабысқақлық күшлери басым градиентлери менен тек ғана дениниң әтирапында емес, ал суйықлықтың барлық көлеминде теңлеседи.

Шегаралық қатлам денеден үзилмесе онда қозғалыс суйықлықты идеал суйықлық деп есапланыў арқалы үйренилиўи керек. Шегаралық қатламның бар болыўы денениң эффективлик өлшемлерин үлкейиўи менен барабар болады. Суйықлық ағымына қарсы қараған денининң алдыңғы бети усындай қәсийетке ийе. Бирақ дененең арт тәрепинде шегаралық хәр ўақыт ***шегаралық қатлам дене бетинен үзиледи***. Бул жағдайда жабысқақлық күши толық жоғалады деген көз-қарас ҳақыйқатлықтан алыс болған нәтийжелерге алып келеди. Шегаралық қатламның үзилиўи денени айланып өтиўди пүткиллей өзгертеди.



27-17 сүўрет.

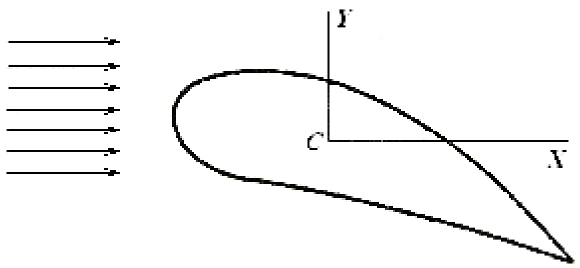
Жабысқақ суйықлықтың симметрияға ийе емес денени орап ағыўы. Денеге суйықлық тәрепинен түсирилген күшлердиң қосындысы нолге тең емес.

Жабысқақ суйықлықтың симметрияға ийе емес денени орап ағыўы. Бул жерде симметрияға ийе емес ҳаққында айтылғанда суйықлыққа салыстырғандағы қозғалыў бағытындағы симметрия нәзерде тутылған. Бул жағдайда, 27-17 сүўретте көрсетилгениндей суйықлық тәрепинен түсирилген күшлердиң қосындысы нолге тең болмайды. Сүўретте әпиўайылық ушын шексиз узын ярым цилиндр түриндеги дене келтирилген. Дененең C тегис бетинде ағыс сызықлары усы бетке параллел болады, бул бетке түсетуғын басымды p ға тең деп белгилеймиз. B ноқатындағы басым p дан кем болады. Сонлықтан пайда болған қосынды күш $F = \sum f_i \neq 0$. Бул күш ийримсиз ағыста ағыс сызықларына перпендикуляр болады. Идеал суйықлықта бул күш денени ағыс бағытында қозғалтпайды, оны тек ағыс бағытына перпендикуляр емес бағытта жылжытыўға тырысады.

Жабысқақ суйықлық симметриясыз денени орап аққанда денеге ағыс тәрепинен тәсир етиўши күшлердиң қосындсы F күши ағыс сызықларына перпендикуляр болмайды. Бул жағдайда оны еки қураўшыға жиклеймиз: биреўи ағыс бағытында бағытланған F_a, ал екиншиси ағысқа перпендикуляр бағытланған F_p.

Самолет қанаатының көтериў күши. Үзилиў қубылысы менен көтериў күшиниң пайда болыўы тиккелей байланыслы. Бизди тийкарынан самолеттың қанатына тәсир ететуғын көтериў күши қызықтыралды. Бирақ басқа формаға ийе денелер ушын да көтериў күшиниң пайда болыў механизмлери самолеттың қанатына тасир ететуғын көтериў күшиниң механизми менен бирдей болатуғынлыгын атап өтиў керек. Турақлы тезлик пенен ушыўшы самолеттың кеңисликтеги ориентациясы өзгермейди деп есаплаймыз. Демек бундай ушыўда самолетқа тәсир етиўши барлық күшлердиң моментлери бир бирин теңлестиреди деген сөз. Самолеттың импульс моменти болса турақлы болып қалады. Әпиўайылық ушын хәўада тең өлшеўли қозғалатуғын, бағыты сызылмаға перпендикуляр бағытланған айырым қанатты қараймыз (27-18 сүўрет). Қанаттың узынлығын шексиз үлкен деп есаплаймыз. Бундай қанат ***шексиз узынлыққа ийе қанат*** деп аталады. Қанат пенен байланысқа есаплаў системасына өткен қолайлы. Сол мақсетте қанаттың C масса орайына координата басын орнатамыз. Бул есаплаў системасының инерциал болатуғынлығын өзи-өзинен түсиникли деп есаплаймыз

Солай етип биз қанатты қозғалмайды, ал хәўаның қозғалысын тегис деп есаплаймыз. Тәсир тиймеген хаўа ағысы әлбетте тең өлшеўли болады. Гәплеримиздиң бир мәнисли болыўы ушын төменде айтылатуғын барлық қозғалыс моментлерин сол C ноқатына салыстырып аламыз. Қанаттың өзиниң қозғалыс муғдарының моменти нолге тең. Сонлықтан бул ҳаққында гәп етпесек те болады.

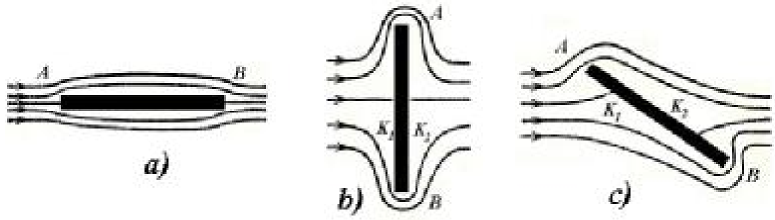


27-18 сүўрет.

Ҳаўада тең өлшеўли қозғалатуғын, бағыты сызылмаға перпендикуляр бағытланған самолет қанатының сүўрети.

Көтериў күшиниң пайда болыўы ушын қанат симметриялы болмаўы керек ямаса қанат қозғалатуғын горизонт бағытындағы тегисликке қарата симметрияға ийе болмаўы шәрт (бундай симметрияны әдетте горизонт бағытындағы тегисликке қарата айналық симметрия деп атаймыз). Мысалы өз көшери дөгерегинде айланбайтуғын дөңгелек цилиндр жағдайында көтериў күшиниң пайда болыўы мүмкин емес. Демек биз айтып атырған айналық симметрия жоқ деп есаплаймыз. Енди шегаралық қатламда қанаттан қашықласқан сайын ҳаўа бөлекшелериниң тезлиги артатуғынлығын еске түсиремиз. Соның салдарынан шегаралық қатламдағы қозғалыс ийримлик қозғалыс болып табылады ҳәм соған сәйкес айланыўды өз ишине алады. Қанаттың үстинде айланыў саат стрелкасының қозғалыў бағытында, ал төменинде қарама-қарсы бағытта қозғалады (егер суйықлық ағысы солдан оңға қарай қозғалатуғын болса). Мейли қанаттың төмениндеги шегаралық қатламда турған ҳаўа массасы бир ямаса бир неше ийрим түринде жулып алынып кетеди деп есаплаймыз. Айланыўшы қозғалысқа қатнасқанлықтан бул масса өзи менен бирге белгили бир импульс моментин алып кетеди. Бирақ ҳаўаның улыўмалық қозғалыс моменти өзгере алмайды. Егер қанаттың үстинги тәрепинде шегаралық қатламның үзип алыныўы болмаса қозғалыс моментиниң сақланыўы ушын қанаттың сырты бойынша ағыс саат стрелкасы бағытында қозғалыўы керек. Басқа сөз бенен айтқанды қанаттың сырты арқалы тийкарғы ағысқа қосылыўшы саат стрелкасы бағытындағы ҳаўаның циркуляциясы пайда болады. Қанат астындағы тезлик киширейеди, ал үстинде үлкейеди. Сыртқы ағысқа Бернулли теңлемесин қолланыўға болады. Бул теңлемеден циркуляция нәтийжесинде қанаттың астында басымның көбейетуғынлығы, ал үстинде азайатуғынлығы келип шығады. Пайда болған басымлар айырмасы жоқарығы қарай бағытланған көтериў күши сыпатында көринеди. Ал жулып алынған ийримлер қанаттың үстинги тәрепинде пайда болса «көтериў» күши төмен қарай бағытланады.

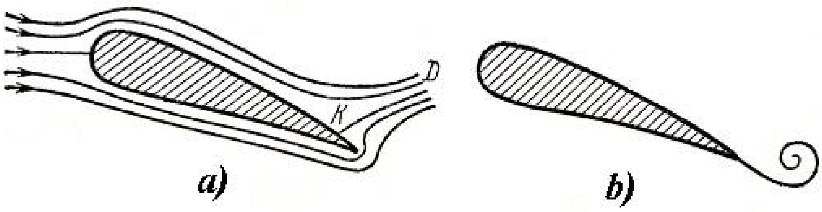
Мәселени тереңирек түсиниў ушын идеал қозғалыстың ағысына қойылған жуқа пластинканы қараймыз (27-19 сүўрет). Егер пластинка ағыс бағытында койылган болса (27-19 a сүўрет) суйықлықтың тезлиги нолге айланатугын критикалық ноқатлар пластинканың шетлериндеги A ҳәм B ноқатларында жайласады. Егер пластинка ағысқа перпендикуляр қойылған болса, онда сол еки критикалық ноқат пластинканың ортасына қарай жылысады, ал ағыс тезлиги пластинканың шетиндеги A ҳәм B ноқатларында максимумға жетеди (27-19 b сүўрет). Егер пластинка ағысқа қыялап қойылған болса (27-19 c сүўрет), онда K_1 ҳәм K_2 критикалық ноқатлары пластинканың орайы менен шетлери арасындағы аралық орынларға ийе болады. Ағыс тезлиги бул жағдайда да пластинканың шетлеринде максималлық мәниске ийе болады. Критикалық K_2 ноқатының әтирапын қарайтуғын болсақ тезлик ноқаттың жоқарысына салыстырғанда төменде үлкенирек. Себеби төменги ағыс алыстинканың A шетине салыстырғанда пластинканың B шетине әдеўир жақын жайласқан. Ағыстың усындай картинасы басланғыш моментте ҳәм жабысқақ суйықлықтың ағыўында пайда болады.



27-19 сүўрет.

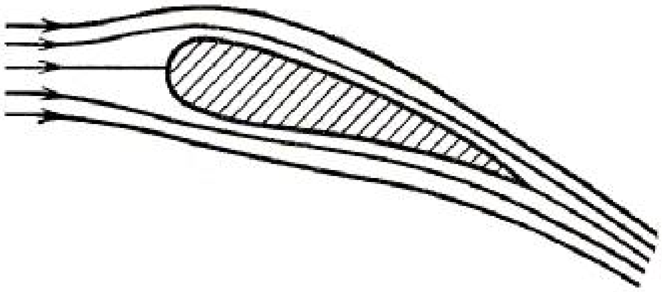
Идеал суйықлықтың ағысына қойылған пластинка.

Самолеттың қанаты жағдайында да қанаттың астындағы ҳаўаның ағысы қозғалыстың басында қанаттың артқы ушын айланып өтеди ҳәм қанаттың үстин айланып өтиўши ҳаўа менен KD сызығы бойынша ушырасады (27-20 a сүўрет). Бул жағдайда дәслеп айырып турыў бети пайда болады, ал кейин бул бет ийримге айланады ҳәм айланыс саат тили бағытына қарама-қарсы бағытланған болады (27-20 b сүўрет). Бул жағдай 27-22 сүўретлерде келтирилген фотосүўретлерде де көринип тур. Сол сүўретлердиң дәслепки екеўинде (27-22 a ҳәм b сүўрет) қанат қозғалмайтуғын есаплаў системасындағы ағыс, ал кейинги сүўретте (27-22 c сүўрет) тәсир тиймеген суйықлық тынышлықта турған есаплаў системасындағы ағыс сәўлелендирилген. Ийримлер қозғалыс муғдары моментин алып кетеди, ал қанаттың әтирапында саат тили бағытындағы циркуляция пайда болады. Қанат астындағы ағыс тезлигиниң үлкейиўи, ал қанаттың үстиндеги ағыс тезлигиниң кемейиўи қанаттың төменги шетине жетемен дегенше үзилис ноқатының аўысыўына алып келеди (27-21 сүўрет). Егер жабысқақлық күшлери болмағанда қуйынлардың буннан былай пайда болыўы орын алмаған ҳәм соған сәйкес қанаттың әтирапындағы циркуляция тоқтаған болар еди. Жыбасқақлық күшлери аўҳалды өзгертеди. Усының нәтийжесинде қанаттың әтирапындағы циркуляция әстелик пенен тоқлайды. Үзилиў сызығы қанаттың ушынан жоқары қарай жылысады, яғный ийримлердиң пайда болыўы ушын және де шараятлар туўылады. Жаңадан пайда болған ийрим циркуляцияны және күшейтеди ҳәм үзилиў ноқатын қанаттың ушына қайтарып алып келеди. Самолет турақлы тезлик пенен қозғалғанда жоқарыда тәрипленген процесс қайталанатугын характерге ийе болады. Ийримлер қанаттың артқы ушынан дәўирли түрде үзиледи ҳәм циркуляциялың турақлы шамасын тамийинлейди.



27-20 сүўрет. Самолеттың қанаты жағдайында да қанаттың астындағы ҳаўаның ағысы қозғалыстың басында қанаттың артқы ушын айланып өтеди ҳәм қанаттың үстин айланып өтиўши ҳаўа менен KD сызығы бойынша ушырасады. Дәслеп айырып турыў бети пайда болады, ал кейин бул бет ийримге айланады ҳәм айланыс саат тили бағытына қарама-қарсы бағытланған болады.

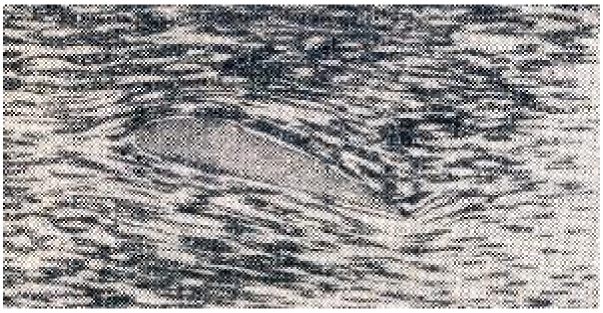
Қөтериў күшиниң шамасының циркуляциядан ғәрезлилиги Н.Е.Жуковский ҳәм Кутта тәрепинен бир биринен ғәрезсиз түрде табылды. Олардың формуласы шексиз узын болған қанатқа арналган болып, усындай қанаттың узынлық бирлигине тийисли болған көтериў күшиниң шамасын береди. Олар формуласын келтирип шыгарарда қанат идеал суйықлықта тең өлшеўли қозгалады ҳәм оның әтирапында турақлы мәнистеги тезлик циркуляциясы жүзеге келеди деп болжады. Солай етип қанат қозғалмайтуғын есаплаў системасында суйықлықтың қозғалысы потенциал, бирақ циркуляция менен жүреди. Идеал суйықлықта циркуляцияның мәниси ағыстың тезлиги ҳәм атака мүйеши менен ҳеш қандай байланыспаган әмелде қәлеген мәниске тең болыўы мүмкин. Бирақ қандай аз болса да жабыскақлық циркуляцияның шамасының сол шамалардан ғәрезли болатугынлыгына алып келеди. Усының менен бирге циркуляцияның өзи жабыскақлыққа пүткиллей ғәрезли емес болып шығады. Сонлықтан Жуковский-Кутта формуласы жабысқақлыққа ийе болған ҳаўа ушын да қанаттың көтериў күшине жақсы жақынласыў болып табылады.



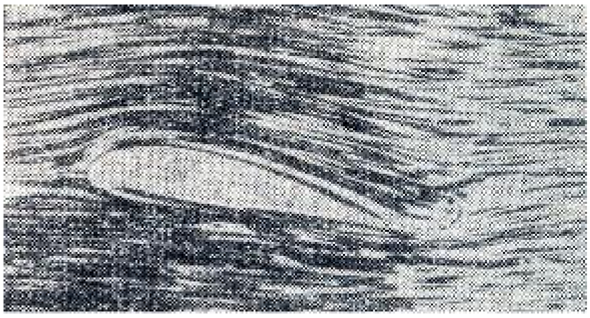
27-21 сүўрет.

Қанат астындағы ағыс тезлигиниң үлкейийўи, ал қанаттың үстиндеги ағыс тезлигиниң кемейийўи қанаттың төменги шетине жетемен дегенше үзилис ноқатының оң тәрепке аўысыўына алып келеди.

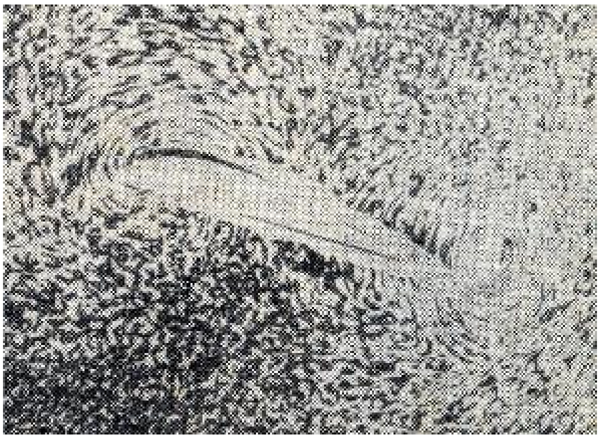
Енди Жуковский-Кутта формуласын келтирип шығарыўдың ең әпиўайы усылын келтиремиз. Бул формуланы келтирип шығарыў көтериў күшиниң пайда болыўы ушын циркуляцияның әҳмийетли екенлигин анық көрсетеди.



a)



b)



c)

27-22 сүўрет.

Ҳаўа ағысының самолет қанаты әтирапындағы қозғалысларын сәўлелендириўши фотосүўретлер.

Суйықлық ағысы барлық тәреплерде шексизликке шекем орын алады деп есаплаймыз. Бурынғыдай тәсир тиймеген ағыс горизонт бағытында деп қабыл етемиз: X көшери ағыс бағытында, ал Y көшери вертикаль бағытта X көшерине перпендикуляр болсын. Мейли K қанаты координата басында орналастырылған деп қабыл етейик (27-23-сүўрет). Қанаттың үстине ҳәм астына бир биринен теңдей қашықлықларда жайласқан тап сондай болған қанатларды орналастырамыз. Мейли сол қанатлардың ҳәр бириниң әтирапында K қанатының әтирапында пайда болғандай циркуляциялар пайда болған болсын. Бундай жағдайда суйықлықтың орнаған ағысы Y бойынша дәўирли болаты. Егер қоңысылас қанатлар арасындағы қашықлық сол қанатлардың кесе-кесиминиң өлшемлеринен жүдә үлкен болса, онда жаңадан қосымша қанатларды киргизиў тек K қанатына тиккелей жақын орынларда есапқа алмастай дәрежеде ағысты өзгерте алады. Тек K қанатынан алыс орынларда ғана айтарлықтай өзгерислер орын алады. $ABCD$

туўры мүйешли контурын жүргиземиз. Оның горизонт бағытындағы тәреплери қоңысылас қанатлардың ортасынан өтсин. Мейли оның узынлығы AD оның бийиклигинен шексиз үлкен болсын. AB ҳәм CD қаптал бәриплеринде тезлик v горизонт бағытындағы тезлик v_∞ пенен циркуляцияның салдарынан пайда болған v' тезликтиң қосындысынан турады. Оң мәнистеги циркуляция сыпатында саат тили бағытындағы циркуляцияны аламыз. Усындай циркуляцияда AB тәрепинде v' тезлиги жоқарыға қарай бағытланған (мәниси оң). Ултаны $ABCD$ болған, ал бийиклиги сүўрет тегислигине перпендикуляр бир бирликке ийе туўры мүйешли параллелопипедтеги суйықлықты қараймыз. dt ўақыты өткеннен кейин параллелопипедтеги суйықлық $A'B'C'D'$ көлемине аўысып өтеди. Оның қозғалыс муғдары $d\mathbf{I}$ дың өсимин есаплаймыз. Стационар ағыста бул өсим dt ўақыты ишинде орын аўыстырыў процессинде суйықлықтың ийе болған қозғалыс муғдары менен орын алмастырмастан бурынғы қозғалыс моментлериниң айырмасына тең. Сүўреттиң Y көшери бағытында толық дәўирли болатуғынлыгын еске алып $AA'M$ ҳәм $BB'N$ көлемлериндеги қозғалыс муғдарларының бирдей екенлигин аңғарамыз. MDD' ҳәм NCC' көлемлериндеги қозғалыс муғдарлары өз-ара тең. Егер $CC'D'D$ көлеминдеги қозғалыс муғдарынан $AA'B'B$ көлеминдеги қозғалыс муғдарын алып тасласақ изленип атырған $d\mathbf{I}$ өсимин табамыз. Усы көлемлердиң ҳәр бири $l v_\infty dt$ шамасына тең (l арқалы $AB = CD$ тәрепиниң узынлығы белгиленген). Бул көлемлердеги горизонт бағытындағы v_∞ тезликлер барлық көлемлерде бирдей, ал вертикал бағыттағы v' тезлиги белгиси бойынша айрылады. Сонлықтан қозғалыс муғдарының тек вертикал бағыттағы қураўшысы ғана өсим алады. Бул осим мынаған тең:

$$dI_y = -2l\, v_\infty\, r\, v' dt .$$

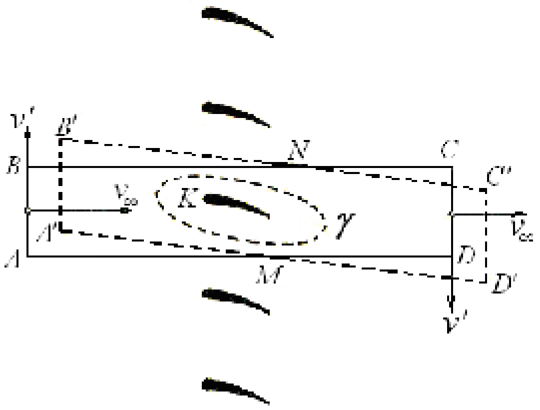
Бирақ $2l\, v' = \Gamma$ шамасы v' тезлигиниң $ABCD$ контурындағы циркуляциясы болып табылады. Ал AD ҳәм BC тәреплери циркуляцияға ҳеш қандай үлес қоспайды. Бул тәреплердеги v' тезлигиниң мәниси бирдей ҳәм $ABCD$ контуры бойынша олар қарама-карсы бағытларға ийе. Усының менен бирге Γ болса толық тезлик $v = v_\infty + v'$ ның $ABCD$ контурының циркуляциясының мәниси болып табылады. Себеби турақлы ағза v_∞ циркуляцияға ҳеш қандай үлес қоса алмайды. Солай етип

$$dI_y = -\Gamma r\, v_\infty\, dt .$$

Суйықлықтың қозғалыс муғдарының өсими оған тәсир етиўши сыртқы күшлердиң импульсына тең. Биз қарап атырған суйықлық массасына $ABCD$ бети бойынша тәсир етиўши басым күшлерин итибарға алмаймыз. Себеби олардың қосындысы нолге тең. Сонлықтан қанат тәрепинен суйықлыққа тәсирететуғын тек бир күш қалады. Бул күштиң шамасы белгиси бойынша көтериў күши F_y ке қарама-қарсы. Күш импульси ҳаққындағы теореманы қолланып биз

$$F_y = \Gamma\, r\, v_\infty \qquad (27\text{-}58)$$

формуласын аламыз ҳәм бул формуланың Жуковский Кутта формуласы деп аталатуғынлығын атап өтемиз Бул формуланы келтирип шығарыў избе-излигинен Γ шамасының $ABCD$ контуры бойынша циркуляцияны түсиниўимиздиң кереклиги келип шығады. Бирақ потенциал ағыс ушын циркуляция контуры g ны ықтыярлы түрде жүргизиўимиз мүмкин. Тек ғана ол K еонтурын өз ишине алып, басқа контурларды өз ишине алмаўы әҳмийетли.



27-23 сүўрет.

Координата басына орналастырылған K қанаты.

Гидродинамикалық уқсаслық нызамлары. Қандай да бир денени ямаса денелер системасы орап өтетуғын суйықлық ағысын қараймыз. Усының менен бирге соған сәйкес суйықлық тәрепинен орап өтилетуғын шексиз көп санлы денелерди, ямаса бир бирине салыстырғанда тап сондай болып орналаскан денелерди де қараў мүмкин. Усындай еки ағыстың та ***механикалық жақтан уқсас болыўы*** ушын ағыс параметрлери ҳәм суйықлықты тәриплейтуғын турақлылар (ρ, η ҳәм басқалар) қандай шәртлерди қанаатландырыўы керек деген сораў бериледи. Егер уқсаслық бар болатуғын болса, биринши система ушын ағысты биле отырып геометриялық жақтан уқсас болған басқа системадағы ағыстың қандай болатуғынлығын болжап бериў мүмкин. Бул кемелерди ҳәм самолетлардың конструкцияларын анықлаў процессинде үлкен әҳмийетке ийе. Ҳақыйқатында да биз көрип жүрген кораблler менен самолетларды соққанда дәслеп геометриялық жақтан уқсас, бирақ киширейтилген моделлери сынақлардан өткериледи. Кейин қайта есаплаўлар жәрдеминде реал системалардың қәсийетлери анықланады. Бундай мәселени шешиўдиң аңсат усылын ***өлшемлер теориясы*** береди.

Мәселени улыўма түрде шешейик. Мейли $\mathbf{r}$ ҳәм $\mathbf{v}$ бир бирине уқсас ноқатлардағы радиус-вектор ҳәм суйықлықтың тезлиги болсын, l арқалы ***тән өлшем*** ҳәм v_0 арқалы ***ағыстың тән тезлиги*** белгиленген болсын (усындай тезлик пенен суйықлық «шексизликтен» қарап атырылған системаға келеди деп есапланады). Бул суйықлықтың қәсийети тығызлық ρ, жабысқақлық η ҳәм қысылғышлық пенен тәрийипленсин. Қысылғышлықтың орнына сестиң қарап атырылған суйықлықтағы тезлигин алыў мүмкин. Егер салмақ күши әҳмийетке ийе болса еркин түсиўдеги тезлениў g алынады. Егер суйықлықтың ағысы стационар болмаса, онда ағыс сезилерликтей өзгеретуғын ***тән ўақыт*** τ алыныўы керек. Сонлықтан

$$\mathbf{v}, v_0, \mathbf{r}, l, \rho, \eta, c, g, \tau$$

шамалары арасында қозғалыс теңлемелери бар болғанлықтан, олар арасында функционаллық байланыстың орын алыўы керек. Олардан алты дана өлшемсиз комбинациялар дүзе аламыз. Усыған $\dfrac{\mathbf{v}}{v_0}$, $\dfrac{\mathbf{r}}{l}$ еки қатнасы ҳәм өлшем бирлиги жоқ төрт дана сан киреди:

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho l v_0}{\eta} = \frac{l v_0}{\nu}, \qquad \text{27-59a}$$

$$\mathrm{F} = \frac{v_0^2}{g l}. \qquad \text{27-59b}$$

$$M = \frac{v_0}{c}, \qquad \text{27-59c}$$

$$S = \frac{v_0 \tau}{l}. \qquad \text{27-59d}$$

Өлшемлик қағыйдасы бойынша усы өлшем бирлиги жоқ комбинациялардың бири қалғанларының функциясы болыўы керек. Мысалы:

$$\frac{\mathbf{v}}{v_0} = f\left(\frac{r}{l}, \mathrm{Re}, \mathrm{F}, \mathrm{M}, \mathrm{S}\right) \qquad (27\text{-}60)$$

ямаса

$$\mathbf{v} = v_0\, f\left(\frac{r}{l}, \mathrm{Re}, \mathrm{F}, \mathrm{M}, \mathrm{S}\right). \qquad (27.61)$$

Еки ағыс ушын жоқарыда келтирилген алты өлшем бирлиги жоқ комбинациялардың бесеўи еки ағыс ушын бирдей болса, онда алтыншы комбинация да қалғанлары менен бирдей болып шығады. Бул ***ағыслардың уқсаслығының улыўмалық нызамы***. Ал ағыслардың өзлери болса ***механикалық жақтан*** ямаса ***гидродинамикалық уқсас*** деп аталады.

(27-59a) ***Рейнольдас*** (1842-1912) ***саны***, (27-59b) ***Фруд саны***, (27-59c) ***Мах саны***, (27-59d) ***Струхал саны*** деп аталады. Мах пенен Струхал санлары физикалық жақтан түсиндириўди талап етпейди. Ал Рейнольдас ҳәм Фруд санларының физикалық мәнислерин түсиндириў керек. Еки санның да өлшем бирлиги жоқ екенлигине итибар бериўимиз керек. Рейнольдас саны кинетикалық энергияның жабысқақлықтың бар болыўы салдарынан тән узынлықта жоғалған кинетикалық энергиясына пропорционал шама болып табылады. Ҳақыйқатында да суйықлықтың кинетикалық энергиясы $E_{kin} \sim \frac{1}{2}\rho v_0^2 l^3$. Жабысқақ кернеў $\frac{\eta v_0}{l}$ диң мәнисин тен майдан l^2 қа көбейтиў арқалы жабысқақлық күшин табамыз. Бул күш $\eta v_0 l$ шамасына тең болып шығады. Бул күшти тән узынлыққа көбейтсек жабысқақлық күши жумысын табамыз: $A \sim \eta v_0 l^2$. Кинетикалық энергияның жумысқа қатнасы

$$\frac{E_{kin}}{A} \sim \frac{\rho l v_0}{\eta}$$

инерция менен жабысқақлықтың салыстырмалы орнын анықлайды екен. Бул Рейнольдс саны болып табылады. ***Рейнольдс санының үлкен мәнислеринде инерция, ал киши мәнислеринде жабысқақлық тийкарғы орынды ийелейди.***

Сол сыяқлы мәниске Фруд саны да ийе. ***Ол кинетикалық энергияның суйықлық тән узынлықты өткендеги салмақ күшиниң жумысына қатнасына пропорционал*** шама болып табылады. Фруд саны қаншама үлкен болса салмақтың қасында инерцияның тутқан орны соншама үлкен екенлигин көремиз.

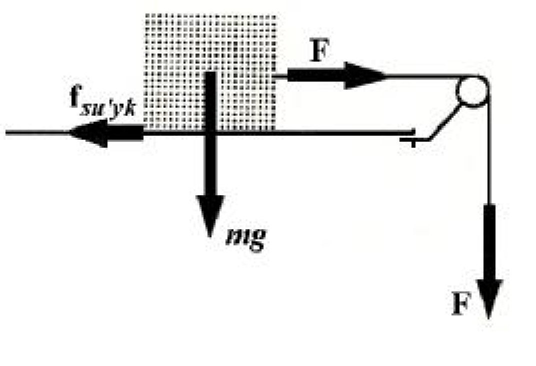
28-§. Сүйкелис күшлери

Қурғақ сүйелис. Суйық сүйкелис. Сүйкелис күшлериниң жумысы.
Суйық сүйкелис бар жағдайдағы қозғалыс. Стокс формуласы.
Шекли тезликке жақынласыў.

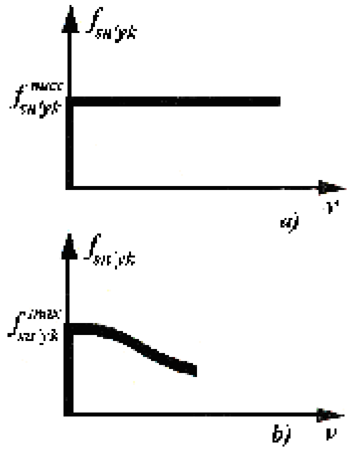
Қурғақ сүйкелис. Егер еки дене өз бетлери менен базы бир басым астында тийисип туратуғын болса, онда усы тийисетуғын бетке урынба бағытында киши күш түскени менен бул денелер бир бирине салыстырғанда қозғалысқа келмейди (28-1 сүўрет). Жылжыўдың басланыўы ушын күштиң мәниси белгили бир минимал шамадан асыўы керек. ***Денелер бир бири менен белгили басым менен тийисип туратуғын болса, онда оларды бир бирине салыстырғанда жылжытыў ушын усы жылжыўға қарсы қартылған күштен үлкен күш түсириў керек. Бул күшлер тынышлықтағы сүйкелик күшлери деп аталады***. Жылжыўдың басланыўы ушын сыртқы тангенсиал бағытланған күштиң мәниси белгили шамадан артыўы керек. Солай етип танашлықтағы сүйкелис күши f^{max}_{tnsdh} нолден баслап базы бир максимум шамасы f^{max}_{tnsdh} мәнисине шекем өзгереди. Бул күш сырттан түсирилген күштиң мәнисине тең. Бағыты бойынша қарама-қалсы болып, сыртқы күшти теңлестиреди. Сүйкелис күши басымға, денениң материалына, бир бирине тийисип турған бетлердиң тегислигине байланыслы.

Сыртқы тангенсиал күш f^{max}_{tnsdh} тен үлкен мәниске ийе болса тийип турған бетлер бойынша жылжыў басланады. ***Бул жағдайда сүйкелис күши тезликке қарсы бағытланған***. Күштиң сан шамасы тегисленген бетлер жағдайында киши тезликлерде тезликке байланыслы болмайды ҳәм f^{max}_{tnsdh} шамасына тең. Сүйкелис күшиниң тезликке ғәрезлилиги 28-2 а сүўретте көрсетилген. v ≠ 0 болған барлық тезликлерде сүйкелис күши анық мәниске ҳәм бағытқа ийе. v = 0 де оның шамасы бир мәнисли анықланбайды ҳәм сырттан түсирилген күшке байланыслы болады.

Бирақ сүйкелис күшлериниң тезликтен ғәрезсизлиги үлкен емес тезликлерде бақланады. 28-2 b сүўретте көрсетилгендей тезлик белгили бир шамаға шекем өскенде сүйкелис күшлери тынышлықтағы сүйкелис күшиниң шамасына салыстырғанда кемейеди, ал кейин артады.



28-1 сүўрет. Қурғақ сүйкелис.



28-2 сүўрет. Қурғақ сүйкелис күшиниң тезликке байланыслылығы. Ордината көшерлерине тезликке қарсы бағытланған күш қойылған.

***Қарап атырған сүйкелис күшлериниң өзине тән айырмашылығы сол күшлердиң бир бирине тийисип турған бетлердиң бир бирине салыстырғандағы тезлиги нолге тең болғанда да жоғалмайтуғынлығы болып табылады*. Усындай сүйкелис қурғақ сүйкелис деп аталады**. Жоқарыдағы 28-1 сүўретте жағдайдағы сүйкелис күши

$$f_{su'yk} = k'mg$$

формуласы менен бериледи (яғный ***сүйкелис күшиниң шамасы денениң салмағына туўры пропорционал***). Бул аңлатпада k' арқалы сүйкелис коэффициенти деп аталатуғын коэффициент белгиленген. Бул коэффициент $\frac{f_{su'yk}}{mg}$ ның мәниси әдетте экспериментте анықланады.

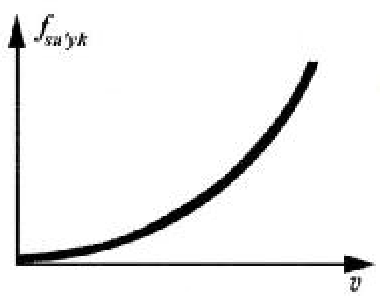
Қурғақ сүйкелистиң болыўы бир бирине тийисип турған бетлердеги атомлар менен молекулалардың өз-ара тәсирлесиў менен байланыслы. Ал атомлар менен молекулалар бир бири менен тәбияты электромагнит күшлер менен тәсирлеседи. Сонлықтан қурғақ сүйкелис электромагнит тәсирлесиўдиң нәтийжесинде пайда болады деп жуўмақ шығарамыз.

Суйық сүйкелис. Егер бири бирине тийип турған бетлерди майласақ, онда жылжыў дерлик нолге тең күшлердиң тәсиринде-ақ әмелге аса баслайды. Бул жағдайда, мысалы металдың қатты бетлери бир бири менен тәсирлеспей, бетлерге майлағында жағылған май пленкасы тәсирлеседи. ***Тынышлықтағы сүйкелис күши болмайтуғын бундай сүйкелис суйық сүйкелис күши деп аталады***. Газде ямаса суйықлықта метал шарик жүдә киши күшлердиң тәсиринде қозғала алады.

Суйық сүйкелис күшиниң тезликке ғәрезлилиги 28-3 сүўретте көрсетилген. Күштиң киши мәнислеринде сүйкелис күшиниң мәниси тезликке туўры пропорционал, яғный

$$f_{su'yk} = -kv.$$

Бул формулада k арқалы пропорционаллық коэффициенти белгиленген. Оның мәниси суйықлық ямаса газдиң қәсийетлерине, денениң геометриялық тәриплемелерине, денениң бетиниң қәсийетлерине байланыслы. v арқалы денениң тезлиги белгиленген.



28-3 сүўрет.

$f_{su'yk}$ суйық сүйкелис күшиниң v тезликке байланыслылығы. Ордината көшерине тезликке қарама-қарсы бағытланған күшлер қойылған.

Қатты денелер газде ямаса суйықлықта қозғалғанда сүйкелис күшлеринен басқа денелердиң тезлигине қарама-қарсы бағытланған ***қарсылық күшлери*** де орын алады. Бул күшлер тутас денелер механикасында үйрениледи.

Сүйкелис күшлериниң жумысы. Тынышлықтағы сүйкелис күшлериниң жумысы нолге тең. Қатты бетлердиң сырғанаўында сүйкелис күшлери орын алмастырыўға қарсы бағытланған. Оның жумысы терис белгиге ийе. Бул жағдайда кинетикалық энергия бир бири менен сүйкелисетуғын бетлердиң ишки энергиясына айланады - ондай бетлер қызады. Суйық сүйкелисте де кинетикалық энергия жаллылық энергиясына айланады. Сонлықтан ***сүйкелис бар болгандағы қозғалысларда энергияның сақланыў нызамы кинетикалық ҳәм потенциал энергиялардың қосындысының турақлы болып қалатуғынлығынан турмайды***. Сүйкелис барда усы еки энергияның қосындысы кемейеди. Энергияның ишки энергияға айланыўы әмелге асады.

Суйық сүйкелис бар жағдайдағы қозғалыс. Қурғақ сүйкелисте тезлениў менен қозғалыс сүйкелис күшинниң максимал мәнисинен артық болғанда әмелге асады. Бундай жағдайларда турақлы сыртқы күштиң тәсиринде дене тәрепинен алынатуғын тезлик шекленбеген. ***Суйық сүйкелис болганда жагдай басқаша***. Бундай жағдайда турақлы күш пенен дене тек ғана ***шеклик деп аталатуғын тезликке*** шекем тезлетеди. Усындай тезликке жеткенде $f_{su'yk} = k\,v$ сүйкелис күши сырттан түсирилген күшти теңлестиреди ҳәм дене тең өлшеўли қозғала баслайды. Сонлықтан шеклик тезлик ушын $v_{shek} = \frac{f_{su'yk}}{k}$ формуласын қолланыў мүмкин.

Стокс формуласы. Суйық сүйкелис күшин есаплаў қурамалы мәселе болып табылады. Сүйкелис күши суйықлықта қозғалыўшы денениң формасына ҳәм ***суйықлықтың жабысқақлыгына*** байланыслы. Үлкен емес шар тәризли денелер ушын бул күш ***Стокс формуласы*** жәрдеминде анықланыўы мүмкин:

$$f_{su'yk} = 6\pi\mu r_0 v \tag{28.1}$$

Бул аңлатпада r_0 арқалы шардың радиусы, μ арқалы жабысқақлык коэффициенти (ямаса динамикалық жабысқақлық) белигленген. Ҳәр бир суйықлық ушын жабысқақлық коэффициентиниң мәниси физикалық кестелерден алынады.

Стокс формуласы көп жағдайлар ушын қолланылады. Мысалы, егер күш берилген, ал шекли тезлик тәжирийбеде анықланған болса, онда шардың радиусын анықлаў мүмкин. Егер шардың радиусы белгили болса, шекли тезликли анықлап күшти табады.

Шекли тезликке жақынлаў. Бир өлшемли кеңисликте сүйкелис күшлери бар жағдайларда денениң қозғалысы

$$m\frac{dv}{dt} = f_0 - kv \tag{28.2}$$

теңлемеси менен тәрипленеди. f_0 күшин турақлы деп есаплаймыз. Мейли $t = 0$ ўақыт моментинде тезлик $v = 0$ болсын. Теңлемениң шешимин интеграллаў арқалы табамыз:

$$\int_0^v \frac{dv}{1-(k/f)v} = \frac{f_0}{m}\int_0^t dt\,, \tag{28.3}$$

буннан

$$\frac{f_0}{k}\,ln\left(1-\frac{k}{f_0}v\right) = \frac{f_0}{m}t\,.$$

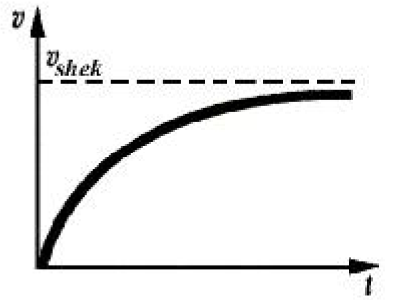
Бул аңлатпаны потенциаллағаннан (логарифмди жоғалтқаннан) кейин

$$v(t)=\frac{f_0}{k}\left(1-e^{-\frac{k}{m}t}\right) \qquad (28.4)$$

формуласын аламыз. Бул байланыс графиги 28-4 сүўретте көрсетилген. $v(t)$ тезлиги 0 ден $v_{shek}=f_0/k$ шамасына шекем экспоненциал нызам бойынша өседи. Экспонента өзиниң көрсеткишине күшли ғәрезлиликке ийе. Көрсеткиштиң шамасы -1 ге жеткенде нолге умтылыў орын алады. Сонлықтан көрсеткиш -1 ге тең боламан дегенше өткен τ ўақыты ишинде тезлик белгили бир шекли мәнисине ийе болады деп есаплаўға болады. Бул шаманың мәнисин $\frac{k\tau}{m}=1$ шәртинен анықланыў мүмкин. Буннан $\tau=\frac{m}{k}$. Шар тәризли денелер ушын Стокс формуласы бойынша $k=6\pi\mu r_0$. Шардың көлеми $\frac{4}{3}\pi r_0^3$ болғанлықтан шекли тезликке шекем жетиў ўақыты мынаған тең болады:

$$\tau=\frac{m}{6\pi\mu r_0}=\frac{2}{9}\rho_0\frac{r_0^2}{\mu}. \qquad (28.5)$$

Бул аңлатпада ρ_0 арқалы денениң тығызлығы белгиленген. Глицерин ушын $\mu\approx 14\frac{g}{cm\cdot s}$. Сонлықтан тығызлығы ρ_0 ≈ 8 г/см^3, радиусы $r_0\approx 1$ см болған полат шар $\tau\approx 0{,}13$ с ишинде шекли тезлигине жетеди. Егер $r_0\approx 1$ мм болғанда ўақыт шама менен 100 есе киширейеди.



28-4 сүўрет.

Суйық сүйкелис орын алған жағдайдағы тезликтиң шекли мәнисине жақынласыўы.

Денелердиң ҳаўада қулап түсиўи. Денелер ҳаўада әдеўир үлкен болған тезликлерде қулап түскенде жабысқақлық сүйкелис күшлери менен бир қатар аэродинамикалық себеплерге байланыслы келип шығатуғын күшлер де орын алады. Бундай күшлердиң тәбияты тутас денелер механикасында толығырақ үйрениледи. Биз бул жерде ҳаўаның денелердиң қозғалысына қарсылық жасаў күшиниң тезликке пропорционал екенлигин аңғарамыз. Денелер ҳаўада еркин түсиў барысында салмақ күшиниң шамасы менен ҳаўаның қарсылық күшиниң шамасы өз-ара теңлескенде тезликтиң шеклик мәниси орнайды. Мысал ретинде аэростаттан секирген парашютшының парашют ашыламан дегенше еркин түсиўин қарайық (биз ҳәзир тыныш турған аэростаттан секирген адам ҳаққында гәп қылып атырмыз, егер адам ушып баратырған самолеттан секиргенде басқа жағдайлар орын алған болар еди). Тәжирийбелер ҳаўада қулап түсип баратырған адам ушын тезликтиң шеклик мәнисиниң шама менен 50 м/с екенлигин көрсетеди. Тезликтиң шеклик мәниси болған $v_{shek}\approx 50$ м/с шамасын қабыл етемиз (әлбетте бул мәнис парашютшының массасына, адамның өлшемлерине де, адам денесиниң қулап түсиў бағытына салыстырғандағы жайласыўына да, атмосфералық шараятларға, басқа да себеплерге байланыслы екенлигин аңсат аңғарамыз). X көшерин жоқары вертикал бағытына қарай бағытлаймыз, ал координата басы болған $x = 0$ ноқатын Жер бетиниң қәддинде аламыз. Биз қарап атырған жағдайларда (биз қарап атырған тезликлердиң мәнислеринде) ҳаўаның қарсылығы тезликке пропорционал болғанлықтан қозғалыс теңлемесин былайынша жаза аламыз:

$$m\dot{v} = m\ddot{x} = -mg + \kappa v^2 . \tag{28.6}$$

Бул аңлатпада κ арқалы сүйкелис коэффициенти аңлатылған (әлбетте $\kappa > 0$). Тезликтиң шеклик мәниси v_{shek} шамасы белгили деп есаплап, усы мәнис арқалы сүйкелик коэффициенти κ ны аңлатамыз. Шекли тезлик пенен жүриўши тең өлшеўли қозғалыс ушын мынаған ийе боламыз:

$$m\ddot{x} = 0 = -mg + \kappa v_{shek}^2 .$$

Буннан $\kappa = \dfrac{mg}{v_{shek}^2}$ шамасын аламыз. Бул аңлатпаны есапқа алып (28.6) ны былайынша қайтадан жазамыз:

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{g}{v_{shek}^2}\left(v_{shek}^2 - v^2\right).$$

Алынған аңлатпаны интеграллап

$$\int_0^v \frac{dv}{v_{shek}^2 - v^2} = -\frac{g}{v_{shek}^2}\int_0^t dt$$

ҳәм

$$\frac{1}{2v_{shek}} \ln \frac{v_{shek}^2 + v^2}{v_{shek}^2 - v^2} = -\frac{g}{v_{shek}^2} t$$

аңлатпаларын аламыз. Егер усы аңлатпаларды потенциалласақ тезлик ушын

$$v = -v_{shek} \frac{1 - \exp\left(-2gt / v_{shek}\right)}{1 + \exp\left(-2gt / v_{shek}\right)} \tag{28.7}$$

аңлатпасына ийе боламыз. Қулап түсиўдиң дәслепки дәўири ушын (бул дәўирде $2gt / v_{shek} << 1$) экспонентаны қатарға жайыў ҳәм қатардың t бойынша сызықлы ағзасы менен шеклениў мүмкин. Бундай жағдайда

$$\exp\left(-2gt / v_{shek}\right) \approx 1 - 2gt / v_{shek} \tag{28.8}$$

Демек (28.7) формуладан

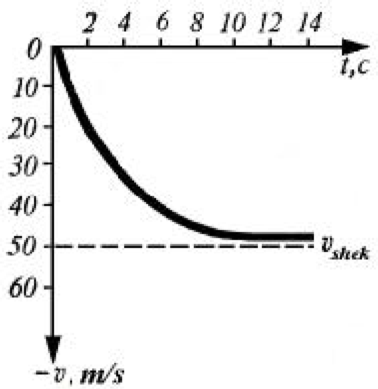
$$v=-gt$$

байланысын аламыз ҳәм қулаўдың дәслепки дәўирлеринде әдеттеги еркин түсиўдиң орын алатуғынлығын көремиз. Демек бундай жағдайда ҳаўаның қарсылығы ҳеш қандай әҳмийетке ийе болмайды екен.

Тезликтиң артыўы менен ҳаўаның қарсылық күшиниң мәниси өседи ҳәм тезликтиң шеклек мәнислерине жақын тезликлерде бул күш анықлаўшы күшке айланады. Бундай жағдайларда $2gt/v_{shek} >> 1$ ҳәм сонлықтан (28.7)-формуланың бөлиминдеги экспонентаны есапқа алмаўға болады. Сонлықтан (28.7)-формула мына түске енеди:

$$\frac{v_{shek}-v}{v_{shek}}=exp\left(-\frac{2gt}{v_{shek}}\right). \tag{28.9}$$

Солай етип $t=10$ секундта тезлик тезликтиң шеклик мәнисинен шама менен $e^{-4}\approx 1/50$ шамасына, яғный 1 м/с қа парық қылады екен. Сонлықтан парашютшы секирген моменттен 10 секунд өткеннен кейин шеклик тезликке жетеди деп есаплаўға болады. Парашютшының тезлигиниң ўақыттан ғәрезлилиги 28-5 сүўретте келтирилген.



28-5 сүўрет.

Парашютшының еркин түсиўиндеги тезликтиң ўақыттан ғәрезлилиги.

(28.7)-аңлатпаның еки бөлимин де ўақыт бойынша интеграллап парашютшының қулап түсиўдиң барысында өткен жолын табамыз:

$$\begin{aligned}\int_0^{ì} v\,dt &= -v_{shek}\int_0^t \frac{1-exp\left(-2gt/v_{shek}\right)}{1+exp\left(-2gt/v_{shek}\right)}dt = \\ &= -v_{shek}\int_0^t\left(1-\frac{2\,exp\left(2gt/v_{shek}\right)}{1+exp\left(2gt/v_{shek}\right)}\right)dt\,.\end{aligned} \tag{28.10}$$

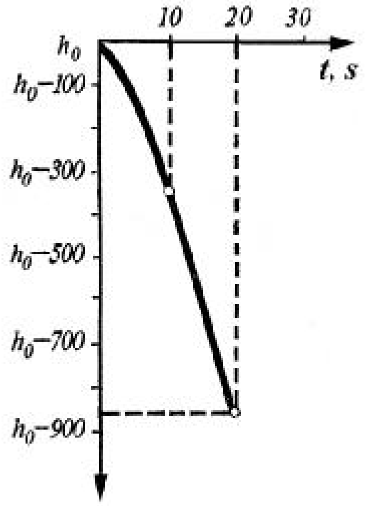
Енди

$$-\frac{2\,exp\left(2gt/v_{shek}\right)}{1+exp\left(2gt/v_{shek}\right)}=\frac{v_{shek}}{2g}\,d\,ln\left[1+exp\left(2gt/v_{shek}\right)\right] \text{ ҳәм } v\,dt=dx$$

екенлигин есапқа алып (28.10) аңлатпасынан

$$h_0-x=v_{shek}\left[t-\frac{v_{shek}}{g}ln\frac{2}{1+exp\left(-2gt/v_{shek}\right)}\right] \tag{28.11}$$

формуласын аламыз. Бул формулада h арқалы парашютшы қулап түсе баслайтуғын бийиклик белгиленген. (28.11) ден 10 с ўақыт ишинде парашютшының шама менен 300 мектр жолды өтетуғынлығына ийе боламыз. Буннан кейин парашют ашыламан дегенше парашютшы тезликтиң шеклик мәнисиндей турақлы тезлик пенен тең өлшеўли қозғалады (28-6 сүўрет).



28-6 сүўрет.

Парашютшының еркин түсиўиндеги өткен жолдың ўақыттан ғәрезлилиги.

Ашық парашют пенен еркин түсиўши парашютшының тезлигиниң шеклик мәниси 10 м/с шамасынан әдеўир киши. Сонлықтан парашют ашылғанда парашютшының тезлиги тезден 50 м/с шамасынан 10 м/с шамасына шекем киширейеди. Бул қубылыс (парашютшының тезлигиниң киширейиўи) үлкен тезлениўдиң пайда болыўы ҳәм усыған сәйкес парашютшыға үлкен күштиң тәсир етиўи менен жүзеге келеди. Бул күшлердиң тәсир етиўин ***динамикалық соққы*** деп атайды.

Әдетте үлкен тезликлер менен ушыўшы самолеттың тезлиги секундына бир неше жүзлеген метрлерге жетеди. Сонлықтан тыныш турғын аэростаттан секирген парашютшы ҳаққында айтылғанлар бул жағдайда бир қанша басқаша болады.

Сораўлар:	Дене қозғалмай турғанда қурғақ сүйкелис күши неге тең ҳәм қалай қарап бағытланған? Денениң тезлиги нолге тең болғанда суйық сүйкелис күши неге тең? Қурғақ сүйкелис күши тезликке қалай байланыслы? Суйық сүйкелис күши тезликке қалай байланыслы? Ҳаўада қулап түскенде адамның шама менен алынған шекли тезлиги неге тең?

29-§. Тербелмели қозғалыс

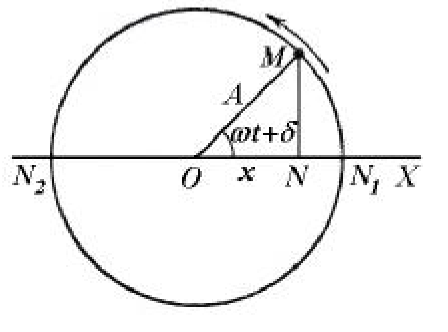
Гармоникалық тербелислер. Гармоникалық тербелислерди комплекс формада көрсетиў. Бирдей жийиликтеги гармоникалық тербелислерди қосыў. Меншикли тербелис. Дәслепки шәртлер. Энергия. Тербелислердиң сөниўи. Мәжбүрий тербелислер. Резонанс. Амплитудалық резонанслық иймеклик. Пружинаға илдирилген жүктиң гармоникалық тербелиси. Физикалық маятник.

Биз әпиўайы ***механикалық тербелислерди*** қараймыз. Таллаўларымызды материаллық ноқаттың ***тербелмели қозғалысынын*** баслаймыз. Бундай қозғалыста материаллық ноқат бирдей ўақыт аралықларында бир аўҳал арқалы бир бағытқа қарай өтеди.

Тербелмели қозғалыслардың ишиндеги ең әҳмийетлиси ***әпиўайы*** ямаса ***гармоникалық тербелмели қозғалыс*** болып табылады. Бундай қозғалыстың характери төмендегидей кинематикалық модель тийкарында айқын көринеди. Радиусы A болған шеңбер бойынша M геометриялық ноқаты ω мүйешлик тезлиги менен тең өлшеўли қозғалатуғын болсын (29-1 сүўрет). Бул ноқаттың диаметрге, мысалы X көшерине түсирилген проекциясы шетки N_1 ҳәм N_2 ноқатлары арасында тербелмели қозғалыс жасайды. N ноқатының бундай тербелиси әпиўайы ямаса гармоникалық тербелис деп аталады. Бундай тербелисти тәриплеў ушын N ноқатының координатасы болған x ты t ўақыттың функциясы сыпатында көрсетиўимиз керек. Мейли ўақыттың басланғыш моментинде ($t = 0$ ўақыт моментинде) OM радиусы ҳәм X көшери арасындағы мүйеш δ болсын. t ўақытты өткенде бул мүйеш ωt өсимин алады ҳәм $\omega t + \delta$ ға тең болады. 29-1 сүўреттен

$$x = A\cos(\omega t + \delta) \tag{29.1}$$

екенлиги көринип тур. Бул формула N ноқатының N_1N_2 диаметри бойындағы гармоникалық тербелисин аналитикалық түрде тәриплейди.



29-1 сүўрет.

Гармоникалық тербелистиң теңлемесин алыў ушын арналған сызылма.

Жоқарыдағы (29.1)-формулада A арқалы тербелиўши ноқаттың тең салмақлық Î ҳалынан ең максимум болған аўытқыўы белгиленген. Бул A шамасы ***тербелис амплитудасы*** деп аталады. ω шамасы тербелистиң ***цикллық жийилиги*** деп аталады. $\omega t + \delta$ болса тербелислер фазасы, ал оның $t = 0$ ўақыт моментиндеги мәниси δ ***басланғыш фаза*** деп аталады. Егер басланғыш фаза $\delta = 0$ болса

$$x = A\cos\omega t\,,$$

ал $\delta = -\pi/2$ мәниси орны алса

$$x = A\,sin\,\omega t\,.$$

Демек гармоникалық тербелислерде x абсциссасы t ўақыттың синусоидаллық ямаса косинусоидаллық функциясы болады. Әдетте гармоникалық тербелмели қозғалысты график түринде сәўлелендириў ушын горизонт бағытындағы көшерге t ўақытты, ал вертикал бағыттағы көшерге ноқаттың аўысыўы x ты қояды. Бундай жағдайда дәўирли функция болған ***синусоида*** алынады. Иймекликтиң формасы амплитуда A ҳәм цикллық жийилик ω ның жәрдеминде толық анықланады. Бирақ оның ийелеп турған орны басланғыш фаза δ шамасына да ғәрезли болады.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \tag{29.2}$$

Ўақыты өткеннен кейин фаза 2π өсимин алады, тербелиўши ноқат өзиниң дәслепки қозғалысы бағытындағы ҳалына қайтып келеди. T ўақыты ***тербелис дәўири*** деп аталады.

Тербелиўши ноқаттың тезлигин анықлаў ушын (29.1) ден ўақыт бойынша туўынды алыў керек. Бул өз гезегинде

$$v = \dot{x} = -\omega A\,sin(\omega t + \delta). \tag{29.3}$$

аңлатпасын береди. Ўақыт бойынша (29.1) ди екинши рет дифференциаллап тезлениў a ушын

$$a = \ddot{x} = -\omega^2 A\,cos(\omega t + \delta) \tag{29.4}$$

аңлатпасына ийе боламыз ямаса (29.1) ди пайдаланып

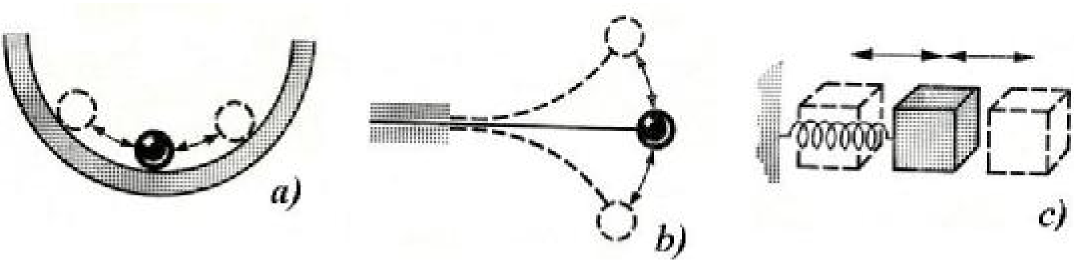
$$a = -\omega^2 x \tag{29.5}$$

формуласын аламыз.

Материаллық ноқатқа тәсир етиўши күш

$$F = m a = -m\omega^2 x \tag{29.6}$$

формуласы менен анықланады. Бул күш аўысыў x тың шамасына пропорционал, бағыты барқулла x тың бағытына қарама-қарсы бағытланған (бул минус белгисиниң бар екенлигинен көринип тур). Күш тең салмақлық ҳалына қарай бағытланған болады. Усындай күшлер материаллық ноқат өзиниң тең салмақлық ҳалынан киши шамаларға аўысқанда пайда болады. 29-2 сүўретте киши аўытқыўлардағы ҳәр қыйлы системалардың тербелислери көрсетилген.



29-2 сүўрет. Киши аўытқыўлардағы ҳәр қыйлы системалардың тербелислери

Пружинаға бекитилген жүктиң гармоникалық тербелислери. Бир ушын бекитилген, екинши ушына массасы m болған жүк илдирилген спираль тәризли пружинаны қараймыз (29-3 сүўрет). Мейли l_0 арқалы деформацияланбаған пружинаның узынлығы белгиленген болсын. Егер пружинаны l узынлығына шекем қыссақ ямаса созсақ, онда пружинаны дәслепки тең салмақлық узынлығына алып келиўге умтылатуғын F күши пайда болады. Үлкен емес $x = l - l_0$ созыўларда ***Гук нызамы*** (1635-1703) орынлы. Бул нызамға сәйкес күштиң шамасы пружинаның узайыўына туўры пропорционал: $F = -kx$. Бул формулада k арқалы пружинаның механикалық қәсийетлерине ғәрезли болған пропорционаллық коэффициенти белгиленген. Бул коэффициент пружинанаң ***серпимлилик коэффициенти*** ямаса ***қаттылығы*** деп аталады. Бундай жағдайларда денениң қозғалыс теңлемеси

$$m\ddot{x} = -kx \tag{29.7}$$

түринде жазылады. Минус белгиси күштиң бағытының аўысыў x тың бағытына қарама-қарсы екенлигин, яғный тең салмақлық халына қарай бағытланғанлығын билдиреди.

(29.7)-теңлемени келтирип шығарғанымызда денеге басқа күшлер тәсир етпейди деп болжадық. Ал енди бир текли салмақ майданында пружинаға илдирилген денениң қозғалысының де сол теңлемеге бағынатуғынлығын көрсетемиз. Бул жағдайда X арқалы ***пужинаның узайыўын***, яғный $X = l - l_0$ шамасын белгилейик. Сонда қозғалыс теңлемеси мына түрге ийе болады:

$$m\ddot{X} = -kX + mg. \tag{29.8}$$

Мейли X_0 арқалы пружинаның тең салмақлық ҳалындағы узайыўы белгиленген болсын. Бундай жағдайда

$$-kX_0 + mg = 0.$$

Бул аңлатпадан mg салмағын жоғалтсақ

$$m\ddot{X} = -k(X - X_0)$$

теңлемесин аламыз. Егер $X - X_0 = x$ деп белгилеў қабыл етсек, онда (29.7) теңлемеси қайтадан аламыз. x шамасы бурынғысынша жүктиң тең салмақлық халынан аўысыўын аңғартады. Бирақ тең салмақлық ҳалы болса салмақ күшиниң тәсиринде аўысқан болады. Усының менен бир қатар салмақ күши орны алғанда $-kx$ шамасының мазмуны өзгереди. Енди бул шама пружинаның кериў күши менен жүктиң салмақ күшиниң тең тәсир етиўшисиниң мәнисине тең болады. Бирақ булардың барлығы да тербелиўши процесстиң математикалық тәрепине тәсир жасамайды. Сонлықтан салмақ күши болмаған жағдайлардағыдай талқылаўларды жүргизе бериў мүмкин. Ендигиден былай биз усындай жоллар менен жүремиз.

Қосынды күш $F = -kx$ (29.6) дағы күштиң түриндей түрге ийе болады. Егер $m\omega^2 = k$ белгилеўин қабыл етсек, онда (29.8) теңлемеси

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0 \tag{29.9}$$

теңлемесине өтеди. Бул теңлеме (29.5)-теңлемеге сәйкес келеди. (29.1) түриндеги функция A ҳәм δ турақлыларының қәлеген мәнислериндеги усындай теңлемениң шешими болып табылады. Бул шешимниң ***улыўмалық шешим*** екенлигин, яғный (29.9)-тенлемениң қәлеген шешиминиң (29.1) түринде көрсетилиўиниң мүмкин екенлигин дәлиллейди. Ҳәр қандай шешимлер тек A ҳәм δ турақлыларының мәнислери бойынша бир биринен айрылады. Усы айтылғанлардан пружинаға илдирилген жүктиң цикллық жийилиги

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, \tag{29.10}$$

ал тербелис дәўири

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \tag{29.11}$$

болған гармоникалық тербелис жасайтуғынлығын билдиреди. Тербелис дәўири T ның мәниси A амплитудасынан ғәрезли емес. Бул қәсийет ***тербелислердиң изохронлығы*** деп аталады. Бирақ изохронлық Гук нызамы орынланатуғын жағдайларда ғана орын алады. Пружинаның үлкен созылыўларында Гук нызамы бузылады. Бундай жағдайларда тербелислер де изохронлық болыўдан қалады, яғный тербелис дәўириниң амплитудаға ғәрезлилиги пайда болады.

Тербелистиң амплитудасы A менен басланғыш фазасы δ ның (29.9)-дифференциал теңлемеден анықланыўы мүмкин емес. Бул турақлылар басланғыш шәртлерден анықланады (мысалы даслепки аўысыў x ямаса дәслепки тезлик $\dot{x}$ шамалары бойынша). (29.9)-дифференциал теңлеме қәлеген басланғыш шәртлер ушын орынлы болады. Бул теңлеме биз қарап атырған системаның тербелиўиниң барлық комплексин тәриплейди. Бул комплекстен айкын тербелис A менен δ ны бериў арқалы айырылып алынады.

Денениң потенциал ҳәм кинетикалық энергиялары мына теңлемелер жәрдеминде бериледи:

$$E_{pot} = \frac{1}{2} k x^2, \qquad E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 \tag{29.12}$$

Бул энергиялардың екеўи де ўақыттың өтиўи менен өзгереди. Бирақ олардың қосындысы E ниң шамасы турақлы болып қалыўы керек:

$$E = \frac{1}{2} k x^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}^2 = \text{const}. \tag{29.13}$$

Егер (29.1)-аңлатпадан пайдаланатуғын болсақ, онда (29.12)-формулалардан мыналарға ийе боламыз:

$$E_{pot} = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t + \delta), \qquad E_{kin} = \frac{1}{2}m\,\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \delta)$$

ямаса (29.10) ды итибарға алсақ

$$E_{kin} = \frac{1}{2}k\,A^2 \sin^2(\omega t + \delta)$$

Бул формулаларды мына түрде де жазыў мүмкин:

$$E_{pot} = \frac{1}{4}kA^2\left[1 + \cos 2(\omega t + \delta)\right], \qquad E_{kin} = \frac{1}{4}kA^2\left[1 - \cos 2(\omega t + \delta)\right].$$

Бул теңлемелер ***кинетикалық энергия менен потенциал энергиялардың өз алдына турақлы болып қалмайтуғынлығын, ал улыўмалық орта*** $\frac{1}{4}kA^2$ ***мәнисиниң әтирапында екилетилген цикллық жийилик*** 2ω ***пенен грамоникалық тербелис жасайтуғынлығын көрсетеди***. Кинетикалық энергия максимум арқалы өткенде потенциал энергия нолге айланады. Ал потенциал энергия максимум арқалы өткенде кинетикалық энергия нолге айланады. Бирақ толық энергия $E = E_{pot} + E_{kin}$ турақлы болып қалады ҳәм ол амплитуда A менен мынадай байланысқа ийе:

$$E = \frac{1}{2}kA^2. \tag{29.14}$$

Жоқарыда айтылғанлардың барлығын да бир ***еркинлик дәрежесине ийе*** қәлеген механикалық системаның гармоникалық тербелислерине қолланыўға болады. Бир еркинлик дәрежесине ийе механикалық системаның бир заматлық аўҳалы қандай да бир q шамасы менен анықланады. Бул шаманы ***улыўмаласқан координата*** деп атаймыз. Биз қарап атырған жағдайда улыўмаласқан координатаның орнын бурылыў мүйеши, базы бир сызық бойлап аўысыў ямаса басқа шамалар ийелеўи мүмкин. Улыўмаласқан координатаның ўақыт бойынша алынған туўындысы $\dot{q}$ ***улыўмаласқан тезлик*** деп аталады (8-парагафты қараңыз). Бир еркинлик дәрежесине ийе механикалық системаның тербелислерин үйренгенде баслангыш аңлатпалар ретинде Ньютонның теңлемесин еме, ал ***энергияның теңлемесин*** пайдаланған қолайлы. Әдетте бул теңлеме аңсат түрде дүзиледи. Соның менен бирге энергия теңлемеси ***биринши тәртипли*** дифференциал теңлеме болғанлықтан ***екинши тәртипли*** дифференциал теңлеме болған Ньютон теңлемесинен әдеўир әпиўайы болып табылады.

Мейли механкикалық системаның потенциал ҳәм кинетикалық энергиялары

$$E_{pot} = \frac{\alpha}{2}q^2, \quad E_{kin} = \frac{\beta}{2}\dot{q}^2 \tag{29.15}$$

формулалары менен берилген болсын. Бул аңлатпалардағы α ҳәм β лар арақалы оң мәниске ийе турақлылар белгиленген. Олар системаның параметрлери болып табылады. Бундай жағдайда энергияның сақланыўы нызамы

$$E = \frac{\alpha}{2}q^2 + \frac{\beta}{2}\dot{q}^2 = \text{const} \qquad (29.16)$$

теңлемеси түринде жазылады. Бул теңлеме (29.13) тен тек белгилеўлери бойынша айрылады, ал математикалық жақтан қарағанымызда бундай айырма ҳеш қандай әҳмийетке ийе болмайды. (29.13) пенен (29.16) теңлемелери математикалық жақтан бирдей болғанлықтан олардың улыўмалық шешимлериниң бирдей болатуғынлығы бәршеге түсиникли болады. Сонлықтан ***энергия теңлемеси*** (29.16) ***түрине алып келинетуғын болса, онда***

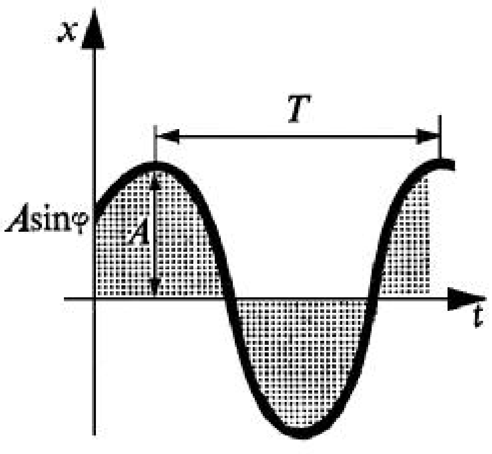
$$q = q_0 \cos(\omega t + \delta)$$

формуласын аламыз ҳәм q ***улыўмаласқан координатасының цикллық жийилиги***

$$\omega = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}$$

болған гармоникалық тербелис жасайтуғынлығын көремиз.

Гармоникалық тербелислерди комплекс формада көрсетиў. Гармоникалық тербелислерди үйренгенде тербелислерди қосыўға, бир неше тербелислерге жиклеўге, басқа да әмеллерди ислеўге туўры келеди. Нәтийжеде (29.13)- ҳәм (29.16)-теңлемелерден әдеўир қурамалы болған теңлемелерди шешиў зәрүрлиги туўылады. Ал егер гармоникалық тербелислерди үйренгенде комплекс санлар теориясынан пайдалансақ ҳәм гармоникалық тербелислерди комплекс формаларда көрсетсек мәселе әдеўир жеңиллеседи.



29-3 сүўрет.

Гармоникалық функцияның графиги.

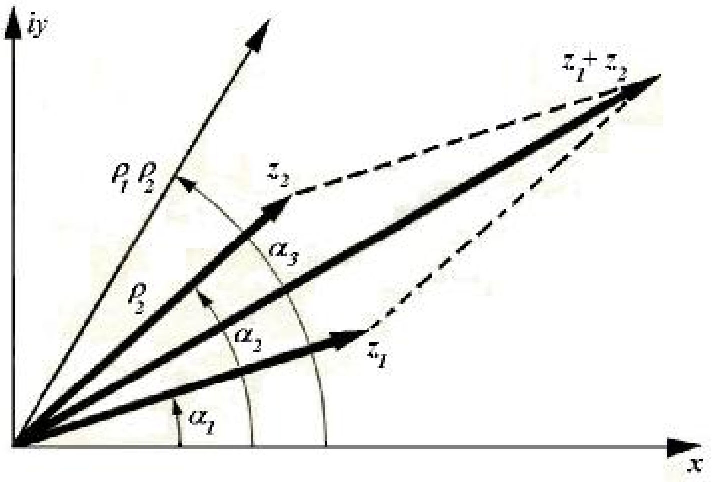
Әдетте Декарт координаталар системасында комплекс санның ҳақыйқый бөлими абсцисса көшерине, ал жормал бөлими ординатаға қойылады. Буннан соң Эйлер формуласынан пайдаланамыз:

$$e^{i\alpha} = \cos\alpha + i\sin\alpha \qquad (i^2 = -1). \qquad (29.17)$$

Бул формула қәлеген $z = x + iy$ комплекс санын экспоненциал түринде (e санының дәрежеси түринде) көрсете алады:

$$z=\rho e^{i\alpha},\quad \rho=\sqrt{x^2+y^2},\quad \mathrm{tg}\,\alpha=\frac{y}{x}. \tag{29.18}$$

Бул формулалардағы ρ шамасы комплекс санның модули, ал α фазасы деп аталады.



29-4 сүўрет.

Комплекс санлар менен олар үстинен исленген әмеллерди графикте көрсетиў.

Ҳәр бир комплекс сан z комплекс тегисликте ушының координаталары (xy) болған вектор түринде көрсетилиўи мүмкин. Комплекс сан параллелограмм қағыйдасы бойынша қосылады. Сонлықтан да комплекс санлар ҳаққында гәп етилгенде векторлар ҳаққында айтылған жағдайлар менен бирдей болады.

Комплекс санларды бир бирине комплекс түрде көбейтиў аңсат болады:

$$z=z_1\times z_2=\rho_1\rho_2 e^{i(\alpha_1+\alpha_2)},\quad z_1=\rho_1 e^{i\alpha_1},\quad z_2=\rho_2 e^{i\alpha_2}. \tag{28.19}$$

Демек комплекс санлар көбейтилгенде модуллери көтейтиледи, ал фазалары қосылады екен.

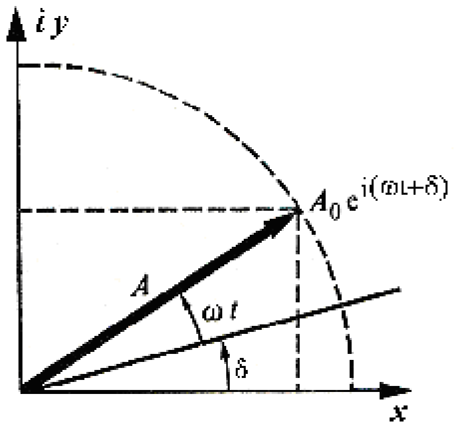
Енди тербелисти жазыўдың $x=A\cos(\omega t+\delta)$ ямаса $x=A\sin(\omega t+\delta)$ түринен енди комплекс түрине өтемиз:

$$\tilde{x}=Ae^{i(\omega t+\delta)} \tag{29.20}$$

$\tilde{x}$ шамасы комплекс сан болып, ол ҳақыйқый физикалық аўысыўға сәйкес келмейди. Аўысыўды $x=A\cos(\omega t+\delta)$ түриндеги ҳақыйқый сан береди. Бирақ усы $\tilde{x}$ шамасының синус арқалы аңлатылған ҳақыйқый бөлими ҳақыйқый гармоникалық тербелис сыпатында қаралыўы мүмкин. Соның менен бирге $A\cos(\omega t+\delta)$ болған $\tilde{x}=Ae^{i(\omega t+\delta)}$ шамасының ҳақыйқый бөлими де ҳақыйқый гармоникалық тербелисти тәриплейди. Снлықтан да гармоникалық тербелисти (29.20) түринде жазып, зәрүр болған барлық есаплаўларды ҳәм талқылаўларды жүргизиў керек. Физикалық шемаларға өткенде алынған аңлатпаның ҳақыйқый ямаса жормал бөлимлерин пайдаланыў керек. Бул жағдай төменде келтирилген мысалларда айқын көринеди.

$\tilde{x}=Ae^{i(\omega t+\delta)}$ комплекс түриндеги гармоникалық тербелис графиги 29-5 сүўретте келтирилген. Бул формулаға кириўши ҳәр қандай шамалар сол сүўретте көрсетилген: A арқалы амплитуда, δ арқалы дәслепки фаза, $\omega t+\delta$ арқалы тербелис фазасы белгиленген.

A комплекс векторы координата басы дөгерегинде саат тилиниң жүриў бағытына қарама-қарсы бағытта $\omega = \frac{2\pi}{T}$ мүйешлик тезлиги менен қозғалады. T арқалы тербелис дәўири белгиленген. Айланыўшы **A** векторының горизонт бағытындағы ҳәм вертикал көшерлерге түсирилген проекциясы бизди қызықтыратуғын тербелислер болып табылады.



29-5 сүўрет.

Гармоникалық тербелислерди комплекс түрде көрсетиў.

Бирдей жийиликтеги гармоникалық тербелислерди қосыў. Мейли ҳәр қыйлы дәслепки фаза ҳәм бирдей емес амплитудалы бирдей жийиликтеги еки гармоникалық тербелис берилген болсын:

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \delta_1), \quad x_2 = A_2 \cos(\omega t + \delta_2) \qquad (29.21)$$

Қосынды тербелис болған $x_1 + x_2$ шамасын табыў керек. (29.21) аңлатпасы түринде берилген гармоникалық тербелислер (29.20) түринде берилген тербелистиң ҳақыйқый бөлимин береди. Соның ушын изленип атырған тербелислердиң қосындысы

$$\tilde{x} = \tilde{x}_1 + \tilde{x}_2 = A_1 e^{i(\omega t+\delta_1)} + A_2 e^{i(\omega t+\delta_2)} \qquad (29.22)$$

комплекс санының ҳақыйқый бөлимин қурайды. Қаўсырмалардағы еки шаманы фекторлық формада қосқан қолайлы. 29-6 сүўреттен

$$A_1 e^{i\delta_1} + A_2 e^{i\delta_2} = A e^{i\delta}, \qquad (29.23)$$

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 = 2A_1 A_2 \cos(\delta_2 - \delta_1), \qquad (29.24)$$

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{A_1 \sin\delta_1 + A_2 \sin\delta_2}{A_1 \cos\delta_1 + A_2 \cos\delta_2} \qquad (29.25)$$

екенлиги көринип тур. Демек (29.22) ниң орнына

$$\tilde{x} = \tilde{x}_1 + \tilde{x}_2 = A e^{i(\omega t+\delta)} \qquad (29.26)$$

формуласын аламыз. Бул аңлатпадағы A менен δ (29.24)- ҳәм (29.25)-формулалар жәрдеминде анықланады. Буннан (29.21)-формулалардағы гармоникалық тербелислердиң қосындысының

$$x = x_1 + x_2 = A\cos(\omega t + \delta)$$

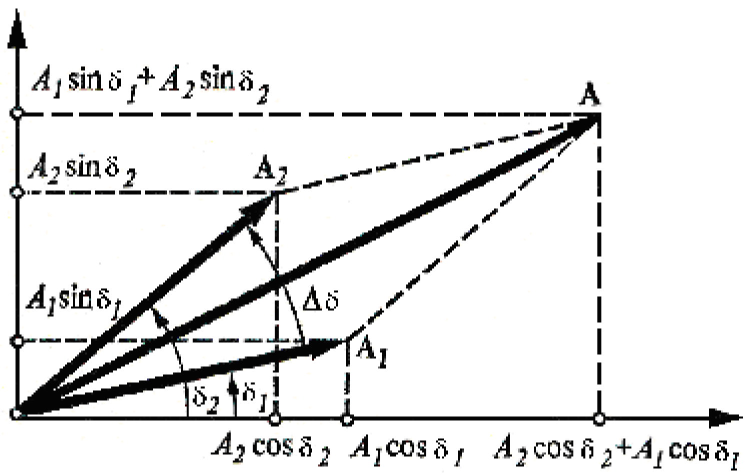
формуласы менен берилетуғынлығы келип шығады.

Гармоникалық тербелислердиң қосындысының қәсийетлерин 29-6 сүўреттен көриўге болады.

Меншикли тербелислер. Меншикли тербелислер деп тек ғана ишки күшлердиң тәсиринде жүзеге кететуғын тербелислерге айтамыз. Жоқарыда гәп етилген гармоникалық тербелислер сызықлы осциллятордың меншикли тербелислери болып табылады. Принципинде меншикли тербелислер гармоникалық емес тербелислер де болыўы мүмкин. Бирақ тең салмақлық ҳалдан жеткиликли дәрежедеги киши аўысыўларда ҳәм көпшилик әмелий жағдайларда тербелислер гармоникалық тербелислерге алып келинеди.

Сызықлы осциллятордың меншикли тербелислери сыртқы күшлер жоқ жағдайларда бақланады. Оның тербелис энергиясы сақланады ҳәм усыған байланыслы амплитуда өзгермейди. Меншикли тербелислер сөнбейтугын тербелислер болып табылады.

Дәслепки шәртлер. Гармоникалық тербелислер жийилиги, амплитудасы ҳәм дәслепки фазасы менен толық тәрипленеди. **Жийилик системаның физикалық қәсийетлерине ғәрезли**. Пружинаның серпимли күшиниң тәсиринде тербелетуғын материаллық ноқат түриндеги гармоникалық осциллятор мысалында пружинаның серпимлилиги серпимлилик коэффициенти k, ал ноқаттың қәсийети оның массасы m менен бериледи, яғный $\omega = k/m$.



29-6 сүўрет.

Комплекс түрде берилген гармоникалық тербелислерди қосыў.

Тербелислердиң амплитудасы менен **дәслепки фазасын анықлаў ушын ўақыттың базы бир моментиндеги материаллық ноқаттың турған орнын** ҳәм **тезлигин билиў керек**. Егер тербелис теңлемеси

$$x = A\cos(\omega t + \delta)$$

түринде аңлатылатуғын болса, онда $t = 0$ моментиндеги координата ҳәм тезлик сәйкес

$$x_0 = A\cos\delta, \quad \dot{x}_0 = v_0 = \left.\frac{dx}{dt}\right|_{t=0} = -A\omega\ \sin\delta$$

шамаларына тең. Бул еки теңлемеден амплитуда менен дәслепки фаза есапланады:

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0}{\omega^2}}, \quad tg\varphi = -\frac{v_0}{x_0\omega}.$$

Демек дәслепки шәртлерди билсек гармоникалық тербелисллерди толығы менен таба алады екенбиз (басқа сөз бенен айтканда тербелис теңлемесин жаза алады екенбиз).

Энергия. Потенциал энергия ҳаққында әдетте тәсир етиўши күшлер потенциаллық болғанда айта аламыз. Бир өлшемли қозғалысларда еки ноқат арасында тек бирден бир жол бар болады. Бундай жағдайда күштиң потенциаллығы автомат түрде тәмийинленеди ҳәм тек ғана координаталарға ғәрезли болса күшти потенциал күш деп есаплаўымыз керек. Бул сөздиң мәнисин есте тутыў керек. Мысалы бир өлшемли жағдайда да сүйкелис күшлери потенциал күшлер болып табылмайды. Себеби бундай күшлер (демек олардың бағыты) тезликке (яғный бағытқа) ғәрезли.

Сызықлы осциллятор жағдайында тең салмақлық ҳалда потенциал энергия нолге тең деп есаплаў қолайлы. Бундай жағдайда $F = -kx$ екенлигин ҳәм күш пенен потенциал энергияны байланыстыратуғын $F_x = -\frac{\partial U}{\partial x}$, $F_y = -\frac{\partial U}{\partial y}$, $F_z = -\frac{\partial U}{\partial z}$ фармулаларын пайдаланып сызықлы гармоникалық осциллятордың потенциал энергиясы ушын төмендегидей аңлатпа аламыз:

$$U(x) = \frac{kx^2}{2} = \frac{m\omega^2 x^2}{2}.$$

Сонлықтан энергияның сақланыў нызамы төмендегидей түрге ийе болады:

$$\frac{m\dot{x}^2}{2} + \frac{m\omega^2 x^2}{2} = \text{const}.$$

Энергияның сақланыў нызамынан еки әҳмийетли жуўмақ шығарыўға болады:

1. **Осциллятордың кинетикалық энергиясының ең үлкен (максималлық) мәниси оның потенциал энергиясының ең үлкен (максималлық) мәнисине тең**.

2. **Осциллятордың орташа кинетикалық энергиясы оның потенциал энергиясының орташа мәнисине тең**.

Тербелислердиң сөниўи. Сүйкелис күшлери қатнасатуғын тербелислер сөниўши болып табылады (29-7 сүўрет).

Қозғалыс теңлемесин былай жазамыз:

$$m\ddot{x} = -kx - b\dot{x}. \tag{29.27}$$

Бул формуладағы b сүйкелис коэффициенти. Бул теңлемени былайынша көширип жазыў қолайлырақ:

$$m\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \tag{29.28}$$

Бул формулалардағы $\gamma = b/2m$, $\omega_0^2 = k/m$.

Жоқарыдағы теңлемениң шешимин

$$x = A_0 e^{i\beta t} \qquad (29.29)$$

түринде излеймиз. Бул аңлатпадан ўақыт бойынша туўындылар аламыз:

$$\frac{d\,e^{i\beta t}}{dt} = -i\beta e^{i\beta t}, \quad \frac{d^2 e^{i\beta t}}{dt} = -\beta^2 e^{i\beta t}. \qquad (29.30)$$

Бул шамаларды (29.28)-теңлемеге қойыў арқалы

$$A_0 e^{i\beta t}\left(-\beta^2 + 2i\gamma\beta + \omega_0^2\right) = 0 \qquad (29.31)$$

аңлатпасын аламыз. $A_0 e^{i\beta t}$ көбейтиўшиси нолге тең емес. Сонлықтан

$$-\beta^2 + 2i\gamma\beta + \omega_0^2 = 0. \qquad (29.32)$$

Бул β ға қарата квадрат теңлеме. Оның шешими

$$\beta = i\gamma \pm \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} = i\gamma \pm \Omega. \qquad (29.33)$$

Өз гезегинде

$$\Omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} \qquad (29.34)$$

β қатнасатуғын аңлатпаға усы мәнислерди қойыў арқалы

$$x = Ae^{-\gamma t} e^{\pm i\Omega t} \qquad (29.35)$$

формуласын аламыз. "±" белгиси екинши тәртипли дифференциал теңлемениң еки шешиминиң бар болатуғынлығына байланыслы.

Үлкен емес сүйкелис коэффициентлеринде

$$\gamma = \frac{b}{2m} < \omega_0 \qquad (29.36)$$

теңсизлиги орынлы болады. Бул жағдайда $\omega_0^2 - \gamma^2 > 0$ ҳәм соған сәйкес Ω ҳақыйқый мәниске ийе болады. Сонлықтан $e^{i\Omega t}$ гармоникалық функция болып табылады. Ҳақыйқый санларда (29.35)-функция

$$x = Ae^{-\gamma t}\cos\Omega t \qquad (29.37)$$

формуласы жәрдеминде бериледи (сол формуланың ҳақыйқый бөлими алынған). Бул жийилиги Ω турақлы болған, ал амплитудасы кемейетуғын тербелистиң математикалық жазылыўы, соның менен бирге бул дәўирлик ҳәм гармоникалық емес тербелис болып табылады. Алынған тербелис амплитудасы $Ae^{-\gamma t}$ ўақытқа байланыслы экспоненциал нызам бойынша өзгереди (29-7 сүўрет).

Кейинги (29.37)-формулағы амплитуданың орнында турған ҳәм ўақытқа байланыслы болған $Ae^{-\gamma t}$ шамасын талқылаймыз. Бул аңлатпадан

$$t = \tau_{so'niw} = \frac{1}{\gamma} \tag{29.38}$$

ўақты ишинде тербелис амплитудасының e = 2.7 есе кемейетуғынлығы көринип тур. Бул $\tau_{so'niw}$ шамасы ***сөниўдиң декременти*** деп аталады.

Мейли биринши тербелисте амплитуда A_1 ге, ал усыннан кейинги тербелисте амплитуда A_2 ге тең болсын. Усы тербелислер арасындағы ўақыт тербелис дәўири T ға тең. Бундай жағдайда

$$A_1 = A_0 e^{-\gamma t}, \quad A_2 = A_0 e^{-\gamma(t+T)} \tag{29.39}$$

Еки амплитуданың бир бирине қатнасы

$$A_1 / A_2 = e^{\gamma T}. \tag{29.40}$$

Сонлықтан бир тербелис дәўири ишиндеги тербелислер амплитудасының өзгериси $\theta = \gamma T$ шамасы менен тәрипленеди екен. Оның мәниси болған

$$\theta = \ln \frac{A_1}{A_2} \tag{29.41}$$

шамасын ***сөниўдиң логарифмлик декременти*** деп атайды.

Енди N дәўир ишиндеги (яғный NT ўақыты ишиндеги) тербелис амплитудаларының өзгерисин қараймыз. (29.39)-формулалардың орнына мына формулаларды жазамыз:

$$A_1 = A_0 e^{-\gamma t_1}, \quad A_2 = A_0 e^{-\gamma(t_1+NT)} \tag{29.42}$$

Сонлықтан N дәўир интервалы менен ажыратылған амплитудалардың қатнасы

$$A_{N+1} / A_1 = e^{\gamma NT} = e^{N\theta}. \tag{29.43}$$

Егер $N\theta = 1$ болса тербелислер амплитудалары e есе кемейеди. Сонлықтан ***сөниўдиң лагорифмлик декременти*** $\theta = 1/N$ ***деп тербелис амплитудасы*** e ***есе кемейетуғын дәўирлер санына кери шаманы айтады екенбиз***. Сөниўдиң лагорифмлик декрементин усындай етип интерпретациялаў сөниўдиң интенсивлилиги ҳаққында көргизбели түрдеги көз-қарасты пайда етеди. Мысалы, егер $\theta = 0{,}01$ болса тербелис шама менен 100 тербелистен кейин сөнеди. 10 тербелистен кейин амплитуда өзиниң дәсилепки мәнисиниң оннан бирине ғана өзгереди. Ал $\theta = 0{,}1$ болса тербелислер 10 тербелистен кейин толығы менен сөнеди.

Мәжбүрий тербелислер. Резонанс. Мейли тербелиўши системаға сүйкелис күшлери менен бир қатар сырттан дәўирли

$$F = F_0 \cos\omega t \tag{29.44}$$

нызамы менен өзгеретуғын күш тәсир етсин. Бундай жағдайда (29.27) қозғалыс теңлемеси

$$m\ddot{x} = -kx - b\dot{x} + F_0 \cos\omega t \tag{29.45}$$

түрине енеди. Бул теңлемениң еки тәрепин де m ге бөлип

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m}\cos\omega t \tag{29.46}$$

теңлемесин аламыз. Бул теңлемелердеги γ ҳәм ω_0 шамалары сөниўши тербелислерди қарағанымыздағы мәнислерине тең [(29.28)-формула].

Әлбетте сыртқы мәжбүрлеўши дәўирли күш тәсир ете баслаған моментте осциллятордың тербелмели қозғалысы сол моменттен бурынғы тербелмели қозғалыс болып табылады. Бирақ ўақыттың өтиўи менен басланғыш шәртлердиң тәсири ҳәлсирей баслайды ҳәм осциллятордың қозғалысы сыртқы мәжбүрлеўши дәўирли күштиң тәсириндеги тербелмели қозғалыў ҳалы орнайды. Тербелислердиң орнаў процессин ***өтиў режими*** деп атайды.

Күш тәсир ете баслағаннан кейин $\tau = 1/\gamma$ ўақты өткеннен кейин тербелис процесси толық қәлпине келеди. Егер система дәслеп тербелисте болмаған жағдайда да ***мәжбүрлеўши күш тәсир ете баслаганнан усындай ўақыт өткеннен кейин мәжбүрий тербелис стационар қәлпине келди*** деп есапланады.

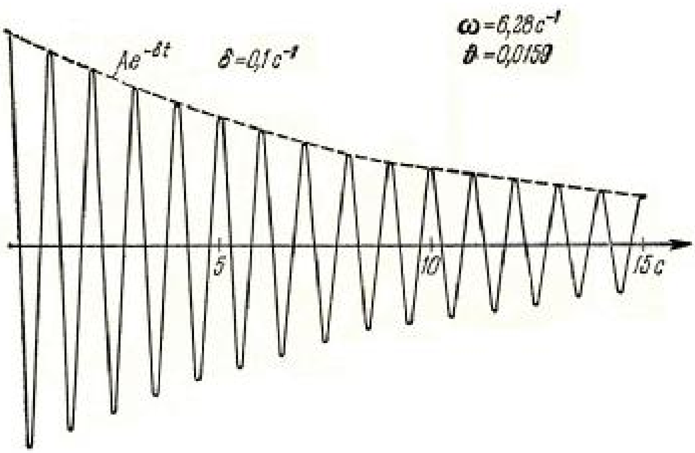
Енди (29.46) теңлемесин былайынша жазамыз:

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m}e^{i\omega t} \tag{29.47}$$

Бул теңлемениң шешимин

$$x = A e^{i\beta t} \tag{29.48}$$

түринде излеймиз. Бул формуладағы A улыўма жағдайда ҳақыйқый шама емес.



29-7 сүўрет.

Сөниўши тербелисти графикалық сәўлелендириў.

Тербелистиң сөниўиниң лагорифмлик декрементиниң кери шамасы амплитуда e есе кемейетуғын тербелис дәўирлери санына тең. Логарифмлик декремент қаншама үлкен болса тербелис соншама тезирек сөнеди.

Бул аңлатпадан ўақыт бойынша биринши ҳәм екинши тәртипли туўындыларды алып ҳәм оларды (29.47) ге қойып

$$A e^{i\beta t}\left(-\beta^2 + 2i\gamma\beta + \omega_0^2\right) = \frac{F_0}{m} e^{i\omega t} \qquad (29.49)$$

теңлигин аламыз. Бул теңликтиң ўақыттың барлық моментлери ушын дурыс болыўы, яғный ўақыт t бул теңлемеден алып тасланыўы керек. Бул шәрттен

$$\beta = \omega$$

екенлиги келип шығады. Нәтийжеде теңликтиң еки тәрепиндеги $e^{i\beta t}$ ҳәм $e^{i\omega t}$ көбейтиўшилери қысқарады. Кейинги (29.49)-теңлемеден A ны табамыз:

$$A = \frac{F_0}{m}\frac{1}{-\omega^2 + 2i\gamma\omega + \omega_0^2}$$

Бул аңлатпаның алымын ҳәм бөлимин $\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\gamma\omega$ көбейтип ҳәм бөлип

$$A = \frac{F_0}{m}\frac{\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\gamma\omega}{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + 4\gamma^2\omega^2}$$

Бул комплекс санды экспоненталар жәрдеминде көрсетиў қолайлы:

$$A = A_0 e^{i\varphi}, \qquad (29.50)$$

$$A_0 = \frac{F_0}{m}\frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2\omega^2}}, \qquad (29.50a)$$

$$\mathrm{tg}\,\varphi = \frac{2\gamma\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} = \frac{2\gamma\omega}{\omega^2 - \omega_0^2}. \qquad (29.50b)$$

Биз қарап атырған теңлемениң шешими боллған (29.48) комплекс түрде төмендегидей болып жазылады:

$$x = A_0 e^{i(\omega t + \delta)}, \qquad (29.51)$$

ал оның ҳақыйқый бөлими

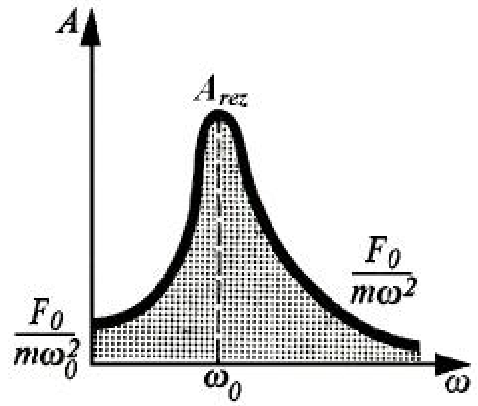
$$x = \cos(\omega t + \delta) \qquad (29.52)$$

түринде алынады. арқалы сыртқы күштиң өзгериў жийилиги, арқалы системаның меншикли жийилиги ω белгиленген. ω_0

Солай етип сыртқы гармоникалық күштиң тәсиринде грмоникалық осциллятор сол күштиң жийилигиндей жийиликтеги гармоникалық тербелис жасайды. Бул тербелислердиң фазасы менен амплитудасы тәсир етиўши күшлердиң қәсийетинен ҳәм осциллятордың характеристикаларынан ғәрезли болады. Мәжбүрий тербелислердиң фазасының ҳәм амплитудасының өзгерислерин қарайық.

Амплитудалық резонанслық иймеклик. Орнаған мәжбүрий тербелислердиң амплитудасының сыртқы күштиң жийилигинен ғәрезлилигин сәўлелендиретуғын иймеклик **амплитудалық резонанслық иймеклик** деп аталады Оның аналитикалық аңлатпасы (29-50а) аңлатпасы болып табылады. Ал оның графикалық сүўрети төмендеги 29-8 сүўретте келтирилген:

Амплитуданың максималлық мәниси сыртқы мәжбүрлеўши тәсирдиң жийилиги осциллятордың меншикли жийилигинде (яғный $\Omega \approx \Omega_0$ шәрти орынланғанда) алынады.



29-8 сүўрет.

Амплитудалық резонанслық иймеклик. Үлкен емес сөниўлерде резонанслық жийилик ω_{rez} тың мәниси меншикли жийилик ω_0 диң мәнисине жақын.

Максимал амплитуда менен болатуғын тербелислер резонанслық тербелислер, ал тербелислердиң Ω » Ω_0 шәрти орынланғанша өзгериўи резонанс, бул жағдайдағы Ω_0 жийилиги резонанслық жийилик деп аталады.

Төмендегидей жағдайларды қарап өткен пайдалы. Сүйкелис күшлериниң тәсири кем деп есаплаймыз (яғный $\gamma << \omega_0$ деп болжаймыз).

I-жағдай. $\omega << \omega_0$ болғанда амплитуда ушын жазылған (29.50а) формуладан

$$A_{0\,stat} \text{ » } \frac{F_0}{m\,\omega_0^2}\,. \tag{29.53}$$

Бул аңлатпаның физикалық мәниси төмендегиден ибарат: Сыртқы күштиң киши жийиликлеринде ол турақлы (өзгермейтуғын) статикалық күштей болып тәсир жасайды. Ал осциллятор болса өзиниң меншикли жийилиги менен тербеле береди. Ал максималлық аўысыў (амплитуда) болса (29.53) ке сәйкес $x_{max} = \frac{F_0}{k} = \frac{F_0}{m\omega_0^2}$ шамасына тең. Бул аңлатпада $k = m\omega_0^2$ арқалы орнына қайтарыўшы күш ушын серпимлилик коэффициенти белгиленген. $\omega << \omega_0$ шәртинен (29.45)-теңлемедеги тезлениўге байланыслы болған $\ddot{x}$ ҳәм тезликке сәйкес келиўши $2\gamma\dot{x}$ ағзалары серпимли болған күш пенен байланыслы болған $\omega_0^2 x$ ағзасынан әдеўир киши екенлиги келип шығады. Сонлықтан қозғалыс теңлемеси мына аңлатпаға алып келинеди:

$$\omega_0^2 x = \frac{F_0}{m}\cos\omega t .$$

Бул теңлемениң шешими төмендегидей түрге ийе болады:

$$x = \frac{F_0}{m\omega_0^2}\cos\omega t .$$

Бул теңлеме күш ўақытқа байланыслы өзгермей өзиниң бирзаматлық мәнисине тең болғандағы жағдайдағы ўақыттың ҳәр бир моментиндеги аўысыўдың мәнисин береди. Сүйкелис күшлери әҳмийетке ийе болмай қалады.

2-жағдай. $\omega >> \omega_0$ болғанда (29-50а) ға сәйкес амплитуда ушын $A \approx \frac{F_0}{m\omega^2}$ аңлатпасын аламыз. Бул аңлатпаның физикалық мәниси төмендегидей: Сыртқы күш үлкен жийиликке ийе болса $\ddot{x}$ шамасына байланыслы болған ағза тезликке ҳәм серпимли күшке байланыслы болған ағзалардан әдеўир үлкен. Себеби

$$|\ddot{x}| \approx |\omega^2 x| >> |\omega_0^2 x|;$$

$$|\ddot{x}| \approx |\omega^2 x| >> |2\gamma\dot{x}| \approx |2\gamma\omega x| .$$

Сонлықтан қозғалыс теңлемеси (29.45)

$$\ddot{x} = \frac{F_0}{m}\cos\omega t$$

түрине ийе болады ҳәм оның шешими төмендегидей көриниске ийе:

$$x = -\frac{F_0}{m\omega^2}\cos\omega t .$$

Бундай жағдайда тербелисте сырттан тәсир ететуғын күшке салыстырғанда серпимлилик күши менен сүйкелис күшлери әҳмийетке ийе болмай қалады. Сыртқы күшлер осцилляторға ҳеш бир сүйкелис ямаса серпимли күшлер болмайтуғындай болып тәсир етеди.

3-жағдай. $\omega \approx \omega_0$. Бул резонанс жүзеге келетуғын жағдай болып табылады. Бундай жағдайда амплитуда максималлық мәнисине жетеди ҳәм (29.50а) ға сәйкес

$$A_{0rez} = \frac{F_0}{m}\frac{1}{2\gamma\omega_0}. \qquad (29.54)$$

Бул нәтийжениң физикалық мәниси төмендегидей:

Тезлениўге байланыслы болған ағза серпимли күшке байланыслы болған ағзаға тең, яғный $\ddot{x} = -\omega^2 x = -\omega_0^2 x$. Бул тезлениўдиң серпимлилик күши тәрепинен әмелге асатуғынлығын билдиреди. Сыртқы күш пенен сүйкелис күши бир бирин компенсациялайды. Қозғалыс теңлемеси (29.45) төмендегидей түрге ийе болады:

$$2\gamma\dot{x} = \frac{F_0}{m}\cos\omega_0 t.$$

Бул теңлемениң шешими былайынша жазылады:

$$x = \frac{F_0}{2\gamma m\omega_0}\sin\omega_0 t.$$

Қатаң түрде айтсақ **амплитуданың максималлық мәниси $\omega = \omega_0$ теңлиги дәл орынланғанда алынбайды**. Дәл мәнис (29.50а) аңлатпасындағы A_0 ден ω бойынша туўынды алып, усы туўындыны нолге теңеў арқалы алынады. Бирақ үлкен болмаған сүйкелислерде ($\gamma << \omega_0$ болғанда) максимумның $\omega = \omega_0$ ден аўысыўын есапқа алмаўға болады.

Резонанс сыртқы күшлерден тербелиўши системаға энергияның ең эффектив түрде берилиўи ушын шараят жаратылған жағдайда жүзеге келеди.

Физикалық маятник. Физикалық маятник деп қозғалмайтуғын горизонтал көшер дөгерегинде тербелетуғын қатты денеге айтамыз (29-9 сүўрет). Маятниктиң масса орайы арқалы өтиўши вертикал тегислик пенен сол көшердиң кесисиў ноқаты маятникти асыў ноқаты (A менен белгилеймиз) деп аталады. Денениң хәр бир ўақыт моментиндеги аўҳалы оның тең салмақлық ҳалдан аўытқыў мүйеши φ менен анықланады. Бул мүйеш улыўмаласқан координата q дың орнын ийелейди. Тербелиўши физикалық маятниктиң кинетикалық энергиясы

$$E_{kin} = \frac{1}{2}I\dot{\varphi}^2 \qquad (29.55)$$

формуласы жәрдеминде анықланады. Бул жерде I арқалы маятниктиң A көшерине салыстырғандағы инерция моменти белгиленген. Потенциал энергия $E_{pot} = mgh$. Бул аңлатпада h арқалы маятниктиң масса орайының (C менен белгилеймиз) өзиниң ең төменги аўҳалынан көтерилиў бийиклиги. C менен A ноқатларының аралығы a ҳәрипи менен белгиленсин. Онда

$$E_{pot} = mga(1-\cos\varphi) = mga\sin^2\frac{\varphi}{2}. \qquad (29.56)$$

Киши мүйешлерде синусты аргументи менен алмастырыў мүмкин. Сонда

$$E_{pot} = mga\,\frac{\varphi^2}{2} \tag{29.57}$$

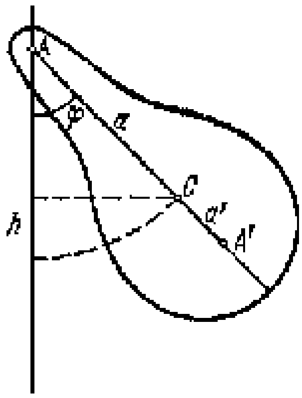
Демек киши тербелислерде потенциал ҳәм кинетикалық энергиялар сәйкес $E_{pot} = \frac{\alpha}{2}q^2$, $E_{kin} = \frac{\beta}{2}\dot{q}^2$ теңлемелерине түрине келеди. Бул жерде $\alpha = mga$, $\beta = I$. Усыннан физикалық маятниктиң киши тербелислерин жуўық түрде гармоникалық тербелис деп қараўға болады деген жуўмақ келип шығады. Жийилиги

$$\Omega = \sqrt{\frac{mga}{I}}, \tag{29.58}$$

тербелис дәўири

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mga}} \tag{29.59}$$

Демек ***физикалық маятниктиң киши амплитудалардағы тербелиси изохронлы***. Үлкен амплитудаларда изохронлық бузылады (аўысыў бир неше градуслардан үлкен болса).



29-9 сүўрет.

Физикалық маятник.

Математикалық маятник физикалық маятниктиң дара жағдайы болып табылады. Математикалық маятник деп массасы бир ноқатқа топланған (маятниктиң орайында) маятникти айтамыз. Математикалық маятниктиң мысалы ретинде узылығы l ге тең жипке асылған киши шарды көрсетиўге болады. Бул жағдайда $a = l$, $I = ml^2$ болғанлықтан

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \tag{29.60}$$

(29.59) ҳәм (29.60) формулаларын салыстырыў арқалы физикалық маятниктиң узынлығы $l = \frac{I}{ma}$ болған математикалық маятниктей болып тербелетуғынлығын көриўге болады. Сонлықтан бул $l = \dfrac{I}{ma}$ узынлығы физикалық маятниктиң келтирилген узынлығы деп аталады.

30-§. Тутас орталықлар тербелислери

Сфералық толқынлар. Тегис синусоидалық сес толқыны.
Сес толқынының энергиясы. Толқынлардың қосылыўы
(интерференциясы). Турғын толқынлар.

Сфералық толқынлар. **С**фера бойынша тарқалатуғын толқынлар сфералық толқынлар деп аталады. Мысалы радио динамигинен шыққан сес толқынлары үлкен қашықлықларда сфералық бет бойынша тарқалады. Барлық ноқатлары (бөлекшелери) бирдей қозғалыс жасайтуғын бир текли орталықтың бети ***толқынлық бет*** деп аталады. Сфералық толқынның орайында толқын дереги туратуғын қәлеген сфералық бети толқынлық бет болып табылады.

Суў бетиндеги тасты таслап жибергенде пайда болатуғын **толқынлар** ***шеңбер тәризли толқынлар*** деп аталады.

Толқынлық қозғалыслардың әпиўайы түри бир бағытта тарқалатуғын толқынлар болып табылады (най ишинде бир тәрепке тарқалатуғын сес толқынлары, стержен бойынша тарқалатуғын серпимли толқынлары). Бундай жағдайда толқынлық бет ***тегис бет*** болып табылады (найға яки стерженге перпендикуляр бет).

Бөлекшелер толқынның таралыў бағытында тербелетуғын толқынлар ***бойлық толқынлар*** деп аталады (мысалы сес толқынлары, сүўретте көрсетилгендей най бойынша тербелиўши поршень тәрепинен қоздырылған толқынлар). Бөлекшелердиң тербелиўи толқынның таралыў бағытына перпендикуляр болатуғын толқынлар көлденең толқынлар деп аталады. Бундай толқынларға суў бетиндеги тегис толқынлар, электромагнит толқынлары киреди. Сондай-ақ көлденең толқынлар тартылып қойылған арқан бойынша да тарқалады.

Толқынлардың суйықлықларда ямаса газлерде (ҳаўада) тарқалғанын қарағанымызда бул орталықлар бөлекшелерден турады деп есаплаймыз (атом ҳәм молекулалар сөзлери бөлекшелер сөзи менен алмастырылады).

Тар бойынша тарқалатуғын толқынлар ең әпиўайы толқынлар қатарына киреди. Усы толқында толығырақ қарайық. «Төменге қарай иймейген» орын тардың бойы бойынша белгили бир с тезлиги менен қозғалады. Қозғалыс барысында бул орын формасын өзгертпейди. Тезликтиң бул шамасы тардың материалына ҳәм тардың керилиў күшине байланыслы болады. ñ шамасын ***толқынның тарқалыў тезлиги*** деп атаймыз.

Тегис синусоидалық сес толқыны. 30-1 сүўреттеги поршень сес жийиликлеринде (16 дан 10000 гц шекем) ҳәм киши амплитудалар менен қозғалатуғын болса онда найда тарқалатуғын толқын тегис толқын болып табылады. Поршень Ω жийилигиндеги гармоникалық тербелис жасаса пайда болған толқын синусоидаллық тегис толқын болады.

Мейли поршень $y_0(t) = A\cos\omega t$ гармоникалық тербелис жасасын. Поршенге тийип турған газ молекулалары да усындай тербелис жасай баслайды. Поршеннен x қашықлығында турған бөлекшелер $\tau = \frac{x}{c}$ ўақты өткеннен кейин кешигип тербеле баслайды. Сонлықтан бул бөлекшелердиң тербелисин былай жазыўға болады:

$$y(x,t) = A\cos\omega(t-\tau) = A\cos(\omega t - \omega\frac{x}{c}) \tag{30.1}$$

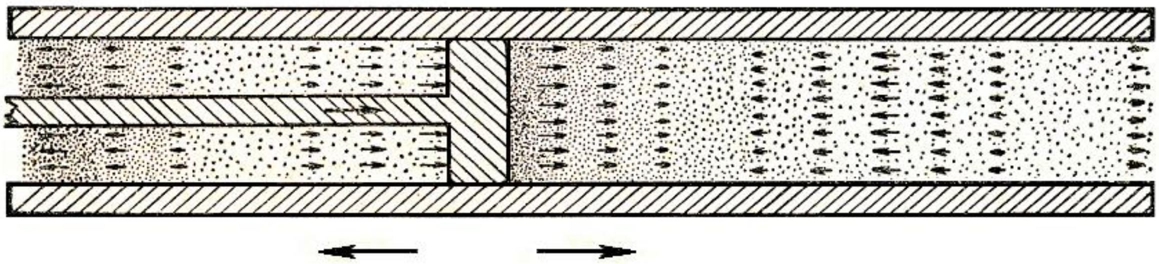
Бул ***жуўырыўшы тегис синусоида тәризли толқынның аналитикалық жазылыўы***. $y(x,t)$ координата x пенен ўақыт t ның функциясы болып табылады. Бул формула толқын дерегинен x аралығында турған бөлекшениң қәлеген t ўақыт моментиндеги теңсалмақлық ҳалдан аўысыўын береди. Барлық бөлекшелер жийилиги ω, амплитудасы A болған гармоникалық қозғалады. Бирақ ҳәр қандай x координаталарға ийе бөлекшелердиң тербелиў фазалары ҳәр қыйлы болады. ***Толқын фронтының*** x көшерине перпендикуляр тегислик екенлиги анық.

$$y = A\cos\omega(t + \frac{x}{c}) \tag{30.2}$$

функциясы x көшериниң терис мәнислери бағытында тарқалатуғын жуўырыўшы синусоидал толқынды тәриплейди.

Бөлекшелер тезликлери толқыны төмендегидей түрге ийе:

$$v(x,t) = \frac{\partial y}{\partial t} = -A\omega\sin\left(\omega t - \omega\frac{x}{c}\right). \tag{30.3}$$



30-1 сүўрет. Тутас орталықлар тербелислерин сәўлелендириўге арналған сызылма.

Бирдей фазада тербелетуғын бир бирине ең жақын турған ноқатлар аралығы ***толқын узынлығы*** деп аталады. Бир биринен s қашықлығында турған ноқатлар тербелисиндеги фазалар айырмасы

$$\varphi_s = \frac{\omega s}{c} = \frac{2\pi s}{cT} \tag{30.4}$$

аңлатпасы жәрдеминде анықланады. Бул жерде $T = 2\pi/\omega$ синусоидалық толқындағы ноқатлардың грамоникалық тербелисиниң жийилиги. Бундай жағдайда бирдей фазада тербелетуғын бир бирине жақын ноқатлар теребелисиндеги фазалар айырмасы 2π ге тең болыўы керек, яғный:

$$\varphi_\lambda = 2\pi = \frac{\omega\lambda}{c} = \frac{2\pi\lambda}{cT} \qquad (30.5)$$

Буннан

$$\lambda = cT \qquad (30.6)$$

Толқын тарқалғанда бир бөлекшеден екиншилерине ***энергия*** бериледи. Сонлықтан ***толқынлық қозғалыс кеңисликтеги энергияның берилиўиниң бир түри болып табылады***.

Сес толқынының энергиясы. Бир бирлик көлемде жайласқан бөлекшелердиң кинетикалық энергиясы (яғный кинетикалық энергия тығызлығы):

$$E_{kin} = \frac{1}{2}(\rho_0 + \rho)v^2 \text{ ямаса } E_{kin} \sim \frac{1}{2}\rho_0 v^2. \qquad (30.7)$$

ρ_0 арқалы толқын келместен бурынғы орталықтың тығызлығы, ρ арқалы толқынның тәсиринде тығызлыққа қосылатуғын қосымша тығызлық, v арқалы бөлекшелердиң тезлиги белгиленген. Биз ρ ны есапқа алмаймыз. Гармоникалық толқынның қәлеген ноқатындағы кинетикалық энергияның тығызлығы:

$$E_{kin} = \frac{1}{2}\rho_0\,\omega^2 A^2 \sin^2\left(\omega t - \omega\frac{x}{c}\right) \qquad (30.8)$$

Көлем бирлигиндеги қосымша қысылыўдан пайда болған бир бирлик көлемдеги потенциал энергияны есаплаймыз. Басымның өсимин p арқалы белгилеймиз. Тынышлықтағы басым p_0 болсын. Басым менен көлемниң өзгериси адиабата нызамы (адиабаталық процесс пенен) менен байланыслы:

$$(p_0 + p)(V_0 + V)^\kappa = h_0 V_0^\kappa. \qquad (30.9)$$

Бул жерде V_0 арқалы тынышлықтағы көлем, V арқалы толқындағы бул көлемниң өсиўи белгиленген. Кейинги формулада

$$(V_0 + V)^\kappa = V_0^\kappa\left(1 + \frac{V}{V_0}\right)^\kappa \approx V_0^\kappa\left(1 + \frac{\kappa V}{V_0}\right)$$

екенлиги есапқа алсақ

$$p = -\kappa\frac{p_0 V}{V_0}. \qquad (30.10)$$

Толқындағы көлемниң өзгерисин табамыз. $S dx = V_0$ көлемин аламыз. Бул аңлатпадағы S найдың кесе-кесиминиң майданы. Аўысыўдың салдарынан бөлекшелер

$$V_0 + V = S\left(dx + \frac{\partial y}{\partial x} dx \right) \tag{30.11}$$

көлемин ийелейди.

Буннан

$$V = S\frac{\partial y}{\partial x} dx \tag{30.12}$$

(30.12) ни (30.10) ға қойсақ толқындағы басымның өзгерисин аламыз:

$$p = -\kappa \frac{p_0}{V_0} S \frac{\partial y}{\partial x} dx = -\kappa \frac{p_0}{S\,dx} S \frac{\partial y}{\partial x} dx = -\kappa p_0 \frac{\partial y}{\partial x} dx\,. \tag{30.13}$$

Бул формула бойынша басымның өсими $\frac{\partial y}{\partial x}$ туўындысына туўры пропорционал, ал белгиси бойынша қарама-қарсы. Сестиң орталықтағы тезлигиниң $c = \sqrt{\kappa \frac{p_0}{\rho_0}}$ екенлиги есапқа алсақ (30.13) ти былай жаза аламыз:

$$p = -\rho_0 c^2 \frac{\partial y}{\partial x}\,. \tag{30.14}$$

Демек $y(x,t) = A\cos\omega(t-\tau) = A\cos\left(\omega t - \omega\frac{x}{c}\right)$ толқынына төмендегидей басымлар толқыны сәйкес келеди:

$$p(x,t) = -\rho_0 c^2 \frac{A\omega}{c}\sin\left(\omega t - \omega\frac{x}{c}\right) = -\rho_0 c A\omega \sin\left(\omega t - \omega\frac{x}{c}\right). \tag{30.15}$$

Демек басым тербелиси фазасы бойынша барлық ўақытта да бөлекшелер тезлиги тербелиси менен сәйкес келеди. Берилген ўақыт моментинде кинетикалық энергияның тығызлығы үлкен болса қысылыўға сәйкес потенциал энергия да өзиниң үлкен мәнисине ийе болады.

Потенциал энергия газдың басымын үлкейтиўге (ямаса киширейтиўге) яки көлемин үлкейтиў (яки киширейтиў) ушын исленген жумысқа тең. Басым менен көлем киши шамаларға өзгергенде олар арасында пропорционлаллық орын алады деп есаплаймыз. Сонлықтан көлем бирлигиниң потенциал энергиясы былай жазылыўы мүмкин:

$$E_{pot} = -\frac{pV}{2V_0}\,. \tag{30.16}$$

Бул формулаға (6) ны қойсақ потенциал энергияның тығызлығын табамыз:

$$E_{pot} = \frac{1}{2}\rho_0 c^2 \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2. \tag{30.17}$$

Демек потенциал энергияның тығызлығының өзгериў толқынын былайынша жазамыз:

$$E_{pot} = \frac{1}{2}\rho_0 c^2 \left[\frac{\partial}{\partial x} A\, cos\left(\omega t - \omega\frac{x}{c}\right)\right]^2 = \frac{1}{2}\rho_0 A^2\,\omega^2\, sin^2\left(\omega t - \omega\frac{x}{c}\right) \tag{30.18}$$

Еки түрли энергиялар ушын алынған формулаларды салыстырып көрип қәлеген ўақыт моментинде толқынның қәлеген ноқатында кинетикалық ҳәм потенциал энергиялардың тығызлықлары бирдей болатуғынлығын көремиз. Сонлықтан толық энергияның тығызлығы

$$E = E_{pot} + E_{kin} = \rho_0 A^2\,\omega^2\, sin^2\left(\omega t - \omega\frac{x}{c}\right) \tag{30.19}$$

Киши Δt ўақыты ишинде толқынлық қозғалыс $c\cdot\Delta t$ участкасына тарқалады. Усыған байланыслы толқынның таралыў бағытына перпендикуляр қойылған бир бирлик майдан арқалы

$$\Delta U = E\, c\, \Delta t \tag{30.20}$$

энергиясы өтеди. $\Delta U / \Delta t$ шамасын энергия ағысы деп атаймыз.

$$U = \Delta U / \Delta t = Ec = \rho_0 A^2\,\omega^2\, c\, sin^2\left(\omega t - \omega\frac{x}{c}\right). \tag{30.21}$$

Энергия ағысын вектор менен тәриплейди. Бул вектордың бағыты толқынның таралыў бағытына сәйкес келеди. Ал сан шамасы толқын таралыў бағытына перпендикуляр қойылған беттиң бир бирлигинен ўақыт бирлигинде ағып өткен толқын энергиясының муғдарына тең. Бул векторды ***Умов векторы*** (Умов-Пойнтинг векторы) деп атайды.

Толқынлардың қосылыўы (интерференциясы). Бир орталықта бир ўақытта ҳәр қыйлы тербелис орайларынан шыққан толқынлардың тарқалыўы мүмкин.

Ҳәр түрли толқын дереклеринен тарқалатуғын толқынлардың еки түрли системалары бир орталыққа келип жеткенде қосылып, кейин қайтадан ажыралып кетеуғын болса, толқынлардың еки системасы да бир бири менен ушырасаман дегенше қандай болып тарқалған болса, ушырасыўдан кейин де сондай болып тарқалыўын даўам ете береди. Толқынлардың тарқалыўындағы усындай бир биринен ғәрезсизлик принципи ***суперпозиция принципи*** деп аталады. Бул принцип толқынлық процесслердиң басым көпшилигине тән болады.

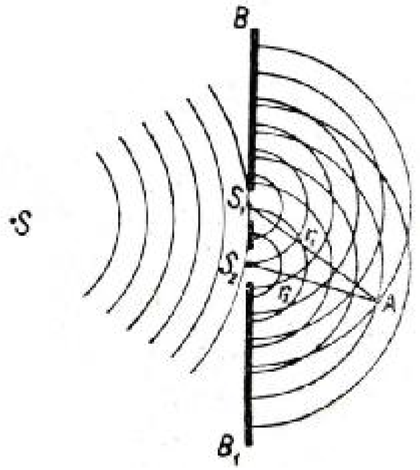
Суўға еки тас таслап, суперпозиция принципин аңсат бақлаўға болады. Таслар түскен оранларда пайда болған сақыйна тәризли толқынлар бири екиншиси арқалы өткеннен кейин бурынғысынша сақыйна тәризли болып таралыўын даўам етеди, ал орайлары тас түскен орынлар болып қалады.

Толқынлар бир бири менен қосылған орынларда тербелислер бетлесип, толқынлардың қосылыў қубылысы ***толқынлар интерференциясы*** болып табылады. Усының нәтийжесинде айырым орынларда тербелислер күшейеди, ал басқа орынларда тербелислер ҳәлсирейди. Орталықтың ҳәр бир ноқатындағы қосынды тербелис усы ноқатқа келип жеткен барлық тербелислердиң қосындысынан турады.

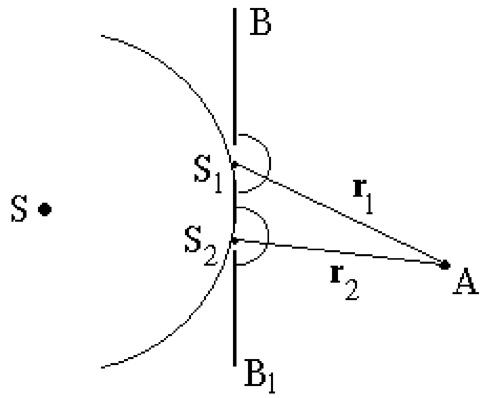
Қосылатуғын толқынлар дереклери бирдей жийилик пенен тербелип, тербелис бағытлары бирдей, фазалары да бирдей ямаса фазалар айырмасы турақлы болған жағдай айрықша қызықлы болады. Бундай толқын дереклери ***когерентли*** деп аталады. Бундай жағдайда орталықтың ҳәр бир ноқатындағы қосынды тербелистиң амплитудасы ўақытқы байланыслы өзгермейди. Тербелислердиң усылайынша қосылыўы ***когерентли толқын дереклеринен болған интерференция*** деп аталады.

Тербелислердиң когерентли дереклерине мысал ретинде төмендегини алыўға болады:

S сфералық толқын дерегин алайық (30-2 сүўретте көрсетилген). Толқынның таралыў жолына S ке қарата симметриялы S_1 ҳәм S_2 саңлақлары бар BB_1 экраны қойылған. Гюйгенс принципи бойынша S_1 менен S_2 саңлақлары да толқын дереклери болып табылады. Олардың S тербелис дерегинен қашықлары бирдей болғанлықтан, олар бирдей амплитуда ҳәм фазада тербеледи. BB_1 экранының оң тәрепинде сфералық еки толқын таралады ҳәм усы орталықтың ҳәр бир ноқатындағы тербелис усы еки толқынның қосылыўының салдарынан пайда болады. S_1 менен S_2 ноқатларынан қашықлықлары r_1 ҳәм r_2 болған A ноқатындағы толқынлардың қосылыўын қарайық. A ноқатына жетип келген толқынлар тербелислери арасында фазалар айырмасы болып, бул айырма r_1 ҳәм r_2 шамаларына байланыслы болады.



30-2 сүўрет. S_1 ҳәм S_2 саңлақларынан тарқалатуғын толқынлардың орналасыўы.



30-3 сүўрет. S_1 ҳәм S_2 дереклеринен шыққан толқынлардың A ноқатындағы амплитудасын табыўға арналған сүўрет.

Фазалары бирдей S_1 менен S_2 дереклериниң тербелислерин жазыўға болады:

$$x_1 = a_0 \cos\omega t, \quad x_2 = a_0 \cos\omega t.$$

S_1 ҳәм S_2 деректеринен A ноқатын келип жеткен тербелислер былайынша жазылады:

$$x_1 = a_1 \cos 2\pi\left(\nu t - \frac{r_1}{\lambda}\right), \quad x_2 = a_2 \cos 2\pi\left(\nu t - \frac{r_2}{\lambda}\right).$$

Бул аңлатпада $\nu = \omega/2\pi$ арқалы тербелислер жийилиги белгиленген. Анықлама бойынша $\frac{a_1}{a_2} = \frac{r_1}{r_2}$. Егер $|r_2 - r_1| << r_1$ теңсизлиги орынланса, жуўық түрде $a_1 \approx a_2$ деп есаплаўға болады.

Солай етип A ноқатында қосылатуғын тербелислердиң фазалар айырмасы

$$\alpha = 2\pi \frac{r_2 - r_1}{\lambda}$$

ге тең болады.

Қосынды тербелистиң амплитудасы қураўшы тербелислердиң фазалар айырмасына байланыслы болады, ал фазалар айырмасы нолге тең ямаса 2π ге пүтин сан есели мәниске ийе болса, онда амплитуда қураўшы тербелислер амплитудаларының қосындысына тең максимум мәнисине жетеди. Егер фазалар айырмасы π ге ямаса тақ сан еселенген π ге тең болса, онда амплитуда қураўшы амплитудалардың айырмасына тең, яғный минимум мәниске ийе болады. Сонлықтан еки тербелистиң A ноқатына келип жеткен моментте $\Delta\alpha$ фазалар айырмасының қандай болатуғынлығына байланыслы A ноқатында я максимум, я минимум тербелис бақланады. Усы айтылғанлар бойынша A ноқатында амплитуданың мәнисиниң максимум болыў шәрти мынадай болады:

$$\Delta\alpha = 2\pi \frac{r_2 - r_1}{\lambda} = \pm 2k\pi.$$

Бул жерде $k = 0, 1, 2, \ldots$ Демек

$$|r_2 - r_1| = k\lambda$$

болғанда тербелислер максимумы бақланады. Демек ***толқынлар жүрислери айырмасы нолге ямаса толқын узынлағының пүтин сан еселенген мәнисине тең болатуғын ноқатларда амплитуда максимум мәнисине жетеди***.

A ноқатында амплитуда мәнисиниң минимумға тең болыў шәрти төмендегидей болады:

$$\Delta\alpha = 2\pi \frac{r_2 - r_1}{\lambda} = \pm(2k + 1)\pi.$$

Бул аңлатпада да $k = 0, 1, 2, \ldots$ Демек усы жағдайда жүрислер айырмасы

$$|r_2 - r_1| = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}$$

ге тең. Демек толқынлар арасындағы жүрислер айырмасы ярым толқынлардың тақ санына тең болатуғын ноқатларда амплитуда минимум мәнисине тең болады.

Фазалар айырмасы $\pm 2\pi k$ менен $\pm(2k+1)\pi$ аралығында мәнислерге тең болса тербелислердиң күшейиў ямаса ҳәлсиреўиниң орташа мәнислери бақланады.

Усы айтылғанлар менен бирге бир орталықта еки толқынның бетлесиўи нәтийжесинде ҳәр қыйлы ноқатларда амплитудалары ҳәр түрли болатуғын тербелислер пайда болады. Бул жағдайда орталықтың ҳәр бир ноқатында (ноқаттың когерентли дерегинен қашықлықларының айырмасының мәнисине байланыслы) амплитуданың максимум ямаса минимум ямаса олардың аралық мәниси бақланады.

Турғын толқынлар. Турғын толқынлар деп аталатуғын толқынлар еки толқынның интерференциясының нәтийжесинде алынады. Турғын толқынлар амплитудалары бирдей, қарама-қарсы бағытларда тарқалатуғын еки тегис толқынның бетлесиўиниң нәтийжесинде пайда болады.

Амплитудалары бирдей болған еки тегис толқынның биреўи y көшериниң оң бағытында, екиншиси y тиң терис бағытында тарқалады деп есаплайық. Қарама-қарсы тарқалатуғын толқынлардың фазалары бирдей болып келетуғын ноқатты координаталар басы деп алып ҳәм ўақытты дәслепки фазалары нолге тең болатуғын ўақыт моментинен есаплайтуғын болсақ усы еки тегис толқынның теңлемелерин төмендеги түрде жазыўға болады: y көшериниң оң бағыты менен тарқалатуғын тоқын ушын:

$$x_1 = a\cos 2\pi\left(\nu t - \frac{y}{\lambda}\right),$$

ал y көшериниң терис бағыты менен тарқалатуғын толқын ушын

$$x_2 = a\cos 2\pi\left(\nu t + \frac{y}{\lambda}\right).$$

Бул еки толқынды қоссақ

$$x = x_1 + x_2 = a\cos 2\pi\left(\nu t - \frac{y}{\lambda}\right) + a\cos 2\pi\left(\nu t + \frac{y}{\lambda}\right).$$

Бул теңлеме алгебралық түрлендириўлерден кейин былай жазылады:

$$x = 2a\cos\frac{2\pi y}{\lambda}\cos 2\pi\nu t \qquad (30.22)$$

Усы еки толқынның амплитудалары ҳәр қыйлы болсын ҳәм оларды A ҳәм B арқалы белгилейик. Бундай жағдайда төмендегилерди аламыз:

y көшериниң оң бағытында тарқалатуғын толқын ушын:

$$x_1 = A\cos\omega\left(t - \frac{y}{c}\right). \qquad (30.23)$$

Ал оған қарама-қарсы бағытта тарқалатуғын толқын ушын:

$$x_1 = A\,cos\,\omega\left(t+\frac{y}{c}\right). \qquad (30.24)$$

Еки толқынның қосылыўынан пайда болған толқын:

$$x = x_1 + x_2\,. \qquad (30.25)$$

x_2 толқынын еки жуўырыўшы толқынның қосындысы түринде былай жаза аламыз:

$$x_2 = A\,cos\,\omega\left(t+\frac{y}{c}\right) + (B-A)\,cos\,\omega\left(t+\frac{y}{c}\right). \qquad (30.26)$$

Бундай жағдайда

$$x = x_1 + x_2 = A\cos\omega\left(t - \frac{y}{c}\right) + A\cos\omega\left(t + \frac{y}{c}\right) + (B - A)\cos\omega\left(t + \frac{y}{c}\right) = \qquad (30.27)$$
$$= 2A\cos\left(\omega\frac{y}{c}\right)\cos\omega t + (B - A)\cos\omega\left(t + \frac{y}{c}\right).$$

Нәтийжеде алынған толқын төмендегидей еки толқынның қосындысынан турады:

$2A\,cos\left(\omega\frac{y}{c}\right)cos\,\omega t$ ***турғын толқын*** деп аталады.

$(B-A)\,cos\,\omega\left(t+\frac{y}{c}\right)$ ***жуўырыўшы толқын*** деп аталады.

$B = A$ болған жағдайда қосынды толқын тек турғын толқыннан турады. Бул шәртке айрықша әҳмийет бериў керек. Себеби қосылыўшы толқынлар амплиталары өз-ара тең болмаса турғын толқын (бир орындағы тербелислер) алынбайды, ал бул жағдайда жуўырыўшы толқынға ийе боламыз.

Қосылыўшы еки толқынның амплитудалары бирдей болатуғын жағдайды қараўды даўам етемиз. (30.22) деги $cos\,2\pi\nu t$ көбейтиўшиси орталық ноқатларында жийилиги қарама-қарсы тарқалатуғын толқынлардың жийилигиндей тербелистиң пайда болатуғынлығын көрсетеди. Ўақытқы ғәрезли емес $2a\,cos\left(2\pi\frac{y}{\lambda}\right)$ көбейтиўшиси қосынды тербелистиң A амплитудасын тәриплейди. Дәлирек айтқанда тек оң шама болып қалатуғын амплитуда усы көбейтиўшиниң абсолют мәнисине тең:

$$A = \left|2a\,cos\left(2\pi\frac{y}{\lambda}\right)\right| \qquad (30.28)$$

(30.28) ден амплитуданың мәнисиниң y координатасына ғәрезли болатуғынлығы көринип тур. Бул пайда болған тербелисти ***турғын толқын*** деп атаймыз. Турғын толқынның амплитудасы белгили бир ноқатларда қураўшы тербелислер амплитудаларының қосындысына тең болады. Бундай ноқатлар турғын толқынлардың

шоғырлары деп аталады. Басқа ноқатларда қосынды амплитуда нолге тең. Усындай ноқатлар турғын толқынлардың ***түйинлери*** деп аталады.

Шоғырлар менен түйинлер ноқатларының координаталарын анықлайық. (30.28) бойынша

$$\left|2a\,cos\left(2\pi\frac{y}{\lambda}\right)\right|$$

болатуғын ноқатларда амплитуда максимал мәнислерге жетеди. Бул ноқатларда (30.28) бойынша $A = 2a$.

Демек шоғырлардың геометриялық орны

$$\left|2\pi\frac{y}{\lambda}\right| = \pm k\pi$$

шәрти менен анықланады ($k = 0,\ 1,\ 2,\ \mathbf{K}$). Олай болса шоғырлардың координаталары

$$y = \pm k\frac{\lambda}{2} \qquad (30.30)$$

ге тең болады ($k = 0,\ 1,\ 2,\ \mathbf{K}$).

Егер k ның қоңсылас еки мәниси ушын y тиң (30-30) формула бойынша анықланатуғын еки мәнисиниң айырмасын алсақ, онда қоңысылас еки шоғыр арасындағы қашықлық былай есапланады:

$$y_{k+1} - y_k = \frac{\lambda}{2},$$

яғный қоңысылас еки шоғыр арасы интерференция нәтмийжесинде берилген турғын толқын пайда болатуғын толқынлар узынлығының ярымына тең болады. Шоғырлар пайда болатуғын орынларда еки толқынның тербелислериниң бир фазада болатуғынлығы сөзсиз.

Түйинлерде қосынды тербелистиң амплитудасы нолге тең. Сонлықтан (30.28)-формула бойынша түйинниң пайда болыў шәрти мынадай болады:

$$cos\left(2\pi\frac{y}{\lambda}\right) = 0 \text{ ямаса } 2\pi\frac{y}{\lambda} = \pm(2k+1)\frac{\pi}{2}.$$

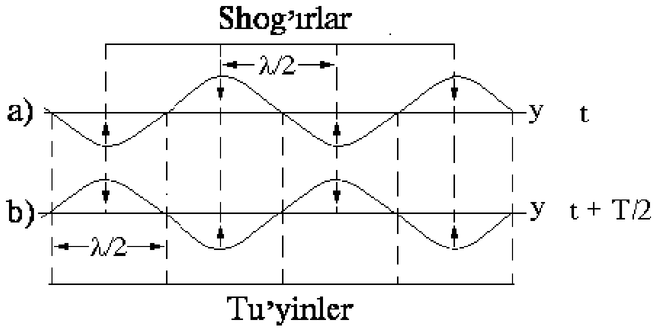
Олай болса түйинлердиң координаталары

$$y = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{4}$$

шамасына тең болады. демек түйинниң ең жақын жатқан шоғырдан қашықлығы мынаған тең:

$$\left(2k+1\right)\frac{\lambda}{4}-k\frac{\lambda}{2}=\frac{\lambda}{4},$$

яғный түйинлер менен шоғырлар арасы толқын узынлығының шерегине тең болатуғынлығын көремиз. Еки толқынлағы тербелислер қарама-қарсы фазаларда ушырасатуғын орынларда түйинлер пайда болады.



30-4 сүўрет.

Гармоникалық тербелислерди қосыў ушын арналған сүўрет.

Турғын толқынды компьютерлер жәрдеминде бақлаў қызықлы нәтийжелерди береди.

Төменде еки толқынның қосылыўынан пайда болатуғын жуўырыўшы ҳәм турғын толқынларды компьютер экранына шығарыў ушын tolqin программасы келтирилген:

```
program tolqin;
uses crt, Graph;
const q=1.4; a1=50;  a2=100; nj=0.01;
var
        z, t, gd, gm :   integer;
        x1, x2, x3, x5 :   real;
        color:   word;
begin
      gd:=detect;  initgraph(gd,gm,' ');        SetLineStyle(0,0,1);        color:=GetMaxColor;
      SetLineStyle(0,0,1);
        for z:=0 to 300 do begin;
        for t:=0 to 400 do begin;
x1:=a1*cos(2*pi*nj*(t+z)); x2:=a2*cos(2*pi*nj*(t-z));    x3:=x1+x2;
line (10,250,600,250); putpixel (round(10+t*q),round(250+x1),color);
putpixel (round(10+t*q),round(250+x2),color);
putpixel (round(10+t*q),round(250+x3),1);
circle (round(10+t*q),round(250+x3),2); end;  clearviewport;   end;   readln;   closegraph;   end.
```

Бул программада q компьютер экранындағы масштабты бериўши турақлы шама, a1 менен a2 лер еки толқынның амплитудасына тең. nj арқалы толқынлар жийилиги берилген.

Жуўырыўшы толқын жағдайында ноқатлардың аўытқыўы y көшерине параллель. Жуўырыўшы турғын толқын жағдайында ноқатлардың арасы ярым дәўирге тең еки ўақыт моментлериндеги орынлары жоқарыдағы 30-4 a) ҳәм b) сүўретлерде көрсетилген. Тербелиўши ноқатлардың тезликлери нолге тең болатуғын түйинлерде орташа тығызлығының бирден тез өзгереди - бөлекшелер түйинге еки тәрептен де биресе жақынлап, биресе оннан қашықлайтуғынлығын көремиз.

Турғын толқынлар әдетте илгери қарай тарқалыўшы ҳәм (шағылысып) кери қайтыўшы толқынлардың интерференциясының нәтийжесинде пайда болады. Мысалы жиптиң бир ушын мықлап байлап қойсақ, сол жип байланған жерден шағылысқан толқын илгери тарқалыўшы толқын менен интерференцияланады ҳәм турғын толқын пайда болады. Бул жағдайда қозғалмай қалатуғын түйин ноқатларының бир биринен қашықлықлары илгери тарқалыўшы толқын узынлығының ярымына тең, ал жиптиң бекитилген жеринде, яғный толқын шағылысатуғын орында түйин пайда болады.

Қосымша:

Масса ҳаққында

Мына сораўларға жуўап бериўге тырысамыз:

1. Денелердиң массасы олардың тезлигинен ғәрезли ме?
2. Денелер системаға бириккенде масса аддитив шама болып табыла ма (яғный $m_{12} = m_1 + m_2$)?

Бул сораўларға ҳәр ким ҳәр қыйлы етип жуўап береди.

1905-жылы жарық көрген жумысында А.Эйнштейн физика илимине тынышлық энергиясы түсинигин киргизиў арқалы массаға физикалық мәнис берди. Ал ҳәзирги ўақытлары масса ҳаққында гәп еткенде физиклер

$$m^2 = \frac{E^2}{c^4} - \frac{p^2}{c^2} \qquad (1)$$

формуласы бойынша анықланатуғын коэффициентти нәзерде тутады. Бундай масса бир инерциаллық есаплаў системасынан екинши инерциаллық есаплаў систмесына өткенде өзгермейди. Буның дурслығына энергия E ҳәм импульс p ушын Лоренц түрлендириўлерин қолланғанда исениўге болады. Егер $v = |\mathbf{v}|$, $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ ҳәм **v** векторы x көшери бағытында бағытланған болса төмендегилерге ийе боламыз:

$$\begin{aligned} E &\to (E' + v\mathbf{p}')\gamma, \\ p_x &\to \left(p_x' + \frac{vE'}{c^2}\right)\gamma, \\ p_y &\to p_y', \\ p_z &\to p_z'. \end{aligned} \qquad (2)$$

Солай етип энергия E менен импульс **p** 4 (төрт) вектордың қураўшылары болып табылады, ал масса болса Лоренц түрлендириўлерине қарата инвариант шама болып табылады (4 вектор деп төрт кураўшыға ийе векторды айтамыз).

Ойланыў ушын мағлыўматлар:

Лоренц түрлендириўлери Эйнштейн формулалары дүньясының тиреги болып табылады. Бул түрлендириўлер физик Хендрик Антон Лоренц тәрепинен усынылған теорияда келтирип шығарылған. Бул түрлендириўлердиң мәниси мыналарға алып келеди: үлкен тезликлер менен қозғалыўшы денелердиң өлшемлери қозғалыс бағытында қысқарады. Буның дурыслығына 1909-жылы-ақ Австрия физиги Пауль Эренфест гүманланды. Оның пикирлери мынадан ибарат: қозғалыўшы денелер қозғалыс бағытында ҳақыйқатында да өлшемлерин киширейтетуғын болсын. Биз диск пенен тәжирийбе өткерейик. Оны көшери дөгерегинде айландырайық ҳәм кем-кемнен айланыў тезлигин арттырайық. Эйнштейн мырзаның айтыўы бойынша дисктиң өлшемлериниң киширейиўи, соның менен бирге дисктиң өзиниң майысыўы керек. Дисктиң айланыс тезлиги жақтылықтың тезлигине жеткенде дисктиң жоғалыўы керек.

Эйнштейн албырап қалған. Себеби Эренфесттиң айтқанлары дурыс. Салыстырмалық теориясының дөретиўшиси арнаўлы журналлардың бетлеринде өзиниң еки контраргументин жәриялаған. Буннан кейин Эренфестке Голландияда физика профессоры лаўазымын алыўға жәрдем берген (Эренфест бул лаўазымды алыўға әлле қашан умтылган еди). Голландиядығы профессорлық жумысқа Эренфест 1912 жылы келген. Усының салдарынан арнаўлы салыстырмалылык теориясы ҳаққындағы китаплардың бетлеринен жоқарыда атап өтилген Эренфесттиң ашқан жаңалығы да (бул жаңалықты Эренфест парадоксы деп атайды) жоғалады.

Тек 1973-жылы ғана ойдағы Эренфест эксперименти әмелде исленди. Физик Томас Э. Фипс үлкен тезлик пенен айланыўшы дискти сүўретке түсирди. Вспышка жәрдеминде түсирилген бул сүўретлер Эйнштейнниң формулаларының дурыслығын дәлиллеўи ушын хызмет етиўи керек еди. Бирақ бул жерде де ойдағы алынбады. Теорияға қарамастан дисктиң өлшемлери өзгермеген. Арнаўлы салыстырмалық теориясында гәп етилетуғын «бойлық қыскарыў» тастыйықланбады. Фипс өзиниң нәтийжелери ҳаққындағы мақаласын белгили «Nature» журналына жибереди. Ал журнал редакциясы бул мақаланы басып шығарыўдан бас тартады. Ақыр-аяғында мақала Италияда киши тираж бенен шығатуғын бир арнаўлы журналдың бетинде жарық көреди. Бирақ мақалаға ҳеш ким итибар бермеген.

Бирақ усыған кармастан қозгалыстағы ўақыттың өтиўиниң әстелениўин көрсететуғын экспериментлердиң тәғдири де көпшилик тәрепинен дыққатка алынбады.

(1)-теңлемеден тынышлықтағы энергия ушын жазылган даңқлы Эйнштейн аңлатпасы $E_0 = mc^2$ алынады (егер $\mathbf{p} = 0$ болса). Ал егер жақтылықтың тезлигин бирге тең деп қабыл етсек (яғный $c = 1$) дsecurityениң массасы оның тынышлықтағы энергиясына тең болып шығады. Энергия сақланатуғын болғанлықтан масса да тезликтен ғәрезсиз сақланатуғын шама болып шығады. Бул жоқарыда келтирилген биринши сораўға жуўап болып табылады. Атап айтқанда массалық денелерде «уйқылап атырған» тынышлық энергиясы химиялық ҳәм (әсиресе) ядролық реакцияларда бөлинип шығады.

Енди аддитивлик ҳаққындағы сораўға итибар беремиз.

Баска инерциаллық есаплаў системасына өткенде дәслепки системада тынышлықта турған денеге Лоренц түрлендириўлерин қолланамыз. Бундай жағдайда дәрҳәл денениң энергиясы менен импульсиниң оның тезлигине ғәрезлилиги алынады:

$$\begin{cases} E = mc^2\gamma, \\ \mathbf{p} = m\mathbf{v}\gamma = \dfrac{E}{c^2}\mathbf{v} \end{cases} \qquad (3)$$

Ескертиў: Жақтылықтың бөлекшелери болған фотонлар массаға ийе емес. Сонлықтан жоқарыда келтирилген теңлемелерден фотон ушын $v = c$ екенлиги келип шығады.

Энергия менен импульс аддитив шамалар болып табылады. Еки денеден туратуғын системаның энергиясы Е сол денелердиң еркин ҳалдағы энергияларының қосындысынан турады ($E = E_1 + E_2$). Имульслер ушын да усындай тастыйықлаў дурыс ($\mathbf{p} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2$). Егер усы косындыларды (1) ге қойсақ биз төмендеги аңлатпаға ийе боламыз:

$$m^2 = \frac{(E_1 + E_2)^2}{c^4} - \frac{(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)^2}{c^2} \neq (m_1 + m_2)^2.$$

Солай етип қосынды масса $\mathbf{p}_1$ ҳәм $\mathbf{p}_2$ импульслары арасындағы мүйештен ғәрезли болады екен.

Буннан әҳмийетли жуўмақ шығарамыз: еки фотоннан туратуғын системаның энергиясы егер фотонлар қарама-қарсы бағытларда қозғалатуғын болса $2E / c_2$ қа, ал егер фотонлар бир бағытта қозғалса бул системаның энергиясы нолге тең.

Солай етип салыстырмалылык принципин реализациялаў ушын Лоренц түрлендириўлери зәрүр. Ал бул түрлендириўлерден импульс пенен тезлик арасындағы байланыс $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ Ньютон формуласы жәрдеминде емес, ал (3)-формула менен берилиўи керек.

Жүз жыл бурын адам ойының инерциясы бойынша Ньютон формуласын релятивистлик физикаға киргизиў ҳәрекети исленди. Усыған байланыслы энергияның ҳәм усыған сәйкес тезликлиң өсиўи менен өсетуғын релятивистлик масса ҳаққындағы көз-қарас пайда болды. Ҳәзирги көз-караслар бойынша $m = E / c^2$ формуласы артефакт (лат. artefactum, қарақалпақшасы жасалма түрде пайда етилген дефект деген мәнисте) болып табылып. Физиканы үйрениўшилер басында гүмилжи пикирлерди пайда етеди: бир тәрептен фотонның массасы жоқ, ал екинши тәрептен оның массасы бар.

Не себепли E_0 белгиси акылға муўапық келеди? Себеби энергия есаплаў системасынан ғәрезли. Бул аңлатпадағы нол индекси тыныш турған системадағы энергия екенлигин аңлатады. Ал не себепли m_0 белгиси (тынышлықтағы масса) белгиси ақылға муўапық емес? Себеби масса есаплаў системасынан ғәрезли емес.

Энергия менен масса арасындағы эквивалентлик те жоқарыда гәп етилген алжасыўларға өзиниң үлесин қосады. Ҳақыйқатында да масса болса оған сәйкес келиўши энергия да бар. Бул $E_0 = mc^2$ тынышлық энергиясы болып табылады. Бирақ энергия бар жерде масса барлық ўақытта бола бермейди. Фотонның массасы нолге тең, ал оның энергиясы нолге тең емес. Жақтылықтың тезлиги $c = 1$ бирлигинде космослық нурлардың қурамындағы ямаса ҳәзирги заман тезлеткишлериндеги бөлекшелердиң энергиялары олардың массаларынан бир неше порядокларға үлкен.

Ҳәзирги заман релятивистлик тилиниң қәлиплесиўинде Р.Фейнманның тутқан орны уллы. Ол 1950-жыллары майданның квант теориясында возмущениелердиң релятивистлик жақтан инвариант теориясын дөретти. Энергия-импульстиң 4 векторының сақланыўы Фейнман диаграммалыры деп аталатуғын даңқлы техниканың (Фейнман графиклери деп те атайды) тийкарында жатады. Барлық илимий жумысларында Фейнман (1)-формула менен берилген масса түсинигинен пайдаланды. Дененин массасын оның энергиясын c^2 қа бөлиў деп есаплаў салыстырмалық теориясы менен танысыўды Ландау менен Лифшицтиң «Майдан теориясы» нан ямаса Фейнманның илимий мақалаларынан баслаған физиклердиң басына келе алмады. Бирақ көпшиликке арналған бир канша китапларда (соның ишинде физика бойынша Фейнман лекцияларында да) бул артефакт сақланып қалды.

Бундай қолайсызлықлардан қутылыў ушын салыстырмалық теориясы бойынша оқыў әдебиятларында бирден бир ҳәзирги заман терминологиясы қабыл етилди. Ҳәзирги заман ҳәм гөнерген белгилер менен терминлерди параллел түрде қолланыў 1999-жылы Марс планетасына түсириў барысында аварияға ушыраған зондты еслетеди. Бул авария усы проектке қатнасқан айырым фирмалардың дюймди, ал басқаларының метрлик системаны қолланғанлығынан жүзеге келди.

Бүгин физика лептонлар ҳәм кварклер тәризли ҳақыйқый элементар бөлекшелер менен адронлар деп аталыўшы протон ҳәм нейтрон типиндеги бөлекшелердиң массасының тәбияты ҳаққындағы мәселеге тығыз түрде жақынлады. Бул мәселе Хиггс бозонлары деп аталыўшы бөлекшелерди излеў ҳәм вакуумның эволюциясы және қурылысын анықлаў менен тығыз байланыслы. Бул жерде де гәп массаның тәбияты еркин бөлекшениң толық энергиясын беретуғын релятивистлик масса ҳаққында емес, ал (1)-формула менен анықланған инвариант масса ҳаққында жүреди.

Салыстырмалық теориясында масса инерцияның өлшеми болып табылмайды (F=ma формуласы). Инерцияның өлшеми денениң ямаса денелер системасының толық энергиясы болып табылады. Физиклер масса ҳаққындағы Ньютон көз-қарасларына сайкес келиўши ярлыкларды бөлекшелерге жабыстырмайды. Себеби физиклер массаға ийе емес бөлекшелерди де бөлекшелер деп атайды. Усы айтылғанларды есапқа алсақ, нурланыўдың бир денеден екиншисине энергияны ҳәм соған сәйкес инерцияны алып келетуғынлығы таң каларлық емес.

Солай етип қысқаша жуўмақ:

- Масса барлық есаплаў системаларында бирдей мәниске ийе. Бөлекшениң қалай қозғалатуғынлығына байланыссыз масса инвариант шама болып табылады.

- «Энергия тынышлық массасына ийе ме?» мәселеси мәниске ийе емес. Массаға энергия емес, ал дене (бөлекше) ямаса бөлекшелер системасы ийе. $E_0 = mc^2$ формуласынан «энергия массаға ийе» деп жазыўшы оқыў әдебиятларының авторлары мәниссиз фразаларды жазып келмекте. Тек логиканы бузыў арқалы масса менен энергияны бир бирине теңлестириў мүмкин. Себеби масса – релятивистлик скаляр, ал энергия болса 4 вектордың қураўшысы. Ақылға муўапық келиўши терминологияда «Тынышлық энергиясы ҳәм массаның эквивалентлиги» дурыс болып естиледи.

«Механика» курсы бойынша оқыў бағдарламасы

Кирисиў.

Механика пәни. Пәнниң мақсети. Пәнниң ўазыйпасы, методикалық көрсетпелер, баҳалаў критерийлери. Пән бойынша мультимедияларды қолланыў көзде тутылады ҳәм әмелге асырылады. Пәнниң қәнигелер таярлаўдағы тутқан орны. Механиканың предметлер аралық байланыслары

Кинематика

Кирисиў. Механикалық қозғалыс. Кеңислик, ўақыт, есаплаў системалары ҳаққында түсынк. Туўры сызықлы тең өлшеўли, тең өлшеўли тезлениўши қозғалыслар ҳәм олардың графиклери. Ноқаттың кеңисликтеги қозғалысы. Иймек сызықлы қозғалыс, иймек сызықлы қозғалыстағы тезлениў. Айланбалы қозгалыс.

Динамика

Қозғалыс ҳәм өз-ара тәсирлесиў. Күш. Күшлерди өлшеў. Ноқатқа тәсир етиўши күшлердиң тең салмақлық шәрти. Ньютон нызамлары. Денениң массасы. Күш импульси. Денениң Жердиң тартылыс майданындағы қозғалысы. Еркин түсиў. Вертикаль бағытта ылақтырылган денениң қозғалысы. Горизонт бағытында ҳәм горизонтқа мүйеш жасап ылақтырылған денелердиң қозғалыслары. Денелердиң еркин болмаған қозғалысы. Денениң импульси. Импульстың сақланыў нызамы. Өзгермели массалы денелердиң қозғалысы. Мещерский теңлемеси.

Жумыс ҳәм энергия

Күштиң жумысы. Деформация энергиясы. Кинетикалық энергия. Толық эластик емес ҳәм эластик тўқнашишлар. Жердиң тартылыс майдандағы денениң потенциал энергиясы. Энергияның сақланыў ҳәмс бир түрден екинши түрге өзгериў нызамы. Сүйкелис күшлери. Сирпаниш ҳәм тынышлықтағы сүйкелис. Думалаўдағы сүйкелис. Инерциал ҳәм инерциал емес системалардағы денелердиң қозғалысы. Айланбалы қозғалатуғын системадағы инерция күшлери. Фуко маятниги. Бэр нызамы.

Қатты денелердиң айланбалы қозғалысы

Қатты денениң илгерилемели ҳәм айланбалы қозғалыслары. Қозғалмайтуғын көшерге ийе болған денениң тең салмақлық шәрти. Денениң қозғалмайтуғын көшер әтирапындағы айланбалы қозгалыс нызамы. Импульс моменти. Салмақ ҳәм инерция орайлары. Қатты денениң инерция орайының қозғалыс нызамы. Штейнер теоремасы. Штейнер теоремасының мәниси. Динамиканың қатты денелердиң қозғалысы ушын тийкарғы нызамлары. Айланбалы ҳәм илгерилемели қозғалыстағы денениң кинетикалық энергиясы. Еркин айланыў көшерлери. Гироскоплар. Еркин гироскоп көшериниң қозгалысы. Гироскоплық күшлер.

Пүткил дүньялық тартылыс нызамы

Инерт ҳәм гравитациялық масса. Тартылыстың потенциал энергиясы. Космос механикасының тийкарғы нызамлары. Жер жолдасының ҳәм космослық снарядтың қозғалысы.

Суйықлық пенен газлердиң қозғалысы

Заттың агрегат ҳаллары. Суйықлықтың сатционар ағысы. Идеал суйықлықтың ағысы ушын динамиканың тийкарғы нызамы. Бернулли теңлемеси. Суйықлық ямаса газ ағымының денеге тәсири. Торричелли формуласы. Магнус эффекти. Көтериў күши.

Тербелмели қозғалыс

Гармоникалық тербелмели қозгалыс. Математикалық маятник ҳәм оның кинематикасы менен динамикасы. Физикалық маятниклер. Меншикли тербелислердеги энергияның өзгерислери. Сөниўши тербелмели қозғалыс. Мәжбүрий тербелислер. Резонанс. Тербелислерди қосыў. Биение.

Толқынлар

Толқынлар. Тегис синусоидаллық толқын. Толқын энергиясы. Толқын интерференциясы. Сес ҳәм оның тәбияты. Акустика элементлари. Доплер эффекти.

Механика бойынша әмелий сабақлар

Кинематика бойынша мәселелер шешиў

Ноқаттың илгерлемели қозғалысы. Ноқаттың айланбалы қозғалысы. Қозғалысларды қосыў. Еркин түсиў. Вертикаль бағытта ылақтырылған денениң қозғалысы. Горизонт бағытында ҳәм горизонтқа қыя ылақтырылған денениң қозғалысы.

Динамика бойынша мәселелар шешиў

Ньютон нызамлары. Сүйкелис күшлери. Импульс ҳәм импульстиң сақланыў нызамы. Жумыс ҳәм энергия. Энергияның сақланыў нызамы. Пүткил дүньялық сақланыў нызамы. Жердиң жасалма жолдасларының қозғалысы.

Қатты денениң айланбалы қозғалысы бойынша мәселелер шешиў

Күш моменти ҳәм инерция моменти. Импульс моментиниң сақланыў нызамы. Айланбалы қозғалыстың кинетикалық энергиясы.

Гармоникалық тербелмели қозғалыс ҳәм толқынларға мәселелер шешиў

Гармоникалық тербелмели қозғалыс кинематикасы. Гармоникалық қозғалыстың динамикасы. Тербелислерди қосыў. Сөниўши тербелмели қозғалыслар. Механикалық толқынлар.

Механика бойынша лабораториялық жумыслардың дизими

1. Қәтеликлер теориясы. Аналитикалық тәрезиде жумыс ислеўди үйрениў.
2. Атвуд машинасында Ньютонның II нызамын үйрениў.
3. Эластик тоқтаўда импульстиң сақланыў нызамын үйрениў.
4. Зырылдаўықтың инерция моментин үйрениў.
5. Максвелл маятнигиниң қозғалысын үйрениў.
6. Обербек маятниги жәрдеминде айланбалы қозғалыс ушын динамиканың тийкарғы нызамын үйрениў.
7. Эластиклик модулди созылыў деформациясы бойынша үйрениў.

8. Эластиклик модулди иймейиў деформациясы бойынша анықлаў.
9. Математикалық маятник жәрдеминде аўырлық күши тезлениўин анықлаў.
10. Физикалық маятник жәрдеминде аўырлық күшиниң тезлениўин анықлаў.
11. Трифиляр маятник жәрдеминде денениң инерция моментин анықлаў.
12. Жылжыў модулин бурылыў бойынша анықлаў.
13. Тербелислердиң сөниўи бойынша думалап сүйкелис коэффициентин анықлаў (Лебедев маятниги).
14. Тербелислердиң сөниўи бойынша думалап сүйкелис коэффициентин Максвелл маятниги жәрдеминде анықлаў.
15. Сес толқынының ҳаўада тарқалыў тезлигин тургын толқын методы жәрдеминде анықлаў.
16. Сес толқынының ҳаўада тарқалыў тезлигин интерференция методы жәрдеминде анықлаў.

Қосымша: Жоқарыда атлары алалған лаборатория жумисларының кеминде онының орынланыўы шәрт.

Өз бетинше исленетуғын жумыслардың дизими

Лабораториялық ҳәм әмелий сабақларға таярлық көриў.

1. Кинематика. Векторлар үстиндеги әмеллер. Еркин түсиў. Қозғалыс траекториясының иймеклик радиусын анықлаў.
2. Динамика. Циолковский теңлемесин келтирип шығарыў. Жоқарыдан еркин түсиўши дене ушын энергияның сақланыў нызамын сыпатлаў.
3. Қатты денелердиң айланбалы қозғалысы. Қозғалмайтугын көшерге ийе болған денениң тең салмақлық шәрти. Денелердиң инерция моментин есаплаў. Екинши ҳәм үшинши космослық тезликлерди келтирип шығарыў.
4. Суйықлықлар менен газлардиң қозғалысы. Суйықлықтың стационар ағыўы. Суйықлық ямаса еки газ агымының денеге тәсирин келтирип шығарыў.
5. Деформация. Жылжыў, буралыў, иймейиў. Тербелмели қозгалыс. Математикалық маятниктиң қозғалыс теңлемелери. Максвелл маятниги. Лебедев маятниги.
6. Толқынлар. Доплер эффекти. Сестиң басымы ҳәм интенсивлиги.
7. Молекулалық физиканың мазмуни. Классикалық физиканың қолланылыў шеклери. Макроскопиялық системалардың өзитне тән тәреплери.

Тийкарғы әдабиятлар

1. Д.П.Стрелков. Механика. Ташкент, «Ўкитувчи», 1977-жыл.
2. Д.П.Сивухин. Улыўмалық физика курси. 1-том. Механика. Ташкент, «Ўкитувчи», 1981 жыл.
3. С.Э.Хайкин Физические основымеханики. Москва, «Наука» баспасы, 1971-жыл.
4. К.А.Турсунметов, Х.С Далиев. Механика. 1-кисм. Ташкент, 2000-жыл.
5. А.Чертов. Улыўмалық физика курсы бойынша мәселелер топламы. Ташкент, «Өзбекстан», 1998-жыл.
6. К.А. Турсунметов ҳәм басқалар. Механика. -Ташкент, 1998-жыл.
7. Э.Н.Назиров ҳәм басқалар. Механика ҳәм молекулалық физикадан практикум, Ташкент, 1983.

Қосымша әдабиятлар

1. И.В.Савельев. Улыўмалық физика курси. 1-том. Ўқитувчи, 1981-жыл.

2. О.И.Ахмаджонов. Физика курсы. Механика ҳәм молекулалық физика. Ташкент, «Ўкитувчи», 1985-жыл.

3. Дж.Клауфорд и др. Берклевский курс физики. Том 1. Механика. Москва, «Наука» баспасы, 1984-жыл.

4. С.В.Волькентштейн. Улыўмалық физикадан мәселелер топламы.

5. И.Е.Иродов. Задачи по обшей физике. Москва, «Наука» баспасы, 1979-жыл.

6. Л.Л.Гольдин. Руководство к лабораторным занятием по физике. Москва, «Наука» баспасы, 1979-жыл.

7. Механика бойынша оқыў кинофильмлери.

8. С.П.Стрелков ҳәм басқалар. Улыўмалық физика курсы бойынша мәселелер топламы. Механика. Ташкент, «Ўқитувчи», 1981-жыл.

9. Д.И.Сахаров. Физика бойынша мәселелер топламы. Ташкент, «Ўқитувчи», 1965-жыл.

10. А.Г.Загуста ҳәм басқалар. Улыўмалық физика курсы бойынша мәселелер топламы. Ташкент, «Ўқитувчи», 1991-жыл.

11. Д.И.Иверенова Физика бойынша практикум. Механика ҳәм молекулалық физика. Ташкент, «Ўқитувчи», 1973-жыл.

Сабақларға мөлшерленген оқыў бағларламасы

	Темалар атлары	Саатлар саны		
1	Кирисиў. Физика илиминиң мәселелери, моделлери ҳәм усыллары. Физиканың мәселелери. Абстракциялар ҳәм физикалық моделлердиң шекленгенлиги. Физиканың методлары (усыллары). Физикалық шамалар ҳәм оларды өлшеў ҳаққында. Салыстырыў ҳәм айырыў. Салыстырыў ҳәм өлшеў. Өлшеў. Физикалық шама. Физикалық шаманың мәниси ҳәм өлшеми. Физикалық шамалардың бирликлери системалары. Физикалық шамалардың өлшемлери. Халық аралық система қабыл етилгеннен бурын қолланылған бирликлер системалары. Бирликлердиң халық аралық системасы (SI системасы).	2		
2	Материаллық ноқат кинематикасы. Механика ҳәм оның бөлимлери. Орын алмастырыў векторы. Тезлик. Тезлениў. Ноқаттың шеңбер бойынша қозғалыўы. Мүйешлик тезлик. Орайға умтылыўшы тезлениў. Мүйешлик тезлениў. Мүйешлик тезлик ҳәм мүйешлик тезлениў векторлары. Қатты денелер кинематикасы. Еркинлик дәрежеси. Тегис қозғалыс. Айланбалы қозғалыс. Айланыўдың бирзаматлық көшери.	2		
3	Ньютон нызамлары. Ньютон тәрепинен берилген анықламалар. Масса. Импульс. Импульстиң сақланыў нызамы. Ньютон нызамларын сәўлелендиретуғын мысаллар. Жумыс ҳәм энергия. Жумыс. Энергия. Кинетикалық ҳәм потенциал	2		

	энергиялар. Қуўатлылық. Консервативлик ҳәм консервативлик емес күшлер. Бир текли аўырлық майданындағы потенциал энергия. Созылған пружинаның потенциал энергиясы. Ишки энергия.			
4	Механикадағы Лагранж усылы. Улыўмаласқан координаталар. Лагранжиан. Ең киши тәсир принципи. Лагранж-Эйлер теңлемелери.	2		
5	Материаллық ноқатлар системасы қозғалысы ҳәм энергиясы. Материаллық ноқаттың импульс моменти. Материаллық ноқатлар системасының импульси ҳәм импульс моменти. Материаллық ноқатлардан туратуғын системаға тәсир етиўши күш. Материаллық ноқатлар системасының қозғалыс теңлемеси. Массалар орайы. Материаллық ноқатлар системасы ушын моментлер теңлемеси. Айланыўшы қатты денелердиң кинетикалық энергиясы. Инерция тензоры ҳәм эллипсоиды.	2		
6	Галилейдиң салыстырмалық принципи ҳәм Галилей түрлендириўлери. Галилейдиң салыстырмалық принципи. Координаталарды геометриялық жақтан алмастырыў. Ҳәр қандай есаплаў системалары арасындағы физикалық өтиўлер. Инерциал есаплаў системалары. Түрлендириў инвариантлары.	2		
7	Жақтылық тезлигиниң шеклилиги. Жақтылық ҳаққындағы көз-караслардың раўажланыўы. Жақтылықтың тезлигин Ремер тәрепинен өлшеў. Дүньялық эфир түсиниги. Майкельсон-Морли тәжирийбеси. Физо тәжирийбеси. Галилей түрлендириўлериниң шекленгенлиги.	2		
8	Лоренц түрлендириўлери. Тийкарғы принциплер. Координаталарды түрлендириўдиң сызықлылығы. y ҳәм z ушын түрлендириўлер. x пенен t ушын түрлендириў. Бир ўақытлылықтың салыстырмалылығы. Интервалдың инвариантлылығы. Кеңисликке мегзес ҳәм ўақытқа мегзес интерваллар. Қозғалыстағы саатлардың жүриў темпи. Меншикли ўақыт. Тезликлерди қосыў. Тезлениўди түрлендириў. Лоренц түрлендириўлеринен келип шығатуғын нәтийжелер ҳәм интервал. Бир ўақытлылықтың салыстырмалылығы ҳәм себеплилик. Интервалдың инвариантлылығы. Кеңисликке мегзес ҳәм ўақытқа мегзес интерваллар. Қозғалыўшы денениң узынлығы. Қозғалыстағы саатлардың жүриў темпи. Меншикли ўақыт. Тезликлерди қосыў. Аберрация. Тезлениўди түрлендириў.	2		
9	Сақланыў нызамлары. Инвариантлылық ҳәм сақланыў нызамлары. Нётер теоремасы. Сақланыў нызамларының орын алыўына алып келетуғын себеплер. Қозғалыс теңлемелери ҳәм сақланыў нызамлары. Сақланыў нызамларының	2		

	математикалық мәниси. Импульстиң сақланыў нызамы. Импульс моментиниң сақланыў нызамы. Энергияның сақланыў нызамы. Күштиң жумысы. Потенциал күшлер.			
10	Релятивистлик бөлекшелер динамикасы. Минковскийдиң төрт өлшемли кеңислиги. Төрт өлшемли векторлар. Энергия-импульстиң төрт өлшемли векторы. Релятивистлик бөлекшениң қозғалыс теңлемеси.	2		
11	Инерциал емес есаплаў системалары. Инерциал емес есаплаў системаларының анықламасы. Инерциал емес есаплаў системаларындағы кеңислик пенен ўақыт. Инерция күшлери. Туўры сызықлы қозғалыўшы инерциал емес есаплаў системасы. Арба үстиндеги маятник. Любимов маятниги. Салмақсызлық. Гравитациялық ҳәм инерт массалар. Гравитациялық ҳәм инерт массалар ҳаққында түсиник. Гравитациялық ҳәм инерт массалар арасындағы байланыс. Эквивалентлик принципи. Қызылға аўысыў.	2		
12	Қатты денелер динамикасы. Механикадағы қатты дене. Қатты денениң қозғалыс тенлемеси ҳәм қатты денениң тең салмақлықта турыўы. Мүйешлик тезлик вектор сыпатында. Айланбалы қозғалысларды қосыў. Эйлер теоремасы. Қатты денелердиң улыўмалық қозғалысы.	2		
13	Айланыўшы инерциал емес координаталар системалары. Кориолис тезлениўи ҳәм Кориолис күши. Айланыўшы координаталар системасындағы инерция күшлери. Фуко маятниги. Гироскоплық күшлер.	2		
14	Соқлығысыўлар. Соқлығысыў процесслериниң тәриплемеси. Соқлығысыў процессин диаграммалар жәрдеминде сүўретлеў. Соқлыўғысыўлардағы сақланыў нызамлары. Серпимли ҳәм серпимли емес соқлығысыўлар. Нейтронларды әстелетиў. Фотонлардың жутылыўы ҳәм шығарылыўы. Табылдырық ҳәм активация энергиясы. Элементар бөлекшелер арасындағы реакциялар.	2		
15	Өзгермели массалы денелердиң қозғалысы. Реактив қозғалыс. Мещерский теңлемеси. Циолковский формуласы. Характеристикалық тезлик.	2		
16	Аўырлық майданындағы қозғалыс. Кеплер нызамлары. Кеплер нызамлары тийкарында пүткил дүньялық тартылыс нызамын келтирип шығарыў. Гравитация турақлысының санлық мәнисин анықлаў бойынша исленген жумыслар. Еркин түсиў тезлениўин есаплаў. Орбиталары эллипс, парабола ҳәм гипербола тәризли болған қозғалыслар шәртлери. Орбиталардың параметрлерин есаплаў.	2		

	Космослық тезликлер. Гравитациялық энергия. Шар тәризли дененең гравитациялық энергиясы. Гравитациялық радиус. Әлемниң өлшемлери. Әлемниң критикалық тығызлығын есаплаў. Еки дене машқаласы. Келтирилген масса. Массалар орайы системасына өтиў. Тасыўлар ҳәм қайтыўлар.			
17	Қатты денелердеги деформациялар ҳәм кернеўлер. Серпимли ҳәм пластик (эластик) деформациялар. Изотроп ҳәм анизотроп денелер. Серпимли кернеўлер. Стерженлерди созыў ҳәм қысыў. Деформацияның басқа да түрлери (жылжыў ҳәм буралыў деформациялары). Серпимли деформацияларды тензор жәрдеминде тәриплеў. Деформацияланған денелердиң энергиясы.	2		
18	Газлер ҳәм суйықлықлар механикасы. Газлер ҳәм суйықлықлардың қәсийетлери. Суйықлықлардың стационар ағыўы. Ағыс найы ҳәм үзликсизлик теңлемеси. Ағыстың толық энергиясы. Бернулли теңлемеси. Динамикалық басым. Қысылыўшылықты дыққатқа алмаслық шәрти. Суйықлықтың най бойлап ағыўы. Суйықлықтың жабысқақлығы. Ламинар ҳәм турбулент ағыс. Рейнольдс саны. Пуазейл нызамы. Суйықлық ямаса газдиң денелерди айланып ағып өтиўи. Ағыстың үзилиўи ҳәм ийримлердиң пайда болыўы. Шегаралық қатлам. Маңлай қарсылық ҳәм қанаттың көтериў күши. Жуковский-Кутта формуласы. Гидродинамикалық уқсаслық нызамлары.	3		
19	Сүйкелис күшлери. Қурғақ сүйелис. Суйық сүйкелис. Сүйкелис күшлериниң жумысы. Суйық сүйкелис бар жағдайдағы қозғалыс. Стокс формуласы. Шекли тезликке жақынласыў.	2		
20	Тербелмели қозғалыс. Гармоникалық тербелислерди комплекс формада көрсетиў. Бирдей жийиликтеги гармоникалық тербелислерди қосыў. Меншикли тербелис. Дәслепки шәртлер. Энергия. Тербелислердиң сөниўи. Мәжбүрий тербелислер. Резонанс. Амплитудалық резонанслық иймеклик. Пружинаға илдирилген жүктиң гармоникалық тербелиси. Физикалық маятник. Тутас орталықлар тербелислери. Сфералық толқынлар. Тегис синусоидалық сес толқыны. Сес толқынының энергиясы. Толқынлардың қосылыўы (интерференциясы). Турғын толқынлар.	2		
ЖӘМИ		40 саат		

Усынылатуғын әдебиятлар дизими

А.Н.Матвеев. Механика и теория относительности. «Высшая школа». Москва. 1976. 416 с.

И.В.Савельев. Курс общей физики. Книга I. Механика. Москва. “Наука”. 1998. 328 с.

И.В.Сивухин. Курс физики. Т. 1. Механика. Молекулярная физика. Спб.: ТОО «Мифрил», 1996, 304 с.

Д.В.Сивухин. Общий курс физики. Том I. Механика. Изд. «Наука». Москва. 1974. 520 с.

С.П.Стрелков. Механика. Изд. «Наука». Москва. 1975. 560 с.

С.Э.Хайкин. Физические основы механики. Изд. «Наука». Москва. 1971. 752 с.

Қосымша әдебиятлар дизими

Л.Д.Ландау, А.И.Ахиезер, Е.М.Лифшиц. Курс общей физики. Механика и молекулярная физика. Из. «Наука». Москва. 1969. 399 с. (Қарақалпақша аўдармасы Л.Д.Ландау, А.И.Ахиезер, Е.М.Лифшиц. Улыўма физика курсы. Механика ҳәм ҳәм молекулалық физика. Б.Әбдикамалов тәрепинен 2002-жылы аўдарылған. Электронлық версиясы университет китапханасында ямаса www.abdikamalov.narod.ru сайтында).

Д.А.Паршин, Г.Г.Зегря. Лекции по механике. Российская Академия наук, Физико-технический институт им. А.Ф.Иоффе, Научно-образовательный центр (Интернеттен алынған, электронлық версиясы университет китапханасында).

David Halliday, Robert Resnick, Jearl Walker. Fundamentals of Physics. John Wiley & Sons, Inc. New York Chichester Brisbane Toronto Singapore. 1184 p.

Peter J. Nolan. Fundamentals of College Physics. WCB. Wm. C. Brown Publishers. Dubuque, Ioma. Melbourne, Australia. Oxford, England. 1070 p.

Лекциялар текстлерин мына адрестен алыўға болады: www.abdikamalov.narod.ru